

Particules et Symétries: Partie V

P. Verdier , verdier@ipnl.in2p3.fr

Institut de Physique Nucléaire de Lyon

9 mars 2015

Plan

Interaction forte

Introduction

La couleur

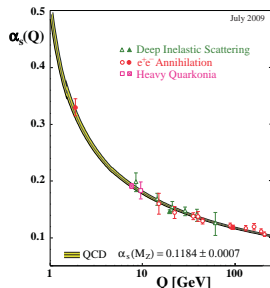
Constante de couplage

Détermination de α_s

DIS et Modèle des partons

Introduction

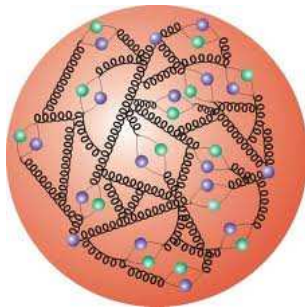
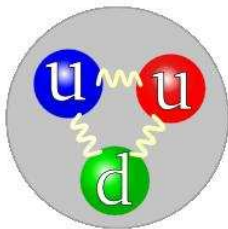
- ▶ Rappels sur les constantes de couplage des 3 interactions :
 - ▶ Faible : $\alpha_W \sim 10^{-7}$
 - ▶ Electromagnétique : $\alpha_{em} = \frac{1}{137}$
 - ▶ Forte : $\alpha_s = 0.3$



- ▶ Les médiateurs de l'interaction forte sont les gluons
- ▶ Les quarks et les gluons (partons) portent une charge de couleur et interagissent par interaction forte
- ▶ L'intensité de l'interaction forte augmente avec la distance, ce qui conduit au **confinement** des quarks dans des hadrons (mésons et baryons) qui sont des singlets de couleur
- ▶ A courte distance, les quarks et les gluons interagissent librement : c'est la **liberté asymptotique**

Introduction

- ▶ Un proton est un peu plus compliqué qu'un simple état uud
- ▶ Le proton est constitué de :
 - ▶ 3 quarks de valence : uud
 - ▶ des quarks et anti-quarks de la mer
 - ▶ et des gluons



Plan

Interaction forte

Introduction

La couleur

Constante de couplage

Détermination de α_s

DIS et Modèle des partons

La couleur

- L'observation du baryon Δ^{++} a conduit à l'introduction d'un nouveau nombre quantique : la couleur
- En effet, c'est un baryon avec $J=3/2$ et 3 quarks de même saveur : violation du principe d'exclusion de Pauli
- Les hadrons sont des états singlet de couleurs
- Le Δ^{++} qui est un état $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ devient :

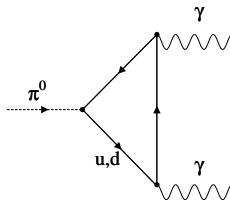
$$\begin{aligned} & 1/\sqrt{6} \quad (\quad u \uparrow_R u \uparrow_G u \uparrow_B \\ & \quad - \quad u \uparrow_R u \uparrow_B u \uparrow_G \\ & \quad + \quad u \uparrow_B u \uparrow_R u \uparrow_G \\ & \quad - \quad u \uparrow_B u \uparrow_G u \uparrow_R \\ & \quad + \quad u \uparrow_G u \uparrow_B u \uparrow_R \\ & \quad - \quad u \uparrow_G u \uparrow_R u \uparrow_B) \end{aligned}$$

La couleur

- ▶ Le π^0 est un état $1/\sqrt{2}(u\bar{u} - d\bar{d})$
- ▶ L'élément de matrice de la désintégration $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ est de la forme :

$$\mathcal{M} \sim (e_u^2 - e_d^2)N_c$$

où e_u et e_d sont la charge des quarks et $N_c = 3$ est le nombre de couleur



- ▶ Le calcul complet de la largeur du π^0 donne :

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{m_\pi^3}{8\pi f_\pi} \left((e_u^2 - e_d^2)N_c\right)^2$$

avec $f_\pi = 93 \text{ MeV}$, constante de la désintégration du pion mesurée dans la voie $\pi \rightarrow \mu\nu$

- ▶ Le facteur N_c provient de la somme sur toutes les couleurs possibles des quarks dans la boucle
- ▶ Pour $N_c = 3$, accord avec les mesures expérimentales, alors que $N_c = 1$ conduit à un résultat 9 fois trop petit

Rappels sur SU(3)

- ▶ La représentation fondamentale de SU(3) est un triplet d'éléments (ici pour SU(3) de couleur) :

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ Les éléments du groupe agissant sur cette représentation sont des matrices 3×3
- ▶ On a $8 (3^2 - 1)$ générateurs $T_i = \lambda_i/2$ obéissant à l'algèbre de Lie :

$$[T_a, T_b] = T_a T_b - T_b T_a = 2if_{abc} T_c$$

- ▶ avec, f_{abc} coefficients antisymétriques par permutation de n'importe quelle paire d'indices

Rappels SU(3)

- **Représentation de Gell-Mann** avec 8 matrices unitaires, où les matrices λ sont :

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

QCD et SU(3)

- QCD est donc basée sur une symétrie de jauge locale SU(3) de couleur
- Chaque saveur de quark appartient à la représentation fondamentale (3) et contient un triplet de champs :

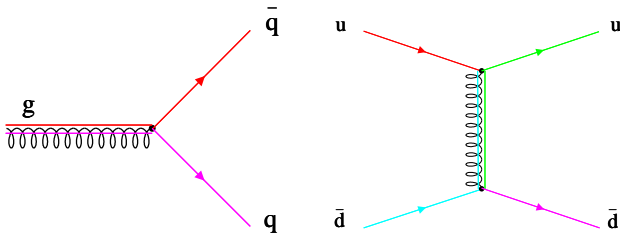
$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$$

- Les antiquarks sont eux dans la représentation conjuguée ($\bar{3}$) :

$$\bar{\psi} = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1 \\ \bar{\psi}_2 \\ \bar{\psi}_3 \end{pmatrix}$$

La couleur

- ▶ 3 couleurs pour les quarks :
red green blue
- ▶ 3 anti-couleurs pour les anti-quarks :
anti-red anti-green anti-blue
- ▶ Les hadrons sont des états singlets de couleur
 - ▶ Pour les mésons, états $q\bar{q}$: état couleur/anti-couleur
 - ▶ Pour les hadrons, états $qq'q''$: état avec les 3 couleurs différentes
- ▶ La force forte (couleur) entre les partons (quarks ou gluons) est due à l'échange de gluon :
 - ▶ Les gluons n'ont pas de charge électrique ou de saveur
 - ▶ Les gluons portent une charge couleur/anti-couleur'



Les 8 gluons

- ▶ On peut donc former 9 états couleur/anti-couleur :

$$\begin{array}{ccc} R\bar{R} & G\bar{R} & B\bar{R} \\ R\bar{G} & G\bar{G} & B\bar{G} \\ R\bar{B} & G\bar{B} & B\bar{B} \end{array}$$

Mais tous ne sont pas des gluons !

- ▶ Sur la diagonale, il faut éliminer la combinaison qui forme un singlet de couleur :

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$$

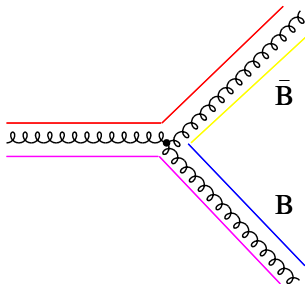
- ▶ On a donc déjà 6 gluons : $G\bar{R}, B\bar{R}, R\bar{G}, B\bar{G}, R\bar{B}, G\bar{B}$
- ▶ Et il faut rajouter les 2 gluons suivants :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{2}}(R\bar{R} - G\bar{G}) \\ &\frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B}) \end{aligned}$$

- ▶ On peut donc former un octet de gluons

Vertex à 3 gluons

- ▶ Comme les gluons portent une charge de couleur, **les gluons peuvent se coupler à d'autres gluons**. C'est une différence fondamentale entre QCD et QED où le photon ne porte pas de charge électrique
- ▶ On peut donc avoir un vertex à 3 gluons :



où une paire $B\bar{B}$ est créée au vertex

Plan

Interaction forte

Introduction

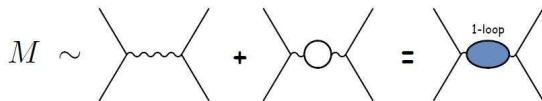
La couleur

Constante de couplage

Détermination de α_s

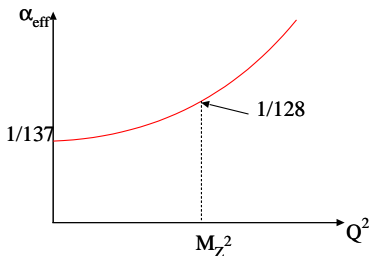
DIS et Modèle des partons

Constante de couplage de QED

$$M \sim \text{tree} + \text{1-loop} = \text{1-loop}$$


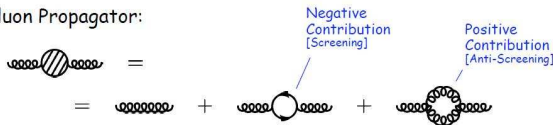
- Evolution de la constante de couplage de QED :

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$



Constante de couplage de QCD

Gluon Propagator:



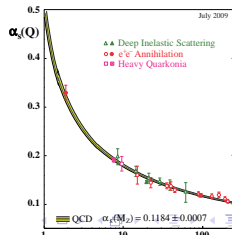
- Evolution de la constante de couplage de QCD :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

où n_f est le nombre de saveurs de quark

- Il faudrait avoir $n_f > 16$, pour que le signe du terme au dénominateur soit le même que celui de QED
- Signe + est seulement possible dans une théorie de jauge non-abélienne

- A faible Q^2 : confinement
- A grand Q^2 : liberté asymptotique

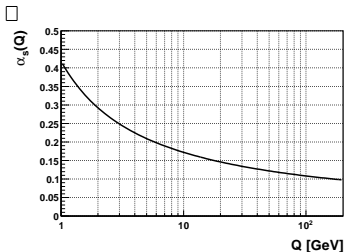


Constante de couplage de QCD

- ▶ La constante de couplage α_s devient très importante à faible Q^2
- ▶ En dessous d'une certaine valeur, il n'est plus possible d'utiliser la théorie des perturbations
- ▶ On appelle Λ_{QCD} l'échelle où la solution perturbative diverge
- ▶ $\Lambda_{QCD} \sim 200MeV$
- ▶ On peut réécrire $\alpha_s(Q^2)$ comme :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - n_f) \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right)}$$

- ▶ Avec $n_f = 5$ et $\Lambda_{QCD} \sim 200MeV$



Plan

Interaction forte

Introduction

La couleur

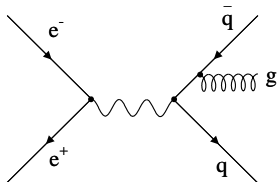
Constante de couplage

Détermination de α_s

DIS et Modèle des partons

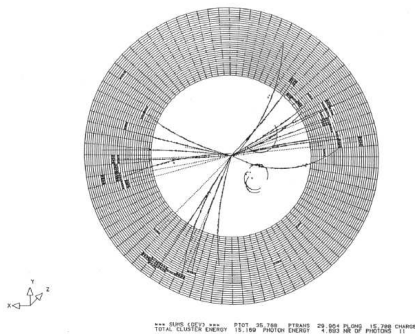
Détermination de α_s

- ▶ En collisionneur e^+e^- , on peut utiliser le processus $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ pour mesurer α_s



- ▶ Le rapport de ces sections efficaces est proportionnel à α_s :

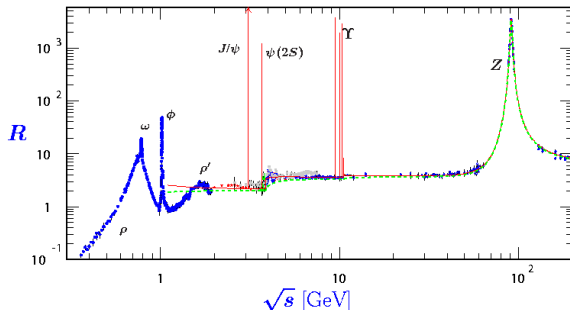
$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})} \sim \alpha_s(s)$$



Détermination de α_s

- On a déjà vu ce rapport R de section efficace :

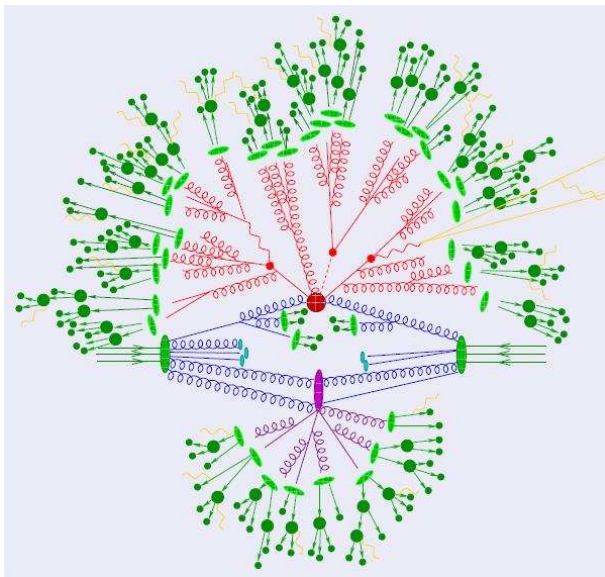
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_q e_q^2$$



- En incluant les corrections QCD (émission d'un gluon et boucle gluon virtuel), ce rapport devient :

$$R = 3 \sum_q e_q^2 \left[1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right]$$

Production de jets



Plan

Interaction forte

Introduction

La couleur

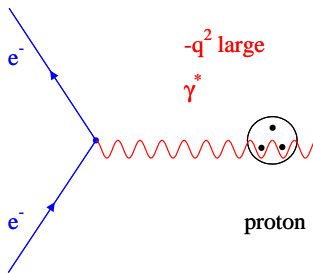
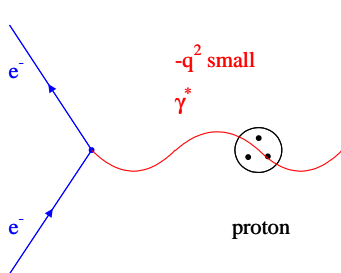
Constante de couplage

Détermination de α_s

DIS et Modèle des partons

Structure du proton

- Considérons la diffusion electron-proton
- Le proton (p) sera vu de manière totalement différente si la longueur d'onde de la sonde (e) est grande ou petite
- A faible $-q^2$: diffusion élastique, on ne mesure que la taille du proton
- A grand $-q^2$: diffusion profondément inélastique (DIS), on observe les quarks qui constituent le proton à condition que $\lambda \sim 1/\sqrt{-q^2} \ll 1 \text{ fm}$

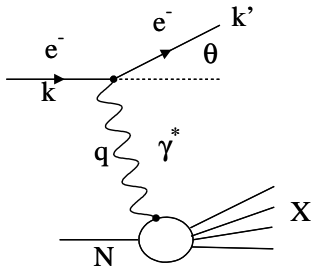


Structure des hadrons

- ▶ Les hadrons ne sont pas des particules élémentaires
- ▶ L'étude des processus de diffusion à haute énergie ont permis d'étudier les composants de ces hadrons : les quarks et les gluons
- ▶ Diffusion profondément inélastique :

$$e^- N \rightarrow e^- X$$

Un photon virtuel émis par l'électron est absorbé par le nucléon qui se casse en plusieurs hadrons.



Structure des hadrons

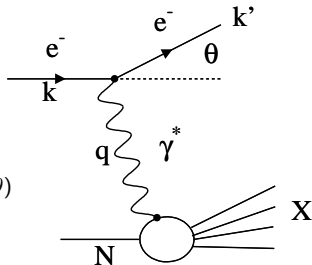
- ▶ Plusieurs expériences ont été effectuées depuis 1970 à SLAC, au CERN, à Fermilab et à DESY
- ▶ Expériences sur cible fixe, puis avec HERA le collisionneur e-p de DESY

SLAC	$E(e^-) \sim \text{qq GeV}$	N repos	$\sqrt{s} \sim 5 \text{ GeV}$
CERN	$E(\mu) \sim 100 \text{ GeV}$	N repos	$\sqrt{s} \sim 15 \text{ GeV}$
FERMILAB	$E(\mu) \sim 300 \text{ GeV}$	N repos	$\sqrt{s} \sim 25 \text{ GeV}$
DESY	$E(e^-) = 27.5 \text{ GeV}$	$E_p = 820 \text{ GeV}$	$\sqrt{s} \sim 300 \text{ GeV}$

Diffusion profondément inélastique

- Dans le référentiel du laboratoire, on a les 4-impulsions suivantes :

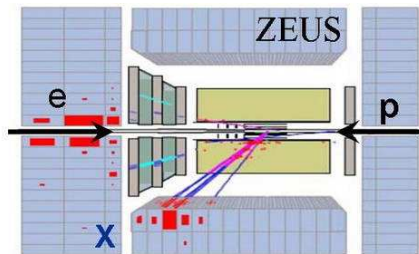
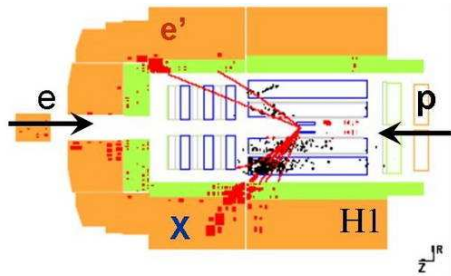
Nucléon N	$P = (M, 0, 0, 0)$
e^- entrant	$k = (E, 0, 0, E)$, avec $E \gg m_e$
e^- sortant	$k' = (E', E' \sin \theta, 0, E' \cos \theta)$
photon virtuel	$q = (E - E', -E' \sin \theta, 0, E - E' \cos \theta)$



- θ est l'angle de diffusion du lepton
- Et on définit :

- $\nu = E - E'$
- $Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$
- $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$, la variable de Bjorken
- $y = 1 - \frac{E'}{E}$

DIS à HERA



Section efficace DIS

- Si le proton était une particule ponctuelle, la diffusion entre un électron et un proton serait élastique et la section efficace de cette diffusion serait :

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cos^2 \theta/2 \\ &= \frac{e_p^2 \alpha^2 E'^2}{q^4} \cos^2 \theta/2\end{aligned}$$

- Or la section efficace expérimentale indique un comportement caractéristique de l'existence d'une structure ponctuelle au sein du proton

Section efficace DIS

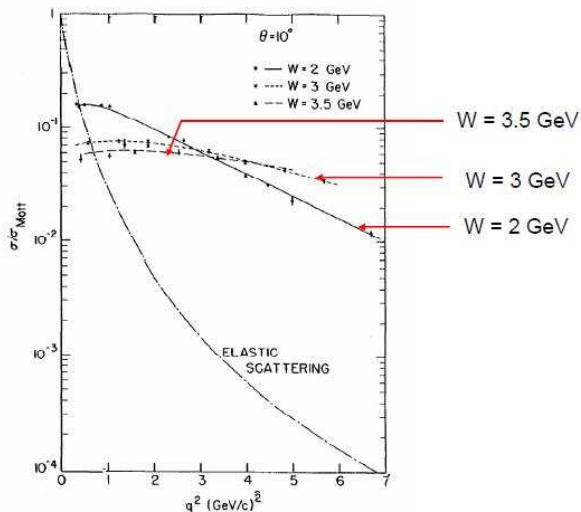
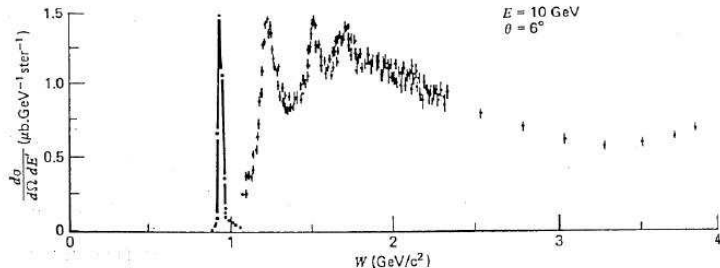


Fig. 1: $(d^2\sigma/d\Omega dE')/\sigma_{\text{Mott}}$, in GeV^{-1} , vs. q^2 for $W = 2, 3$ and 3.5 GeV . The lines drawn through the data are meant to guide the eye. Also shown is the cross section for elastic $e-p$ scattering divided by σ_{Mott} , $(d\sigma/d\Omega)/\sigma_{\text{Mott}}$, calculated for $\theta = 10^\circ$, using the dipole form factor. The relatively slow variation with q^2 of the inelastic cross section compared with the elastic cross section is clearly shown.

$$\text{avec } W^2 = M^2 + 2M(E - E') - 4EE' \sin^2 \theta/2$$

Section efficace DIS

The Structure of Hadrons



- ▶ Jusqu'à $W = 1,8 \text{ GeV}$, on observe des résonances interprétés comme des états excités du proton, de masse invariante W
- ▶ Existence d'une structure ponctuelle au sein du proton
- ▶ Les constituants du proton furent appelés partons (quarks et gluons)
- ▶ Pour $W > 1.8 \text{ GeV}$: plus de résonance, domaine de la DIS
diffusion élastique de l'électron sur un parton par échange d'un photon virtuel

Diffusion profondément inélastique

- Pour la collision $\gamma^* N \rightarrow X$, on peut écrire :

$$M_X^2 = (P + q)^2 = M^2 + Q^2 \frac{(1-x)}{x}$$

- Le nucléon étant le plus léger des baryons, ($M_X^2 > M^2$), on a obligatoirement :

$$0 \leq x \leq 1$$

- Le cas $x=1$ correspond à une diffusion élastique
- La limite profondément inélastique (ou de Bjorken) correspond à la limite où $Q \rightarrow \infty$ et $\nu \rightarrow \infty$ et $x \in]0; 1[$

Section efficace DIS

- La section efficace différentielle DIS s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^2 \theta/2} \left[W_2(Q^2, \nu) \cos^2 \theta/2 + 2W_1(Q^2, \nu) \sin^2 \theta/2 \right]$$

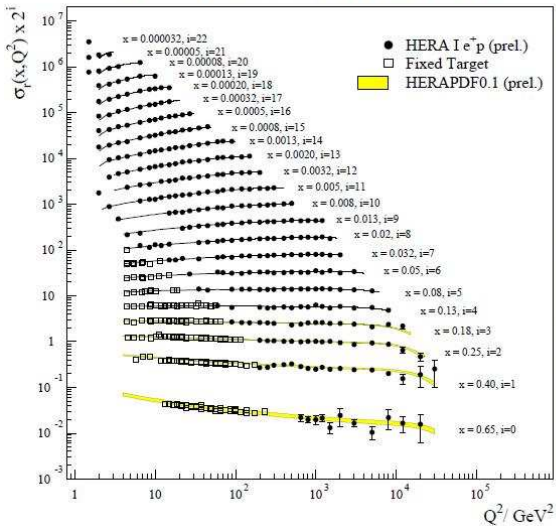
où $W_2(Q^2, \nu)$ et $W_1(Q^2, \nu)$ sont les fonctions de structure du proton vues par le photon virtuel

- Dans la limite de Bjorken, les fonctions de structure ne dépendent que de x : **elles suivent une loi d'échelle**

$$MW_1(Q^2, \nu) \rightarrow F_1(x)$$

$$\nu W_2(Q^2, \nu) \rightarrow F_2(x)$$

H1 and ZEUS Combined PDF Fit



April 2008

HERA Structure Functions Working Group

Modèle des partons

- ▶ Dans le modèle des partons développé par Feynman, l'invariance d'échelle a une explication très naturelle
- ▶ Les partons sont les constituants du proton :
il y a des quarks de spin $1/2$
et des gluons de spin 1
- ▶ l'électron rentre en collision avec un parton qui porte une fraction x de l'impulsion du proton
- ▶ A impulsion élevée, les partons sont "libres" : la collision entre l'électron et un parton ponctuelle n'affecte pas les autres partons.
- ▶ (On anticipe qu'en réalité, les partons à l'intérieur d'un proton dans le processus DIS ne sont pas complètement libres à cause des gluons : violation de la loi d'échelle)

Modèle des partons

- ▶ Reprenons nos fonctions de structure de la section efficace différentielle DIS
- ▶ Dans le modèle des partons, on obtient :

$$\begin{aligned} MW_1(Q^2, \nu) &\rightarrow F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) \\ \nu W_2(Q^2, \nu) &\rightarrow F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \end{aligned}$$

où $f_i(x)$ sont des distributions de probabilité pour les quarks et antiquarks dans le proton

- ▶ Pour le proton, en ne prenant en compte uniquement les 3 quarks u,d,s :

$$\frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)]$$

on a 6 fonctions de structure de quarks

- ▶ Même chose pour le neutron (diffusion electron-deuterium) :

$$\frac{1}{x} F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^n(x) + \bar{u}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^n(x) + \bar{d}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^n(x) + \bar{s}^n(x)]$$

Modèle des partons

- Il y a autant de quarks de valence u dans le proton que de quark de valence d dans le neutron (et réciproquement) :

$$u^p(x) = d^n(x) = u(x)$$

$$d^p(x) = u^n(x) = d(x)$$

$$s^p(x) = s^n(x) = s(x)$$

- Le proton contient également des paires $q\bar{q}$ de la mer provenant du splitting des gluons
- En première approximation, considérons que l'on a la même contribution provenant de paires $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ de la mer, et négligeons les quarks de saveurs plus lourdes. On a donc :

$$S(x) = u_s(x) = \bar{u}_s(x) = d_s(x) = \bar{d}_s(x) = s_s(x) = \bar{s}_s(x)$$

$$u(x) = u_v(x) + u_s(x)$$

$$d(x) = d_v(x) + d_s(x)$$

Modèle des partons

- ▶ En sommant toutes les contributions des partons, on doit retrouver les nombres quantiques du proton : la charge électrique = 1, le nombre baryonique = 1, l'étrangeté = 0 :

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2$$

$$\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1$$

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0$$

- ▶ A partir des relations de la page précédente, on obtient :

$$u - \bar{u} = u - \bar{u}_s = u - u_s = u_v$$

$$d - \bar{d} = d - \bar{d}_s = d - d_s = d_v$$

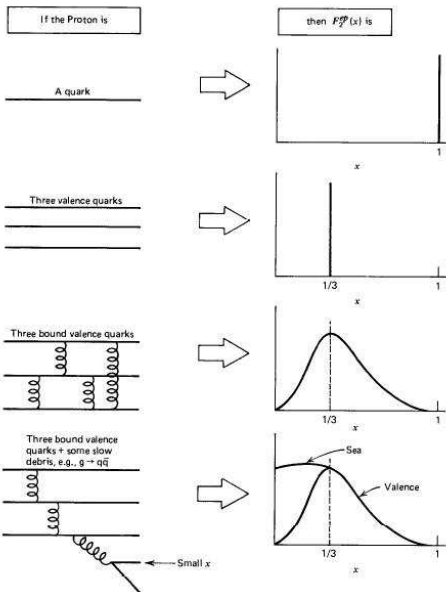
$$s - \bar{s} = s_s - \bar{s}_s = 0$$

- ▶ Finalement,

$$\frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = \frac{1}{9} [4u_v + d_v] + \frac{4}{3} S$$

$$\frac{1}{x} F_2^{en}(x) = \frac{1}{9} [u_v + 4d_v] + \frac{4}{3} S$$

Modèle des partons



Modèle des partons

- ▶ Et les gluons ?
- ▶ Si on intègre sur les moments de tous les partons, on doit retrouver le moment total p du proton
- ▶ En définissant $\epsilon_g = p_g/p$ la fraction de l'impulsion du proton portée par les gluons :

$$\int_0^1 dx \, x (u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}) = 1 - \epsilon_g$$

- ▶ Cette contribution des gluons ne peut être obtenue par la sonde électromagnétique (le photon) car le gluon n'a pas de charge électrique
- ▶ Expérimentalement, on mesure :

$$\int dx F_2^{ep}(x) = \frac{4}{9}\epsilon_u + \frac{1}{9}\epsilon_d = 0.18$$

$$\int dx F_2^{en}(x) = \frac{1}{9}\epsilon_u + \frac{4}{9}\epsilon_d = 0.12$$

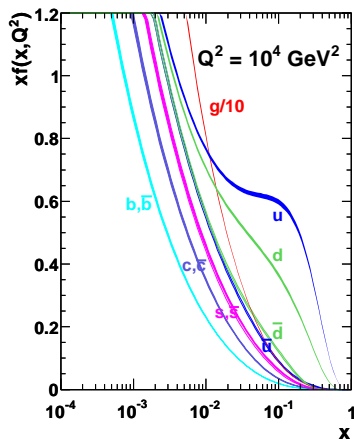
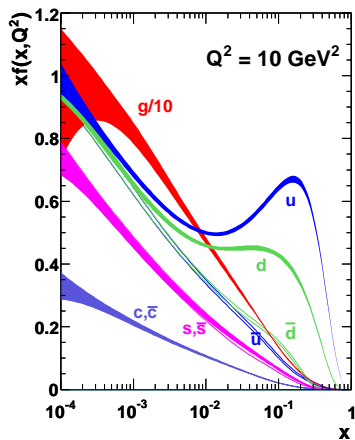
avec $\epsilon_u = \int_0^1 dx \, x(u + \bar{u})$

- ▶ en négligeant les quarks étranges :

$$\epsilon_g = 1 - \epsilon_u - \epsilon_d$$

$$\epsilon_u = 0.36 \quad \epsilon_d = 0.18 \quad \epsilon_g = 0.46$$

MSTW 2008 NNLO PDFs (68% C.L.)



Collisionneurs

