

Particules et Symétries: Partie III

P. Verdier , verdier@ipnl.in2p3.fr

Institut de Physique Nucléaire de Lyon

9 mars 2015

Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

Invariance et loi de conservation

- ▶ En mécanique classique, l'invariance d'un système sous une transformation est reliée à la conservation d'une quantité correspondante.
- ▶ Exemples :

Invariance sous :		Quantité conservée
rotation	\iff	moment angulaire
translation d'espace	\iff	impulsion
translation du temps	\iff	énergie

- ▶ Ceci est formalisé dans le théorème de Noether :
Une quantité conservée est associée à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement (c.a.d qui commute avec le hamiltonien)

Invariance et loi de conservation

Considérons la transformation U (translation, rotation...) d'un système S pendant une expérience, et que le résultat de la mesure reste inchangé dans le système S' résultant de cette transformation.

On considère l'élément matriciel $\langle f | O | i \rangle$ et on se place dans le système S' où les états sont modifiés :

$$\begin{aligned} |i\rangle &\rightarrow |i'\rangle = U|i\rangle \\ |f\rangle &\rightarrow |f'\rangle = U|f\rangle \end{aligned}$$

On peut alors avoir 2 démarches :

- ▶ Pour avoir le même résultat de mesure que dans S, on doit modifier la quantité mesurée : $O \rightarrow O'$

$$\langle f' | O' | i' \rangle = \langle f | O | i \rangle \Rightarrow O' = UOU^\dagger$$

Et la probabilité de transition doit être la même dans les 2 systèmes :

$$\frac{|\langle f | i \rangle|^2}{\langle f | f \rangle \langle i | i \rangle} = \frac{|\langle f' | i' \rangle|^2}{\langle f' | f' \rangle \langle i' | i' \rangle} = \frac{|\langle f | U^\dagger U | i' \rangle|^2}{\langle f | U^\dagger U | f \rangle \langle i | U^\dagger U | i' \rangle} \implies U^\dagger U = 1$$

Les opérateurs associés aux transformations de coordonnées sont unitaires

- ▶ On mesure la même quantité dans le système S' :

$$\langle f' | O | i' \rangle = \langle f | U^\dagger OU | i \rangle$$

On peut déduire la mesure de cette quantité dans le système S' à partir du système S si on connaît $U^\dagger OU$.

Invariance et loi de conservation

► Application :

considérons un hamiltonien H invariant par rapport à une transformation U et une fonction d'onde arbitraire Ψ :

$$\begin{aligned} H &\rightarrow H' = UH = H \\ \Psi &\rightarrow \Psi' = U\Psi \end{aligned}$$

Appliquons cette transformation U à l'équation d'onde :

$$U(H\Psi) = H'\Psi' = (UH)(U\Psi) = H'U\Psi = HU\Psi$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} (UH - HU)\Psi &= [U, H]\Psi = 0 \\ [U, H] &= 0 \end{aligned}$$

On trouve la relation de commutation indiquant qu'une quantité associée à la transformation U est conservée

Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

Définition de la parité

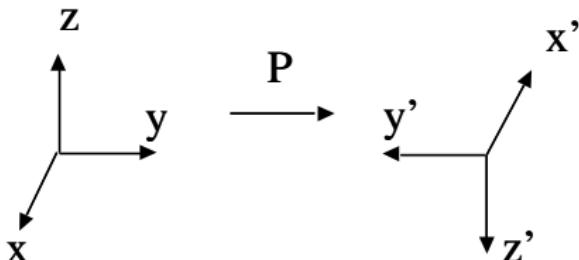
- ▶ la transformation correspondant à une réflexion dans l'espace :

$$x \rightarrow x' = -x$$

- ▶ permet de définir l'opérateur parité \mathcal{P} agissant sur une fonction d'onde :

$$\psi(t, x) \rightarrow \psi'(t, x) = \mathcal{P}\psi(t, x) = \psi(t, -x)$$

- ▶ C'est une transformation discrète



- ▶ \mathcal{P} est unitaire :

$$\mathcal{P}^2\psi(t, x) = \psi(t, x) \Rightarrow \mathcal{P}^2 = 1$$

- ▶ Si ψ est un état propre de \mathcal{P} :

$$\mathcal{P}\psi_P = \eta_P\psi_P \Rightarrow \mathcal{P}^2\psi_P = \eta_P^2\psi_P = \psi_P$$

où, η_P et ψ_P sont la valeur propre et la fonction propre du système.

- ▶ La parité η_P peut donc prendre 2 valeurs :

$$\eta_P = +1 (\psi_P \text{ paire})$$

$$\eta_P = -1 (\psi_P \text{ impaire})$$

Transformation par parité

- ▶ Dans l'espace euclidien :

$$\mathcal{P}(\vec{u}) = -\vec{u}$$

$$\mathcal{P}(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\mathcal{P}(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \vec{u} \wedge \vec{v} \quad : \text{vecteur-axial ou pseudo-vecteur}$$

$$\mathcal{P}((\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}) = -(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w} \quad : \text{pseudo-scalaire}$$

- ▶ Transformation de certaines quantités où opérateurs :

$$t \longrightarrow t$$

$$x \longrightarrow -x$$

$$p \longrightarrow -p$$

$$\sigma, J, L \longrightarrow \sigma, J, L$$

$$E \longrightarrow -E$$

$$B \longrightarrow B$$

- ▶ On verra par la suite que les interactions électromagnétique et forte conservent la parité, mais pas l'interaction faible

Parité d'un système de 2 particules

- ▶ Soit un système de 2 particules représenté par $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$
- ▶ $\mathcal{P}\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(-\vec{r}_1, -\vec{r}_2)$
- ▶ Dans le cas où $|\vec{r}_1, -\vec{r}_2| \rightarrow \infty$, le système est représenté par $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)$
- ▶ Donc, $\mathcal{P}\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(-\vec{r}_1)\psi(-\vec{r}_2)$
- ▶ Dans le cas où ψ_1 et ψ_2 sont les états propres de \mathcal{P} avec les valeurs propres η_1 et η_2 :

$$\mathcal{P}\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \eta_1\psi(\vec{r}_1)\eta_2\psi(\vec{r}_2) = \eta_1\eta_2\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \eta\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

avec, $\eta = \eta_1\eta_2$

- ▶ La parité est un nombre quantique multiplicatif

Parité orbitale

- ▶ La fonction d'onde ψ d'un système peut être écrite à partir des harmoniques sphériques Y_{lm}

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$$

- ▶ Action de la parité sur les harmoniques sphériques :

$$\begin{aligned}(r, \theta, \phi) &\rightarrow (r, \theta - \pi, \phi + \pi) \\ \mathcal{P} Y_{lm}(\theta, \phi) &= (-1)^l Y_{lm}(\theta, \phi)\end{aligned}$$

- ▶ le moment cinétique orbital l détermine donc la parité orbitale :

$\eta_P = +1$ pour $l=0,2,4\dots$

$\eta_P = -1$ pour $l=1,3,5\dots$

Parité intrinsèque d'une particule

- ▶ Comme l'opérateur de parité \mathcal{P} commute avec l'opérateur de spin d'une particule, on peut définir un nombre quantique de parité $\eta_P = \pm 1$ qui est une propriété intrinsèque de cette particule
- ▶ On classe donc les particules en fonction de leur spin et de η_P :
 - ▶ Spin = 0 et $\eta_P = +1$: scalaire
 - ▶ Spin = 0 et $\eta_P = -1$: pseudo-scalaire
 - ▶ Spin = 1 et $\eta_P = +1$: axiale
 - ▶ Spin = 1 et $\eta_P = -1$: vectorielle
- ▶ Cas du photon :

Le potentiel vecteur \vec{A} est formellement équivalent à la fonction d'onde du photon.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{d^2t} : \vec{F} \text{ est un vecteur, et } \vec{F} \rightarrow -\vec{F} \text{ si } \vec{r} \rightarrow -\vec{r}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) : \vec{B} \text{ est un pseudo-vecteur}$$

$$\vec{B} = \nabla \wedge \vec{A} : \vec{A} \text{ est un vecteur}$$

et si $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ alors $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$

La parité du photon est négative

- ▶ Parité intrinsèque des particules de spin 1/2 :
Par convention : $\eta_{proton} = \eta_{neutron} = +1$
- ▶ **Parité totale d'un système = produit des parités intrinsèques et orbitales**

$$\eta_P = \prod_n \eta_n \prod_k (-1)^{l_k}$$

Parité d'un système de 2 particules

- ▶ Soit 2 particules de parité intrinsèque η_1 et η_2
- ▶ La parité totale du système est : $\eta = (-1)^l \eta_1 \eta_2$, où l est le moment angulaire relatif des 2 particules
- ▶ Cas du pion :
 - ▶ Moment cinétique total : $J_{\pi^0} = J_{\pi^+} = J_{\pi^-} = 0$
 - ▶ Parité π^- déterminée à partir de $\pi^- + deuton \rightarrow n + n$

Etat final :

- ▶ J doit donc aussi être égal à 1
- ▶ les 2 neutrons peuvent avoir $S = 0$ ou $S = 1$ et ont un moment angulaire relatif L
- ▶ Mais les 2 neutrons sont des fermions identiques : la fonction d'onde doit être antisymétrique en les interchangeant : $(-1)^{L+S+1} = -1 \implies L+S$ doit être pair
- ▶ $J=1$ donne 3 solutions : $(L=0, S=1)$, $(L=1, S=1)$, $(L=2, S=1)$
- ▶ $(L=1, S=1)$ est la seule configuration possible

⇒ La parité du pion $\eta_\pi = -1$

Parité intrinsèque des anti-particules

- En théorie quantique des champs, on montre que :

$$\eta_{antiparticule} = \eta_{particule} (-1)^{2S}$$

- Pour les fermions : $\eta_{antiparticule} = -\eta_{particule}$
- Pour les bosons : $\eta_{antiparticule} = \eta_{particule}$

$$\begin{array}{ll} \eta(e^+) = -1 & \eta(e^-) = 1 \\ \eta(\bar{q}) = -1 & \eta(q) = 1 \\ \eta(\pi^+) = -1 & \eta(\pi^-) = -1 \end{array}$$

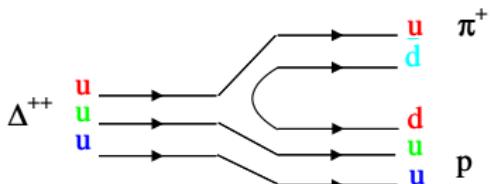
- Un état lié fermion-antifermion dans un état de moment cinétique orbital / aura une parité :

$$\eta_P = (-1)^l \eta_P^f \eta_P^{\bar{f}} = (-1)^{l+1}$$

- Et pour un système boson-antiboson : $\eta_P = (-1)^l$

Conservation de la parité

- ▶ La parité est conservée dans les interactions électromagnétique et forte
- ▶ Exemple : désintégration par interaction forte ($\tau \sim 10^{-23} \text{ s}$) du Δ^{++}
 - ▶ $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$:



- ▶ $\Delta^{++} (J^P = 3/2^+)$, $p (J^P = 1/2^+)$, $\pi^+ (J^P = 0^-)$
- ▶ Spin : $3/2 \rightarrow 1/2 + 0 \implies L = 1$ pour conserver le moment cinétique total
- ▶ On trouve donc :

$$\begin{aligned}\eta_P(\Delta^{++}) &\rightarrow \eta_P(p)\eta_P(\pi^+)(-1)^L \\ +1 &\rightarrow (+1)(-1)(-1)\end{aligned}$$

Violation de la parité

- ▶ De nombreux tests ont montré que la parité est conservée dans les interactions électromagnétique et forte.
- ▶ Mais dans les années 1950, problème appelé le “ $\theta - \tau$ puzzle”
- ▶ on observe 2 particules, appelées (θ et τ à cette époque) de même masse et de spin 0 qui se désintègrent par interaction faible (car $\tau \sim 10^{-8}$ s) :

$$K^+ \rightarrow \pi^0 + \pi^+ \quad \text{et} \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$
$$\mathcal{P}_\pi^2 = 1 \qquad \mathcal{P}_\pi^3 = -1$$

A cette époque, on ne pensait pas que “ θ ” et “ τ ” puisse être la même particule car on pensait que la parité était une propriété essentielle de la nature

- ▶ En 1956, Lee et Yang postulent la non-conservation de la parité dans les interactions faibles
- ▶ Expérience de Mme Wu :
- ▶ Désintégration : ${}^{60}\text{Co} \rightarrow {}^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$ dans un champ magnétique (spin aligné avec \vec{B})
- ▶ l'expérience montre que les électrons sont émis de manière préférentielle dans la direction opposée au spin des noyaux
- ▶ violation de la parité dans les interactions faibles



Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

Définition de la conjugaison de charge

- ▶ C'est l'opération qui transforme une particule en son anti-particule : même masse, même spin, même quantité de mouvement, mais en changeant le signe de tous les autres nombres quantiques additifs (Q, B, S, L...)
- ▶ On définit l'opérateur de conjugaison de charge \mathcal{C} :

$$\mathcal{C}|\psi\rangle = |\bar{\psi}\rangle$$

- ▶ \mathcal{C} est hermitien et unitaire ($\mathcal{C}^2 = 1$)
- ▶ Seules les particules dont les nombres quantiques internes sont nuls peuvent être état propre de \mathcal{C} pour obéir à :

$$\mathcal{C}|\psi\rangle = \eta_C |\psi\rangle \quad \text{avec} \quad \eta_C = \pm 1$$

où η_C est la parité de charge

C'est le cas pour γ , π^0 , e^+e^- ... mais pas pour le neutron...

- ▶ La parité de charge est un nombre quantique multiplicatif
- ▶ Cas du photon :
 \mathcal{C} inverse la charge et le moment magnétique, et donc les champs électrique et magnétique
 $\Rightarrow \eta_C(\gamma) = -1$

Système $f\bar{f}$ et \mathcal{C}

- ▶ Considérons un système $f\bar{f}$ avec un moment orbital L et un spin $s = 0$ ou 1
- ▶ On veut obtenir la valeur propre η_C définie par $\mathcal{C}|f\bar{f}\rangle = \eta_C|f\bar{f}\rangle$
 - ▶ \mathcal{C} remplace f par \bar{f} et vice versa, mais les spins et positions sont inchangées
 - ▶ Si on échange les positions : fonction d'onde identique avec un facteur multiplicatif $(-1)^L$
 - ▶ Si on échange les spins : facteur multiplicatif additionnel $(-1)^{S+1}$
 - ▶ Ces 3 opérations on permis d'échanger les 2 particules de départ et introduise un facteur : $(-1)^L(-1)^{S+1}$
 - ▶ le principe de Pauli s'applique aux fermions identiques mais également à leurs antifermions
⇒ le système $f\bar{f}$ est antisymétrique
Donc échanger f et \bar{f} doit introduire un facteur multiplicatif (-1)
- ▶ On a donc : $\eta_C(f\bar{f})(-1)^L(-1)^{S+1} = -1$
- ▶ Et on en déduit que : $\eta_C(f\bar{f}) = (-1)^{L+S}$
- ▶ Exemple :
le π^0 est un mélange $u\bar{u}$ et $d\bar{d}$ vraiment neutre avec $L=0$ et $S=0$
⇒ $\eta_C(\pi^0) = 1$

Conservation de C

- ▶ L'interaction électromagnétique conserve C :
 - ▶ Désintégration du π^0 : L=0, S=0 et $\eta_C = 1$
 - ▶ $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$: $\eta_C = 1$ et $\eta_C = (-1)^2 \Rightarrow$ OK
 - ▶ $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma$: $\eta_C = 1$ et $\eta_C = (-1)^3$: jamais observée
- ▶ L'interaction forte conserve également C :
processus $p\bar{p}$ avec h=un hadron (B=0)

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + h$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^- + h$$

$$\langle p\bar{p}|T|\pi^+h\rangle = \langle p\bar{p}|C^{-1}CTC^{-1}C|\pi^+h\rangle = \langle \bar{p}p|CTC^{-1}|\pi^-\bar{h}\rangle$$

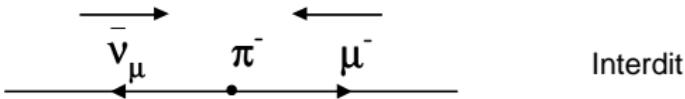
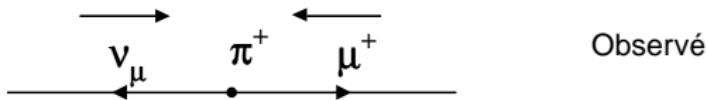
Si T est invariant par C $\Rightarrow CTC^{-1} = T$

$$\langle \bar{p}p|T|\pi^-\bar{h}\rangle = \langle p\bar{p}|T|\pi^+h\rangle$$

On observe le même spectre en énergie pour π^+ et π^-

Violation de C

- ▶ L'interaction faible viole C
- ▶ Rappels :
 - ▶ Un objet est chiral s'il n'est pas superposable à son image dans un miroir
 - ▶ L'hélicité est la projection du spin sur l'impulsion : même sens = hélicité droite, sens opposé = hélicité gauche
 - ▶ Pour des neutrinos de masse nulle, l'hélicité équivaut à la chiralité
- ▶ Seuls des neutrinos gauches et des anti-neutrinos droits ont été expérimentalement observés



La \mathcal{G} -parité

La conservation de la conjugaison de charge ne s'applique qu'à un nombre restreint de système. Exemple :

$$\begin{aligned}\mathcal{C}|\pi^0\rangle &= |\pi^0\rangle \\ \mathcal{C}|\pi^\pm\rangle &\neq \pm|\pi^\mp\rangle\end{aligned}$$

Pour l'interaction forte où la charge électrique ne joue aucun rôle, on ne distingue pas π^0 , π^+ et π^- . On souhaite donc étendre le concept de conjugaison de charge à tous les états d'un même multiplet d'isospin :

$$\mathcal{G} \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} = \eta_G \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$$

on définit donc un nouvel opérateur \mathcal{G} :

$$\mathcal{G} = \mathcal{C} \exp^{i\pi I_2}$$

qui est la combinaison de la conjugaison de charge et d'une rotation de π autour du 2ème axe dans l'espace d'isospin.

- ▶ L'interaction forte est invariante par \mathcal{G}
- ▶ L'interaction faible est insensible à l'isospin, mais viole C : donc elle viole \mathcal{G}
- ▶ L'interaction électromagnétique respecte C , mais n'est pas invariante par rotation d'isospin : elle viole également \mathcal{G}

exercice : Montrer que $\mathcal{G}|\pi^0\rangle = -|\pi^0\rangle$ et $\mathcal{G}|\pi^\pm\rangle = -|\pi^\pm\rangle$

Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

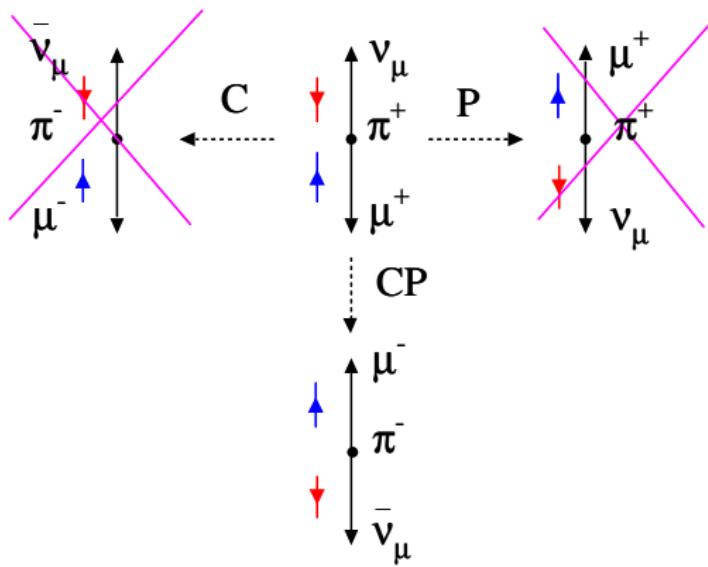
Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

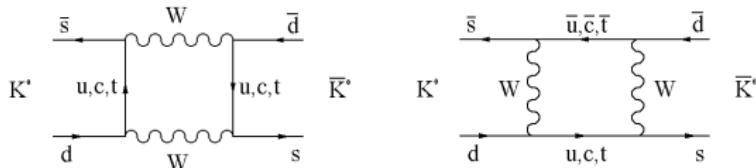
Conservation de \mathcal{CP} ?



- ▶ Pas de neutrino droit ni d'anti-neutrino gauche :
Aucune des désintégrations transformées par \mathcal{P} ou \mathcal{C} n'est possible
- ▶ **Par contre, celle par transformation \mathcal{CP} existe !**
- ▶ Jusqu'en 1964, on a cru que la symétrie \mathcal{CP} était conservée...

Violation de \mathcal{CP} dans les interactions faibles

- ▶ En 1964, une expérience sur les kaons neutres (K^0 et \bar{K}^0) montre une violation de très faible amplitude de \mathcal{CP} dans les interactions faibles



- ▶ Ce sera le sujet d'un des papiers étudiés
- ▶ Conséquences de la violation de \mathcal{CP} :

Permet une différenciation absolue de la matière et de l'antimatière
Peut expliquer l'origine de l'asymétrie matière-antimatière de notre univers

Violation de CP dans les interactions faibles

- En 1964, expérience de J.H. Christensen, J. Cronin, V. Fitch et R. Turlay
- Les kaons (mésons) ont une parité négative :

$$\mathcal{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad \text{et} \quad \mathcal{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

et, \bar{K}^0 est l'antiparticule de K^0 :

$$\mathcal{C}|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad \text{et} \quad \mathcal{C}|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

- En combinant les 2 symétries, on obtient :

$$\mathcal{CP}|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad \text{et} \quad \mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

- Les états propres de \mathcal{CP} sont donc :

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad \text{avec} \quad \eta_{CP} = 1$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad \text{avec} \quad \eta_{CP} = -1$$

- Si \mathcal{CP} est conservée dans les désintégrations de ces kaons par interaction faible, K_1^0 et K_2^0 se désintègreraient en 2 pions ($\eta_{CP} = 1$) et 3 pions ($\eta_{CP} = -1$) respectivement

Violation de CP dans les interactions faibles

- ▶ Ces 2 états K_1^0 et K_2^0 ont des durées de vie différentes :

$$\tau_1 = 0,892 \pm 0,002 \times 10^{-10} \text{ s} \quad \text{et} \quad \tau_2 = 5,18 \pm 0.04 \times 10^{-8} \text{ s}$$

- ▶ On produit par interaction forte des kaons, et si on attend un temps très supérieur à τ_1 , on obtient un faisceau ne contenant que des particules K_2^0
- ▶ Si CP est conservée, la seule désintégration permise est en 3 pions
- ▶ Cette expérience de 1964 a montré que la désintégration en 2 pions se produit avec une probabilité très faible, mais non nulle \Rightarrow violation de CP dans les interactions faibles
- ▶ Les états propres d'interaction faible ne sont pas K_1^0 et K_2^0 mais un mélange de ces 2 états :

$$\begin{aligned}|K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(|K_1^0\rangle - \epsilon |\bar{K}_2^0\rangle) \\ |K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(\epsilon |K_1^0\rangle + |\bar{K}_2^0\rangle) \\ \epsilon &= 2,284 \pm 0,014 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

Le renversement du temps

- ▶ C'est l'analogue temporel de la réflexion dans l'espace :

$$\begin{aligned} t &\rightarrow t' = -t \\ x &\rightarrow x' = x \\ \vec{p} &\rightarrow -\vec{p} \\ \vec{L} &\rightarrow -\vec{L} \\ \vec{S} &\rightarrow -\vec{S} \end{aligned}$$

- ▶ Définition de l'opérateur renversement du temps \mathcal{T} :

$$\psi(t, x) \rightarrow \psi'(t, x) = \mathcal{T}\psi(t, x) = \psi(-t, x)$$

- ▶ \mathcal{T} est anti-unitaire :

En effet, après renversement du temps, la relation de commutation $[x_i, p_j] = i\delta_{ij}$ devient $[x_i, p_j] = -i\delta_{ij}$

- ▶ En conséquence : pas de valeurs propres, et pas de quantité physique mesurable associée à cet opérateur
- ▶ On ne peut pas utiliser l'existence de modes de désintégrations interdits pour tester la violation de l'invariance par rapport à \mathcal{T}

Le renversement du temps

- ▶ Invariance par \mathcal{T} en mécanique quantique :

$$\begin{aligned}\mathcal{T}|\alpha> &= |\alpha>^T \quad \text{et} \quad \mathcal{T}|\beta> = |\beta>^T \\ <\alpha|\beta>^T &= <\beta|\alpha> = <\beta|\alpha>^* \\ <\alpha|\mathcal{T}^\dagger\mathcal{T}|\beta> &= <\beta|\alpha>^*\end{aligned}$$

- ▶ De manière générale :

$$\begin{aligned}|i> &= |\alpha_i, \vec{p}_i, m_i> \text{ etat initial} \\ |f> &= |\alpha_f, \vec{p}_f, m_f> \text{ etat final}\end{aligned}$$

avec \vec{p} l'impulsion, m_i la 3ème composante de spin et α les autres nombres quantiques

- ▶ L'invariance par \mathcal{T} de $< s|M|i>$ est vérifiée si :

$$\begin{aligned}< f|M|i> &= {}^T < i|M|f>^T \\ <\alpha_f, \vec{p}_f, m_f|M|\alpha_i, \vec{p}_i, m_i> &= <\alpha_i, -\vec{p}_i, -m_i|M|\alpha_f, -\vec{p}_f, -m_f>\end{aligned}$$

La balance détaillée (I)

- ▶ Considérons la section efficace différentielle de la réaction $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(12 \rightarrow 34) = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_{34}}{p_{12}} \frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \sum_i \sum_f |M_{fi}|^2$$

avec $\sqrt{s} = E_1 + E_2$ et p_{12} (p_{34}) le moment dans le centre de masse dans l'état initial (final)

- ▶ Et maintenant, la section efficace du processus inverse : $3 + 4 \rightarrow 1 + 2$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(34 \rightarrow 12) = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_{12}}{p_{34}} \frac{1}{(2S_3+1)(2S_4+1)} \sum_i \sum_f |M_{if}|^2$$

- ▶ si la réaction est invariante par \mathcal{T} :

$$\sum_i \sum_f |M_{fi}|^2 = \sum_i \sum_f |M_{if}|^2$$

et on trouve la relation :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(12 \rightarrow 34) = \frac{p_{34}^2}{p_{12}^2} \frac{(2S_3+1)(2S_4+1)}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{d\sigma}{d\Omega}(34 \rightarrow 12)$$

La balance détaillée (II)

- ▶ Application à la réaction : $p + p \rightarrow \pi^+ + d$
- ▶ le spin du proton est $1/2$, celui du deutéron est de 1
- ▶ On obtient :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(pp \rightarrow \pi^+ d) = \frac{p_\pi^2}{p_p^2} \frac{(2S_\pi + 1) \times 3}{2 \times 2} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+ d \rightarrow pp)$$

- ▶ Une mesure expérimentale des sections efficaces permet de déterminer le spin du pion ($S_\pi = 0$)
- ▶ L'application de la balance détaillée a permis de vérifier que les interactions électromagnétiques et fortes sont invariantes par \mathcal{T}

Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

Symétrie CPT

- ▶ Théorème CPT : invariance des interactions sous \mathcal{CPT} (peu importe l'ordre)
- ▶ Toutes les interactions connues actuellement sont invariantes sous cette transformation
- ▶ L'interaction faible viole "légèrement" \mathcal{CP} , et donc \mathcal{T} doit l'être aussi
- ▶ Test direct de la violation de \mathcal{T} :
 - ▶ Moment électrique dipolaire du neutron
 - ▶ Absence de violation de \mathcal{T} : le moment dipolaire du neutron doit être strictement nul
 - ▶ La présence d'un tel moment se manifestera par son interaction avec un champ électrique
 - ▶ Les expériences actuelles donnent une limite sur ce moment :
 $< 2,9 \times 10^{-26} e\text{ cm}$
 - ▶ Le modèle standard prédit $\sim 10^{-31} e\text{ cm}$

Plan

Symétries CPT

Invariance et loi de conservation

La parité

La conjugaison de charge

Symétrie CP

Le renversement du temps

Symétrie CPT

Résumé

Tableau récapitulatif (I)

Quantité conservée ?	Forte	Electromagnétique	Faible
Energie-impulsion	Oui	Oui	Oui
Moment cinétique total J	Oui	Oui	Oui
Charge électrique Q	Oui	Oui	Oui
L_e	Oui	Oui	Oui
L_μ	Oui	Oui	Oui
L_τ	Oui	Oui	Oui
B (baryonique)	Oui	Oui	Oui
I (isospin fort)	Oui		
I_z (isospin fort)	Oui	Oui	
S (strange)	Oui	Oui	
C (charm)	Oui	Oui	
B (bottom)	Oui	Oui	
T (top)	Oui	Oui	
Parité	Oui	Oui	
Renversement du temps	Oui	Oui	
Parité de charge	Oui	Oui	
CPT	Oui	Oui	Oui

Mais attention aux oscillations de neutrinos...

Tableau récapitulatif (II)

- ▶ Résumé pour les symétries discrètes étudiées :

Interaction	C	P	CP	T	CPT
Electromagnétique faible	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
	Non	Non	Faiblement violée	Faiblement violée	Oui
Forte	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui