Particules et Symétries: Partie V

P. Verdier , verdier@ipnl.in2p3.fr

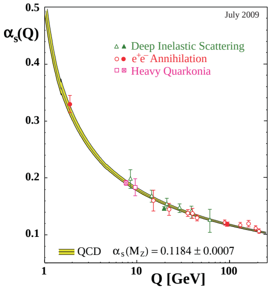
Institut de Physique Nucléaire de Lyon

1er avril 2014

Plan

Introduction

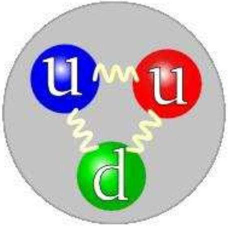
- Rappels sur les constantes de couplage des 3 interactions :
  - Faible : $\alpha_W \sim 10^{-7}$
  - Electromagnétique : $\alpha_{em} = \frac{1}{137}$
  - Forte : $\alpha_s = 0.3$



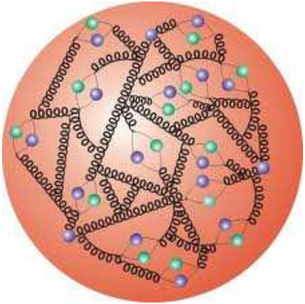
- Les médiateurs de l'interaction forte sont les gluons
- Les quarks et les gluons (partons) portent une charge de couleur et interagissent par interaction forte
- L'intensité de l'interaction forte augmente avec la distance, ce qui conduit au confinement des quarks dans des hadrons (mésons et baryons) qui sont des singlets de couleur
- A courte distance, les quarks et les gluon interagissent librement : c'est la liberté asymptotique

Introduction

- Un proton est un peu plus compliqué qu'un simple état *uud*
- Le proton est constitué de :
  - 3 quarks de valence : *uud*
  - des quarks et anti-quarks de la mer
  - et des gluons



$\Longrightarrow$



Plan

La couleur

- L'observation du baryon Δ^{++} a conduit à l'introduction d'un nouveau nombre quantique : la couleur
- En effet, c'est un baryon avec J=3/2 et 3 quarks de même saveur : violation du principe d'exclusion de Pauli
- Les hadrons sont des états singlet de couleurs
- Le Δ^{++} qui est un état $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ devient :

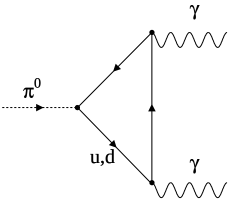
$$
\begin{aligned}
1/\sqrt{6} \quad (\quad & u \uparrow_R u \uparrow_G u \uparrow_B \\
- \quad & u \uparrow_R u \uparrow_B u \uparrow_G \\
+ \quad & u \uparrow_B u \uparrow_R u \uparrow_G \\
- \quad & u \uparrow_B u \uparrow_G u \uparrow_R \\
+ \quad & u \uparrow_G u \uparrow_B u \uparrow_R \\
- \quad & u \uparrow_G u \uparrow_R u \uparrow_B)
\end{aligned}
$$

La couleur

- Le π^0 est un état $1/\sqrt{2}(u\bar{u} - d\bar{d})$
- L'élément de matrice de la désintégration $\pi^0 \to \gamma\gamma$ est de la forme :

$$\mathcal{M} \quad \sim \quad (e_u^2 - e_d^2)N_c$$

où e_u et e_d sont la charge des quarks et $N_c = 3$ est le nombre de couleur



- Le calcul complet de la largeur du π^0 donne :

$$\Gamma(\pi^0 \to \gamma\gamma) \quad = \quad \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{m_\pi^3}{8\pi f_\pi} \left((e_u^2 - e_d^2)N_c\right)^2$$

avec $f_\pi = 93\ MeV$, constante de la désintégration du pion mesurée dans la voie $\pi \to \mu\nu$

- Le facteur N_c provient de la somme sur toutes les couleurs possibles des quarks dans la boucle
- Pour $N_c = 3$, accord avec les mesures expérimentales, alors que $N_c = 1$ conduit à un résultat 9 fois trop petit

Rappels sur SU(3)

- La représentation fondamentale de SU(3) est un triplet d'éléments (ici pour SU(3) de couleur) :

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Les éléments du groupe agissant sur cette représentation sont des matrices 3×3
- On a 8 ($3^2 - 1$) générateurs $T_i = \lambda_i/2$ obéissant à l'algèbre de Lie :

$$[T_a, T_b] = \quad T_a T_b - T_b T_a = \quad 2if_{abc}T_c$$

- avec, f_{abc} coefficients antisymétriques par permutation de n'importe quelle paire d'indices

Rappels SU(3)

- Représentation de Gell-Mann avec 8 matrices unitaires, où les matrices λ sont :

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

QCD et SU(3)

- QCD est donc basée sur une symétrie de jauge locale SU(3) de couleur
- Chaque saveur de quark appartient à la représentation fondamentale (3) et contient un triplet de champs :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$$

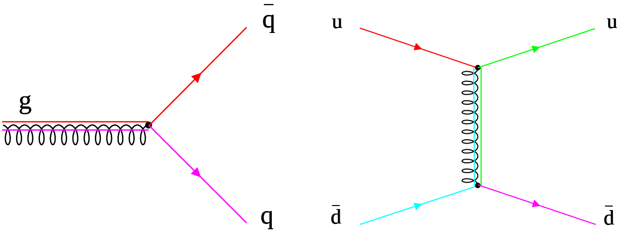
- Les antiquarks sont eux dans la représentation conjuguée ($\bar{3}$) :

$$\bar{\psi} = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1 \\ \bar{\psi}_2 \\ \bar{\psi}_3 \end{pmatrix}$$

La couleur

- 3 couleurs pour les quarks :
  red green blue
- 3 anti-couleurs pour les anti-quarks :
  anti-red anti-green anti-blue

- Les hadrons sont des états singlets de couleur
  - Pour les mésons, états $q\bar{q}$: état couleur/anti-couleur
  - Pour les hadrons, états $qq'q''$: état avec les 3 couleurs différentes
- La force forte (couleur) entre les partons (quarks ou gluons) est due à l'échange de gluon :
  - Les gluons n'ont pas de charge électrique ou de saveur
  - Les gluons portent une charge couleur/anti-couleur'



Les 8 gluons

- On peut donc former 9 états couleur/anti-couleur :

$$\begin{array}{ccc} R\bar{R} & G\bar{R} & B\bar{R} \\ R\bar{G} & G\bar{G} & B\bar{G} \\ R\bar{B} & G\bar{B} & B\bar{B} \end{array}$$

Mais tous ne sont pas des gluons !

- Sur la diagonale, il faut éliminer la combinaison qui forme un singlet de couleur :

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$$

- On a donc déjà 6 gluons : $G\bar{R}$, $B\bar{R}$, $R\bar{G}$, $B\bar{G}$, $R\bar{B}$, $G\bar{B}$
- Et il faut rajouter les 2 gluons suivants :

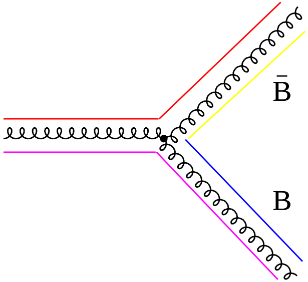
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(R\bar{R} - G\bar{G})$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B})$$

- On peut donc former un octet de gluons

Vertex à 3 gluons

- Comme les gluons portent une charge de couleur, les gluons peuvent se coupler à d'autres gluons. C'est une différence fondamentale entre QCD et QED où le photon ne porte pas de charge électrique
- On peut donc avoir un vertex à 3 gluons :

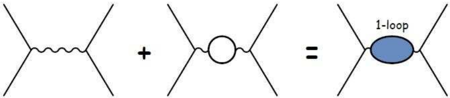


où une paire $B\bar{B}$ est créée au vertex

Plan

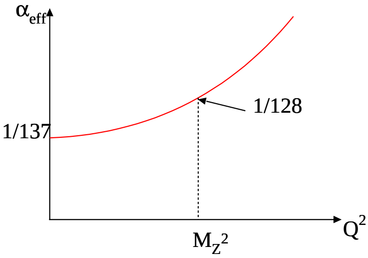
Constante de couplage de QED

$M \sim$

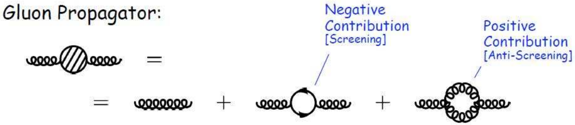


- Evolution de la constante de couplage de QED :

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi}\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$



Constante de couplage de QCD

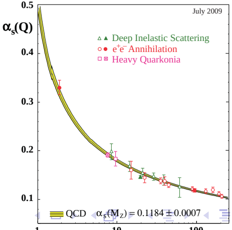


- Evolution de la constante de couplage de QCD :

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2n_f)\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

  où n_f est le nombre de saveurs de quark
- Il faudrait avoir $n_f > 16$, pour que le signe du terme au dénominateur soit le même que celui de QED
- Signe $+$ est seulement possible dans une théorie de jauge non-abélienne

- A faible Q^2 : confinement
- A grand Q^2 : liberté asymptotique

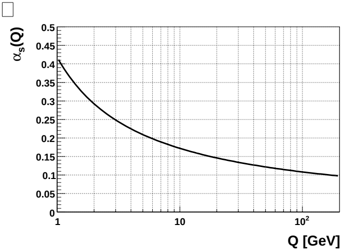


Constante de couplage de QCD

- La constante de couplage α_s devient très importante à faible Q^2
- En dessous d'une certaine valeur, il n'est plus possible d'utiliser la théorie des perturbations
- On appelle Λ_{QCD} l'échelle où la solution perturbative diverge
- $\Lambda_{QCD} \sim 200MeV$
- On peut réécrire $\alpha_s(Q^2)$ comme :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - n_f)\log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)}$$

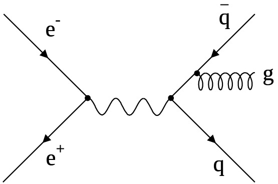
- Avec $n_f = 5$ et $\Lambda_{QCD} \sim 200MeV$



Plan

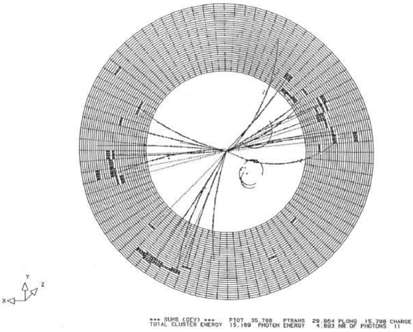
Détermination de α_s

- En collisionneur e^+e^-, on peut utiliser le processus $e^+e^- \longrightarrow q\bar{q}g$ pour mesurer α_s



- Le rapport de ces sections efficaces est proportionnel à α_s :

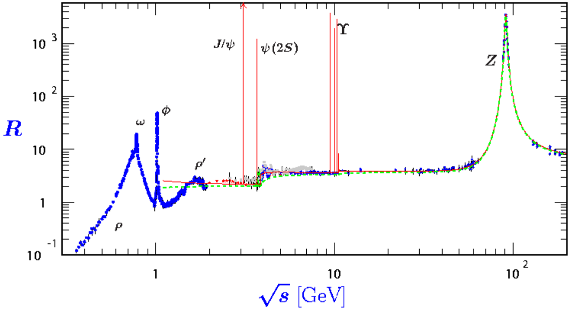
$$\frac{\sigma(e^+e^- \longrightarrow q\bar{q}g)}{\sigma(e^+e^- \longrightarrow q\bar{q})} \quad \sim \quad \alpha_s(s)$$



Détermination de α_S

- On a déjà vu ce rapport R de section efficace :

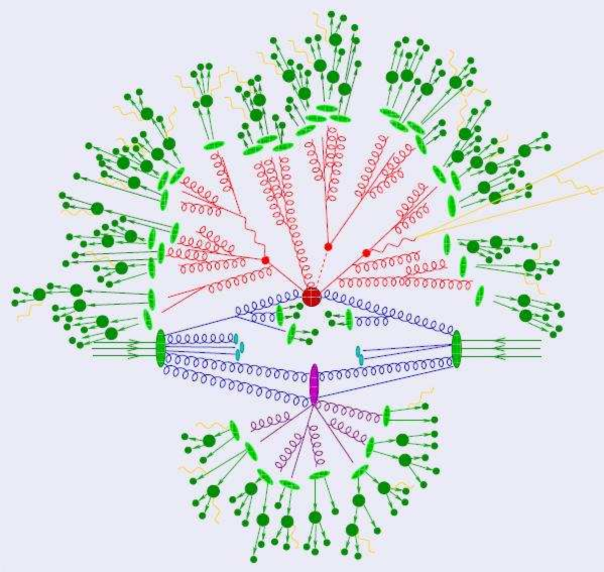
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3\sum_q e_q^2$$



- En incluant les corrections QCD (émission d'un gluon et boucle gluon virtuel), ce rapport devient :

$$R = 3\sum_q e_q^2 \left[1 + \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi}\right]$$

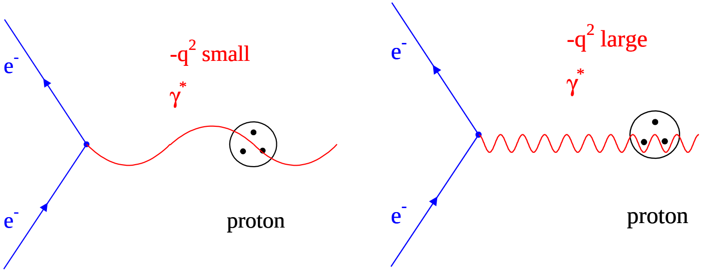
Production de jets



Plan

Structure du proton

- Considérons la diffusion electron-proton
- Le proton (p) sera vu de manière totalement différente si la longueur d'onde de la sonde (e) est grande ou petite
- A faible $-q^2$: diffusion élastique, on ne mesure que la taille du proton
- A grand $-q^2$: diffusion profondément inélastique (DIS), on observe les quarks qui constituent le proton à condition que $\lambda \ \sim 1/\sqrt{-q^2} \ll 1 \ fm$

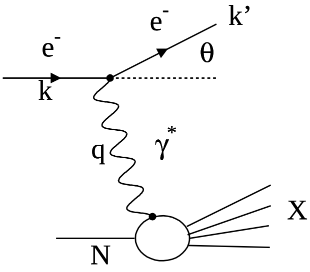


Structure des hadrons

- Les hadrons ne sont pas des particules élémentaires
- L'étude des processus de diffusion à haute énergie ont permis d'étudier les composants de ces hadrons : les quarks et les gluons
- Diffusion profondément inélastique :

$$e^- N \to e^- X$$

Un photon virtuel émis par l'électron est absorbé par le nucléon qui se casse en plusieurs hadrons.



Structure des hadrons

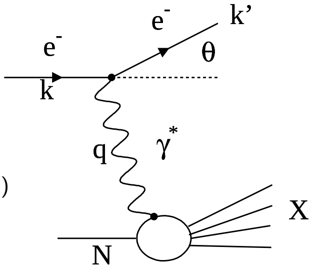
- Plusieurs expériences ont été effectuées depuis 1970 à SLAC, au CERN, à Fermilab et à DESY
- Expériences sur cible fixe, puis avec HERA le collisionneur e-p de DESY

SLAC	$E(e^-) \sim$ qq GeV	N repos	$\sqrt{s} \sim 5$ GeV
CERN	$E(\mu) \sim 100$ GeV	N repos	$\sqrt{s} \sim 15$ GeV
FERMILAB	$E(\mu) \sim 300$ GeV	N repos	$\sqrt{s} \sim 25$ GeV
DESY	$E(e^-) = 27.5$ GeV	$E_p = 820$ GeV	$\sqrt{s} \sim 300$ GeV

Diffusion profondément inélastique

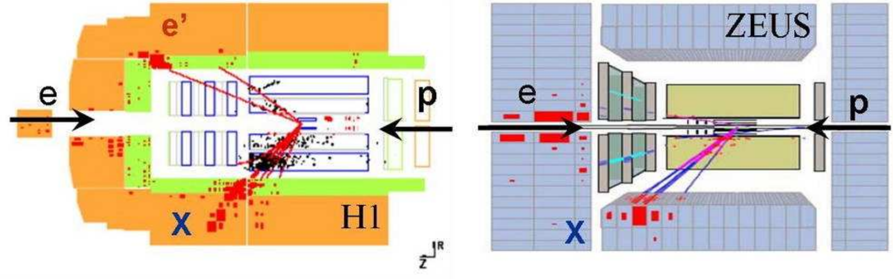
- Dans le référentiel du laboratoire, on a les 4-impulsions suivantes :

Nucléon N	$P = (M, 0, 0, 0)$
e^- entrant	$k = (E, 0, 0, E)$, avec $E \gg m_e$
e^- sortant	$k' = (E', E' \sin\theta, 0, E' \cos\theta)$
photon virtuel	$q = (E - E', -E' \sin\theta, 0, E - E' \cos\theta)$



- θ est l'angle de diffusion du lepton
- Et on définit :
  - $\nu = E - E'$
  - $Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$
  - $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$, la variable de Bjorken
  - $y = 1 - \frac{E}{E'}$

DIS à HERA



Section efficace DIS

- Si le proton était une particule ponctuelle, la diffusion entre un électron et un proton serait élastique et la section efficace de cette diffusion serait :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cos^2\theta/2$$
$$= \frac{e_p^2\alpha^2 E'^2}{q^4}\cos^2\theta/2$$

- Or la section efficace expérimentale indique un comportement caractéristique de l'existence d'une structure ponctuelle au sein du proton

Section efficace DIS

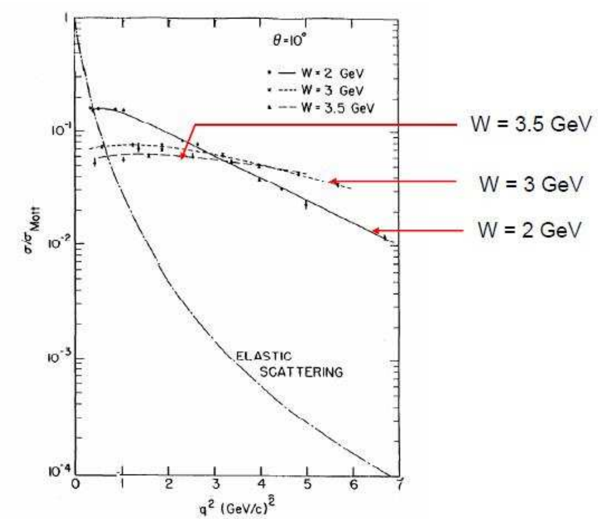
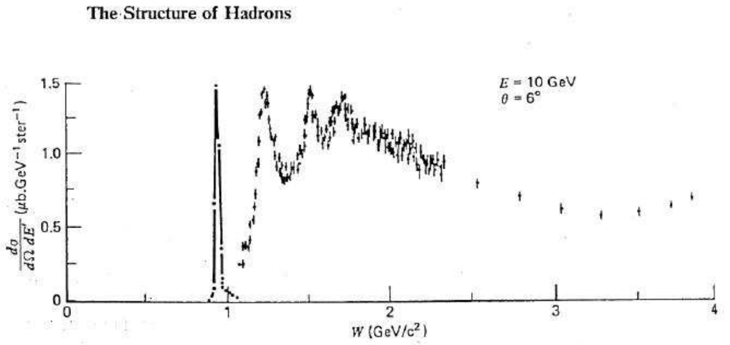


Fig. 1: $(d^2\sigma/d\Omega dE')/\sigma_{Mott}$, in GeV^{-1}, vs. q^2 for W = 2, 3 and 3.5 GeV. The lines drawn through the data are meant to guide the eye. Also shown is the cross section for elastic e-p scattering divided by σ_{Mott}, $(d\sigma/d\Omega)/\sigma_{Mott}$, calculated for $\theta = 10°$, using the dipole form factor. The relatively slow variation with q^2 of the inelastic cross section compared with the elastic cross section is clearly shown.

avec $W^2 = M^2 + 2M(E - E') - 4EE' \sin^2\theta/2$

Section efficace DIS



- Jusqu'à $W = 1,8$ GeV, on observe des résonnances interprétés comme des états excités du proton, de masse invariante W
- Existence d'une structure ponctuelle au sein du proton
- Les constituants du proton furent appelés partons (quarks et gluons)
- Pour $W > 1.8GeV$: plus de résonnance, domaine de la DIS
  diffusion élastique de l'électron sur un parton par échange d'un photon virtuel

Diffusion profondément inélastique

- Pour la collision $\gamma^* N \rightarrow X$, on peut écrire :

$$M_X^2 = (P+q)^2 = M^2 + Q^2 \frac{(1-x)}{x}$$

- Le nucléon étant le plus léger des baryons, ($M_X^2 > M^2$), on a obligatoirement :

$$0 \leq x \leq 1$$

- Le cas x=1 correspond à une diffusion élastique
- La limite profondément inélastique (ou de Bjorken) correspond à la limite où $Q \rightarrow \infty$ et $\nu \rightarrow \infty$ et $x \in]0;1[$

Section efficace DIS

- La section efficace différentielle DIS s'écrit :

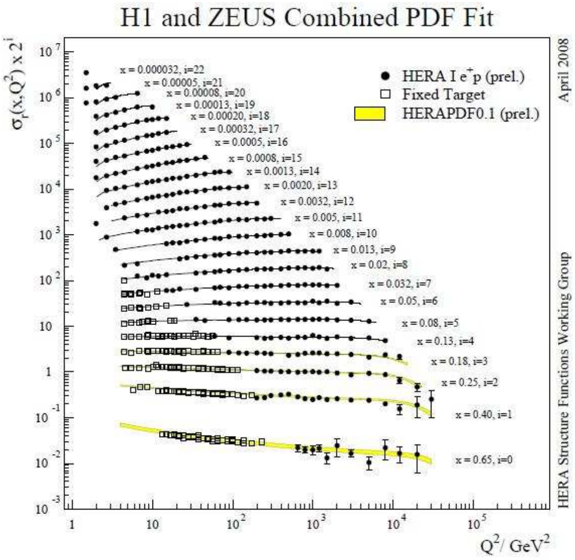
$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^2\theta/2}\left[W_2(Q^2,\nu)\cos^2\theta/2 + 2W_1(Q^2,\nu)\sin^2\theta/2\right]$$

  où $W_2(Q^2,\nu)$ et $W_1(Q^2,\nu)$ sont les fonctions de structure du proton vues par le photon virtuel

- Dans la limite de Bjorken, les fonctions de structure ne dépendent que de x : elles suivent une loi d'échelle

$$\begin{aligned} MW_1(Q^2,\nu) &\rightarrow F_1(x) \\ \nu W_2(Q^2,\nu) &\rightarrow F_2(x) \end{aligned}$$

DIS


H1 and ZEUS Combined PDF Fit
HERA I e+p (prel.)
Fixed Target
HERAPDF0.1 (prel.)
April 2008
HERA Structure Functions Working Group
x = 0.000032, i=22
x = 0.00005, i=21
x = 0.00008, i=20
x = 0.00013, i=19
x = 0.00020, i=18
x = 0.00032, i=17
x = 0.0005, i=16
x = 0.0008, i=15
x = 0.0013, i=14
x = 0.0020, i=13
x = 0.0032, i=12
x = 0.005, i=11
x = 0.008, i=10
x = 0.013, i=9
x = 0.02, i=8
x = 0.032, i=7
x = 0.05, i=6
x = 0.08, i=5
x = 0.13, i=4
x = 0.18, i=3
x = 0.25, i=2
x = 0.40, i=1
x = 0.65, i=0
σr(x,Q2) x 2i
Q2/ GeV2

Modèle des partons

- Dans le modèle des partons développé par Feynman, l'invariance d'échelle a une explication très naturelle
- Les partons sont les constituants du proton :
  il y a des quarks de spin 1/2
  et des gluons de spin 1
- l'électron rentre en collision avec un parton qui porte une fraction x de l'impulsion du proton
- A impulsion élevée, les partons sont "libres" : la collision entre l'électron et un parton ponctuelle n'affecte pas les autres partons.
- (On anticipe qu'en réaliteé, les partons à l'intérieur d'un proton dans le processus DIS ne sont pas complètement libres à cause des gluons : violation de la loi d'échelle)

Modèle des partons

- Reprenons nos fonctions de structure de la section efficace différentielle DIS
- Dans le modèle des partons, on obtient :

$$
\begin{aligned}
MW_1(Q^2,\nu) &\quad\rightarrow\quad F_1(x) = \frac{1}{2x}F_2(x) \\
\nu W_2(Q^2,\nu) &\quad\rightarrow\quad F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x)
\end{aligned}
$$

  où $f_i(x)$ sont des distributions de probabilité pour les quarks et antiquarks dans le proton

- Pour le proton, en ne prenant en compte uniquement les 3 quarks u,d,s :

$$\frac{1}{x}F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2\left[u^p(x)+\bar{u}^p(x)\right] + \left(\frac{1}{3}\right)^2\left[d^p(x)+\bar{d}^p(x)\right] + \left(\frac{1}{3}\right)^2\left[s^p(x)+\bar{s}^p(x)\right]$$

  on a 6 fonctions de structure de quarks

- Même chose pour le neutron (diffusion electron-deuterium) :

$$\frac{1}{x}F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2\left[u^n(x)+\bar{u}^n(x)\right] + \left(\frac{1}{3}\right)^2\left[d^n(x)+\bar{d}^n(x)\right] + \left(\frac{1}{3}\right)^2\left[s^n(x)+\bar{s}^n(x)\right]$$

Modèle des partons

- Il y a autant de quarks de valence u dans le proton que de quark de valence d dans le neutron (et réciproquement) :

$$\begin{aligned} u^p(x) &= d^n(x) = u(x) \\ d^p(x) &= u^n(x) = d(x) \\ s^p(x) &= s^n(x) = s(x) \end{aligned}$$

- Le proton contient également des paires $q\bar{q}$ de la mer provenant du splitting des gluons
- En première approximation, considérons que l'on a la même contribution provenant de paires $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ de la mer, et négligeons les quarks de saveurs plus lourdes. On a donc :

$$\begin{aligned} S(x) &= u_s(x) = \bar{u}_s(x) = d_s(x) = \bar{d}_s(x) = s_s(x) = \bar{s}_s(x) \\ u(x) &= u_v(x) + u_s(x) \\ d(x) &= d_v(x) + d_s(x) \end{aligned}$$

Modèle des partons

- En sommant toutes les contributions des partons, on doit retrouver les nombres quantiques du proton : la charge électrique = 1, le nombre baryonique = 1, l'étrangeté = 0 :

$$\begin{aligned}\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)]\,dx &= 2\\ \int_0^1 \left[d(x) - \bar{d}(x)\right]dx &= 1\\ \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)]\,dx &= 0\end{aligned}$$

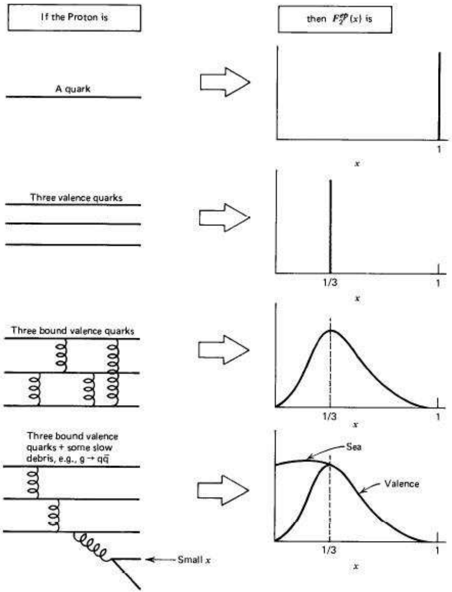
- A partir des relations de la page précédente, on obtient :

$$\begin{aligned}u - \bar{u} &= u - \bar{u}_s = u - u_s = u_v\\ d - \bar{d} &= d - \bar{d}_s = d - d_s = d_v\\ s - \bar{s} &= s_s - \bar{s}_s = 0\end{aligned}$$

- Finalement,

$$\begin{aligned}\frac{1}{x}F_2^{ep}(x) &= \frac{1}{9}\left[4u_v + d_v\right] + \frac{4}{3}S\\ \frac{1}{x}F_2^{en}(x) &= \frac{1}{9}\left[u_v + 4d_v\right] + \frac{4}{3}S\end{aligned}$$

Modèle des partons



Modèle des partons

- Et les gluons ?
- Si on intègre sur les moments de tous les partons, on doit retrouver le moment total p du proton
- En définissant $\epsilon_g = p_g/p$ la fraction de l'impulsion du proton portée par les gluons :

$$\int_0^1 dx \;\; x \left(u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}\right) = 1 - \epsilon_g$$

- Cette contribution des gluons ne peut être obtenue par la sonde électromagnétique (le photon) car le gluon n'a pas de charge électrique
- Expérimentalement, on mesure :

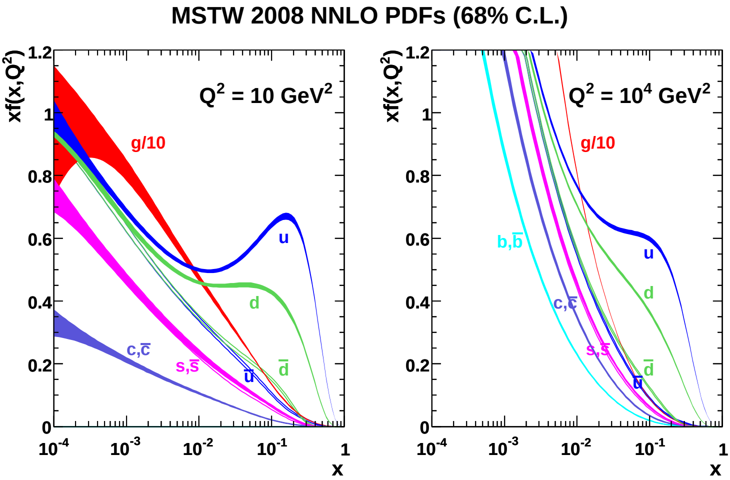
$$\begin{aligned} \int dx F_2^{ep}(x) = \frac{4}{9}\epsilon_u + \frac{1}{9}\epsilon_d \quad &= \quad 0.18 \\ \int dx F_2^{en}(x) = \frac{1}{9}\epsilon_u + \frac{4}{9}\epsilon_d \quad &= \quad 0.12 \end{aligned}$$

  avec $\epsilon_u = \int_0^1 dx \;\; x(u + \bar{u})$
- en négligeant les quarks étranges :

$$\epsilon_g = 1 - \epsilon_u - \epsilon_d$$

$$\epsilon_u = 0.36 \quad \epsilon_d = 0.18 \quad \epsilon_g = 0.46$$

PDFs



MSTW 2008 NNLO PDFs (68% C.L.)
$xf(x,Q^2)$
$Q^2 = 10\ GeV^2$
g/10
u
d
$c,\bar{c}$
$s,\bar{s}$
$\bar{u}$
$\bar{d}$
$Q^2 = 10^4\ GeV^2$
$b,\bar{b}$
x

Collisionneurs