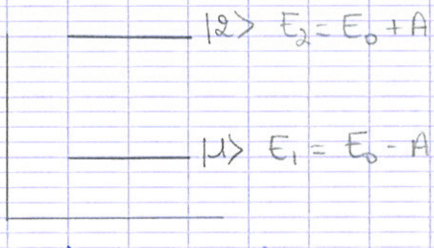
BRUNI Jérémie
BARNES Loïc
REBOUL Benjamin
WEISSERT Aurore
CADOT Pauline

TD 2 - Evolution en temps

Exercice 1 :



On sait que : $\Psi(0) = a_1 |1\rangle + a_2 |2\rangle$, on en déduit donc que $\Psi(t)$ est de la forme : $\Psi(t) = a_1(t) |1\rangle + a_2(t) |2\rangle$.

On montre que $\Psi(0)$ est normé :

$$\langle \Psi(0) | \Psi(0) \rangle = \sum_{ij} a_i^* a_j \langle i | j \rangle = |a_1|^2 + |a_2|^2 = 1.$$

avec $\langle i | j \rangle = \delta_{ij}$

On sait aussi que $\Psi(t)$ obéit à l'équation de Schrödinger, qui est : $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi$

Cette équation nous donne donc :

$$i\hbar \left(\dot{a}_1(t) |1\rangle + \dot{a}_2(t) |2\rangle \right) = E_1 a_1 |1\rangle + E_2 a_2 |2\rangle$$

soit $i\hbar \dot{a}_1(t) |1\rangle = E_1 a_1 |1\rangle$

$i\hbar \dot{a}_2(t) |2\rangle = E_2 a_2 |2\rangle$.

on en déduit donc $a_1(t)$ et $a_2(t)$:

$$a_1(t) = a_1 \exp\left(-i \frac{E_1}{\hbar} t\right) = a_1 \exp\left(-i \frac{(E_0 - A)}{\hbar} t\right)$$

$$a_2(t) = a_2 \exp\left(-i \frac{E_2}{\hbar} t\right) = a_2 \exp\left(-i \frac{(E_0 + A)}{\hbar} t\right)$$