Licence Pro, Physique, Examen d'Octobre 2011

Équation différentielle avec source sinusoïdale

L'évolution de la grandeur $y(t)$ comme fonction de t est régie par l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + 2\,y(t) = \cos(t)\ . \tag{1}$$

1. Donner un exemple de situation physique décrite par une équation de ce type ?
2. On appelle $y_0(t)$ une solution particulière de l'équation (1). Montrer que la solution la plus générale de (1) est de la forme

   $$y(t) = y_0(t) + K\ \exp(-b\,t)\ ,$$

   où b est une constante indépendantes des conditions initiales, que l'on déterminera, et K une constante qui varie d'un cas à l'autre.
3. On cherche une solution particulière $y_0(t) = A\ \cos(t - \phi)$. Déterminer A et ϕ.
4. Trouver la solution de (1) correspondant à $y = 0$ pour $t = 0$. Esquisser le graphe de cette solution.

Énergie d'ionisation par bombardement électronique

On considère la réaction

$$e^- + \mathrm{H} \to p + e^- + e^-\ , \tag{1}$$

par laquelle un électron incident sur de l'Hydrogène (H) arrache l'électron en orbite autour de l'hydrogène, et on cherche à établir le seuil de cette réaction, c'est-à-dire la vitesse minimale que doit posséder l'électron incident.

1. On note m la masse de l'électron. Indiquer les relations entre la vitesse $\boldsymbol{v}_1$, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique K_1 de l'électron incident.
2. Expliquer pourquoi, au seuil de la réaction (1), les trois particules finales ont la même vitesse.
3. En déduire la vitesse minimale de l'électron incident pour que la réaction (1) puisse se produire. On désignera par M la masse du proton et W l'énergie d'ionisation de l'Hydrogène.
4. Calculer cette vitesse avec les valeurs numériques suivantes :
   $m = 9{,}109\,10^{-31}$ kg $\quad M = 1{,}672\,10^{-27}$ kg
   $W = 13{,}6$ eV $= 2{,}18\,10^{-18}$ J
5. Quelle limite simple retrouve-t-on pour cette vitesse minimale dans la limite où le proton est considéré comme infiniment massif ?