

SESSION DE 2007

**concours interne
de recrutement de professeurs agrégés
et concours d'accès à l'échelle de rémunération**

section : sciences physiques

option : physique et chimie

Composition sur la physique
et le traitement automatisé de l'information**Durée : 5 heures**

Calculatrice électronique de poche – y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique -, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

NB : *Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

L'objet du problème est de présenter les aspects classiques d'une nouvelle méthode de mesure « mécanique » de la constante de Planck h .

Dans la partie **A**, après avoir présenté un moyen de réalisation d'un champ magnétique radial dans un plan, on précise les conditions de mesure par pesée, d'une force de Laplace. La partie **B** aborde les conditions d'apparition et de mesure d'une force électromotrice d'induction créée dans un circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire. La partie **C** rassemble ces éléments pour relier h à une masse et à des grandeurs cinématiques. Des questions pédagogiques associées au thème de l'énergie sont proposées au **D**. Enfin, on s'intéresse dans la partie **E** au principe optique de mesure d'un déplacement afin d'illustrer l'une des mesures cinématiques à haute exactitude utiles à l'expérience.

Quatre des cinq parties comprennent le mot « mesure... » dans leur intitulé. Il sera donc tenu le plus grand compte des capacités démontrées par les candidats à prendre en compte, commenter, illustrer, le cas échéant de façon numérique, les aspects expérimentaux.

Les différentes parties sont assez largement indépendantes. Au sein de chacune d'elles, de nombreuses questions le sont également ; d'autres peuvent être résolues en admettant, si besoin, les résultats précédemment donnés dans l'énoncé.

Partie A : Mesure d'une force de Laplace

1. Création d'un champ magnétique radial.

1.1. On considère une bobine circulaire plane C_1 , de centre A. On note Az l'axe perpendiculaire au plan de la bobine en son centre, il est appelé « axe de la bobine ». Cette bobine, dont on néglige l'épaisseur, est composée de n_1 spires jointives de rayon R_1 (figure 1.a). Elle est parcourue par un courant d'intensité constante I_1 . On note $\vec{B}_1(M)$ le champ magnétique créé par C_1 en un point M de l'espace.

a. En présentant avec soin la méthode utilisée, montrer que l'on peut écrire : $\vec{B}_1(M) = B_{1r}(r, z)\vec{e}_r + B_{1z}(r, z)\vec{e}_z$; r et z sont les coordonnées cylindriques d'origine A et d'axe Az et on introduit \vec{e}_z le vecteur unitaire de l'axe Az et

$$\vec{e}_r = \frac{\overrightarrow{HM}}{HM} \text{ où H représente la projection de M sur Az.}$$

b. Montrer que, pour M appartenant à l'axe Az, $\vec{B}_1(M)$ est colinéaire au vecteur \vec{e}_z .

c. Champ sur l'axe : le courant est algébrisé comme l'indique la figure 1.a. et on choisit $I_1 > 0$. Représenter graphiquement l'allure de la variation de $B_{1z}(0, z)$ avec la coordonnée z, pour M vérifiant $\overrightarrow{AM} = z\vec{e}_z$. Le calcul de $B_{1z}(0, z)$ n'est pas demandé.

d. On choisit toujours $I_1 > 0$. Dessiner la carte des lignes du champ magnétique $\vec{B}_1(M)$, dans un plan quelconque contenant l'axe Az. On précise que les lignes de champ magnétique doivent être orientées.

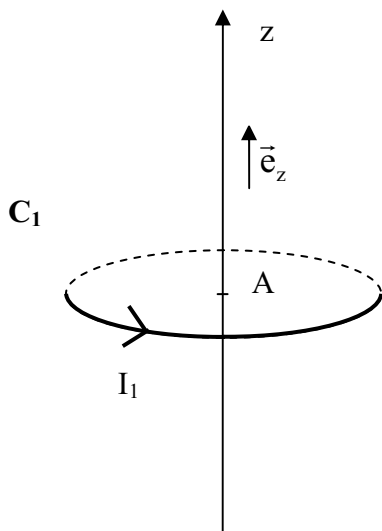


figure 1.a

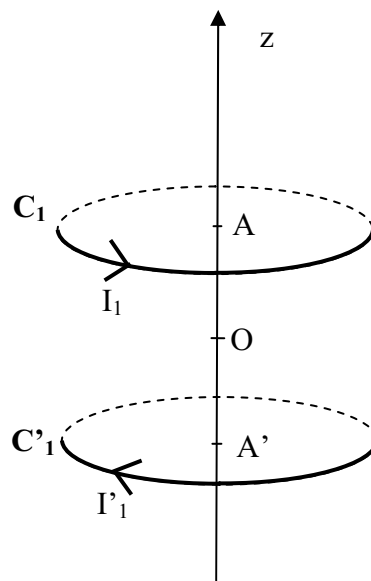


figure 1.b

1.2. On considère une deuxième bobine circulaire plane C'_1 , de centre A' et d'axe $A'z$, identique à la précédente (n_1 spires jointives et de rayon R_1), parcourue par un courant d'intensité constante I'_1 et algébrisé comme l'indique la figure 1.b. On impose $I'_1 = I_1$. Les deux bobines C_1 et C'_1 sont placées perpendiculairement au même axe $A'Az$. O est le milieu du segment AA' ; on note $\overline{OA} = -\overline{OA'} = a\vec{e}_z$ ($a > 0$) (figure 1.b). On suppose que r et z sont les coordonnées cylindriques d'origine O et d'axe Oz . On note $\vec{B}_0(M)$ le champ magnétique créé en un point M par la superposition des contributions des deux bobines. On suppose $I_1 > 0$. Les deux bobines C_1 et C'_1 sont donc parcourues par des courants de sens opposés.

- a. Montrer que l'on peut écrire pour tout point M , comme au **1.1.a.** de cette partie : $\vec{B}_0(M) = B_{0r}(r, z)\vec{e}_r + B_{0z}(r, z)\vec{e}_z$. Etablir que $\vec{B}_0(O) = \vec{0}$.
- b. Soit (Q_m) le plan médian des bobines (plan perpendiculaire à Oz en O). Montrer que, dans le plan (Q_m) , le champ magnétique \vec{B}_0 est « radial ».
- c. Dessiner soigneusement la carte des lignes du champ magnétique \vec{B}_0 , dans un plan quelconque contenant l'axe Oz . On considère toujours $I_1 > 0$. Examiner en particulier l'allure des lignes de champ, au voisinage du point O et du plan (Q_m) . On rappelle que les lignes de champ magnétique doivent être orientées.
- d. Champ dans le plan (Q_m) : représenter graphiquement l'allure des variations de $B_{0r}(r, 0)$ avec la coordonnée r , pour un point M du plan (Q_m) vérifiant $\overline{OM} = r\vec{e}_r$; le calcul de $B_{0r}(r, 0)$ n'est pas demandé. Justifier en particulier que le module de $B_{0r}(r, 0)$ présente un maximum B_{0max} , pour une certaine valeur de r notée R_{max} ; on ne demande de déterminer ni B_{0max} ni R_{max} .

2. Force de Laplace.

On considère dans cette question un circuit électrique S composé d'une spire circulaire plane de centre C , de rayon R , et d'axe CZ . Il est parcouru par un courant d'intensité I maintenu constant et supposé positif ; l'algébrisation du courant est précisée sur la figure 2.

- 2.1.** Ce circuit S est placé dans un plan horizontal (Q_m) de centre O , où règne un champ magnétique \vec{B}_0 « radial » de centre O , c'est-à-dire un champ vérifiant, en tout point M du plan : $\vec{B}_0(M) = B_{0r}(r, 0)\vec{e}_r$ où $r = OM$ et $\overline{OM} = r\vec{e}_r$ (C'est, par exemple mais pas nécessairement, le champ créé dans leur plan médiateur par l'ensemble des deux bobines étudié au **1.2.** de cette partie). La spire S est centrée en faisant coïncider les points C et O . L'axe CZ , de vecteur unitaire $\vec{e}_z = \vec{e}_z$, est aligné sur l'axe Oz orthogonal en O au plan (Q_m) : **les coordonnées Z et z sont confondues ; l'axe commun est, de plus, orienté selon la verticale ascendante.**

- a. Soit P un point particulier de la spire S, et \overrightarrow{dOP} un élément de circuit situé en P. Donner l'expression de la force de Laplace élémentaire exercée par le champ \vec{B}_0 sur l'élément \overrightarrow{dOP} .
- b. En déduire que la spire S est soumise à une force de Laplace verticale \vec{F}_L dont on donnera l'expression vectorielle en fonction de R, $B_{0r}(R,0)$, I et \vec{e}_z .
- c. On suppose, pour tout r, $B_{0r}(r,0) < 0$. Quelle est alors l'orientation de la force \vec{F}_L ?

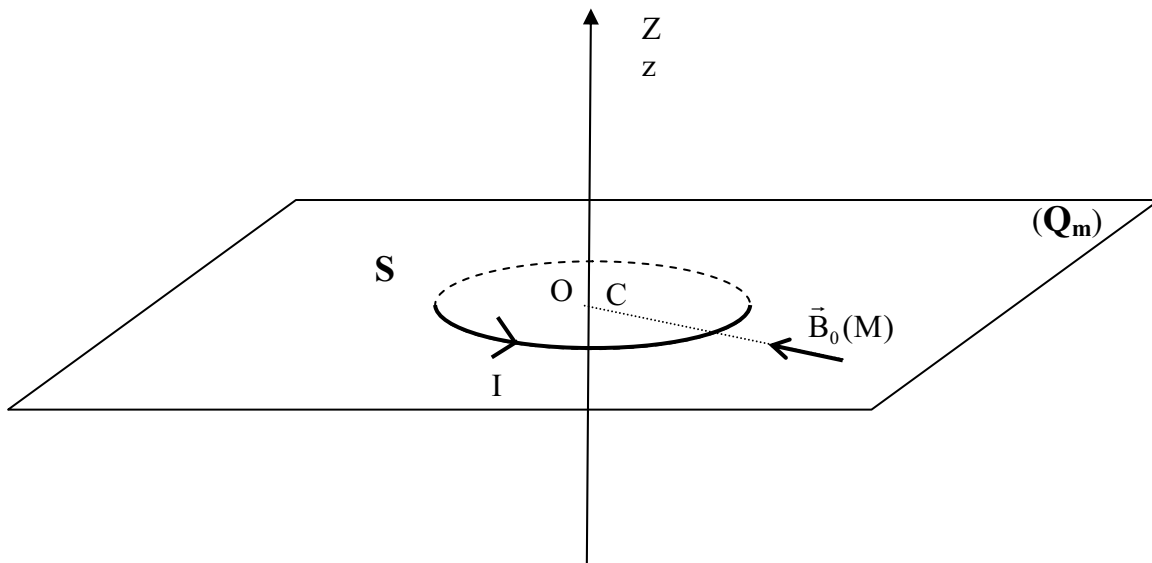


figure 2

2.2. Pour mesurer la force ci-dessus, on suspend le circuit en dessous de l'un des plateaux d'une balance à fléau symétrique. Lorsque $I = 0$, l'équilibre est assuré par une tare placée sur l'autre plateau. Pour un courant I différent de 0, l'équilibre est rétabli en plaçant sur le plateau situé au-dessus de S une masse m_L . On se placera dans le cas où le champ magnétique dans le plan (Q_m) est radial et dirigé vers O, c'est-à-dire que $B_{0r}(r,0) < 0$.

- a. Proposer un schéma de principe annoté du dispositif expérimental décrit ci-dessus.
- b. Montrer que m_L doit satisfaire l'équation [1] :

$$m_L = -\frac{2 \pi R I B_{0r}(R,0)}{g} \quad [1]$$

où g désigne le module de l'accélération de la pesanteur.

- c. *Application numérique* : $R = 10,0 \text{ cm}$, $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $B_{0r}(R,0) = -0,90 \text{ T}$, $I = 8,70 \text{ A}$. Déterminer m_L .

2.3. Il est possible de généraliser l'expression [1] lorsque le circuit S n'est plus une simple spire plane mais un circuit fermé filiforme parcouru par un courant d'intensité I , et que la carte des lignes de champ de \vec{B}_0 est quelconque.

a. Donner l'expression de la force de Laplace exercée par le champ \vec{B}_0 sur le circuit S sous la forme d'une intégrale curviligne le long de S .

b. Un système mécanique, non détaillé ici, permet de compenser les forces exercées perpendiculairement à la verticale \vec{e}_z . On suppose de plus que le point d'application de la force de Laplace est à la verticale du centre de masse de la masse m_L . Exprimer m_L . On appelle [1'] l'équation obtenue.

2.4. On considère à nouveau le cas où S est une spire circulaire plane horizontale dans la configuration de la question **2.1.** de la partie A. La géométrie du champ magnétique \vec{B}_0 est identique à celle décrite dans la question **1.2.** de cette partie.

a. Le passage prolongé du courant I maintenu constant peut contribuer à augmenter la valeur du rayon R . Expliquer pourquoi.

b. Lorsque R augmente d'une petite quantité dR , établir l'expression de la variation dF_{Lz} de la composante, notée F_{Lz} , suivant z de la force de Laplace en fonction notamment de $B_{0r}(R,0)$ et de $\frac{\partial B_{0r}}{\partial r}(R,0)$. La situation et la géométrie de S , hormis R , restent inchangées.

c. Rappeler la propriété fondamentale du champ magnétique relative à son flux et donner l'équation locale qui traduit cette propriété.

d. Montrer qu'on peut exprimer $\frac{dF_{Lz}}{dR}$ en fonction de I , R et de la dérivée partielle par rapport à z de la composante verticale du champ, prise en un point du plan (\mathbf{Q}_m)

vérifiant $r = R$. En déduire que : $\frac{1}{F_{Lz}} \frac{dF_{Lz}}{dR} = -\frac{1}{B_{0r}(R,0)} \frac{\partial B_{0z}}{\partial z}(R,0)$. On rappelle

qu'en coordonnées cylindriques, la divergence d'un champ de vecteur \vec{B} s'écrit :

$$\text{div}(\vec{B}) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial z}.$$

e. En considérant notamment la carte du champ donnée au **1.2.c.** de la partie A, peut-on prévoir le signe de la variation relative de F_{Lz} avec R ? Commenter. Exprimer $\frac{1}{F_{Lz}} \frac{dF_{Lz}}{dR}$ lorsqu'on fait le choix particulier $R = R_{\max}$, identifié au **1.2.d.** de cette partie.

Partie B : Mesure d'une force électromotrice d'induction

Lorsqu'un circuit conducteur est déplacé dans une région de l'espace où règne un champ magnétique, une force électromotrice (f.é.m.) peut être induite dans le circuit. La détermination d'une telle f.é.m. pour un champ radial est étudiée dans le paragraphe 2., partie qui peut être abordée directement. Au 1., on se propose d'analyser le phénomène d'induction, en étudiant le mouvement d'une charge, puis celui d'une barre conductrice, dans un champ magnétique.

1. Mouvements dans un champ magnétique uniforme et stationnaire.

1.1. Particule : on considère dans cette question une particule portant une charge électrique q , assimilée à un point matériel de masse m_q . Cette particule est susceptible de se déplacer dans l'espace. On repère sa position à l'aide de ses coordonnées x, y, z dans un repère galiléen orthonormé d'origine O et de vecteurs unitaires $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ suivant les axes Ox, Oy et Oz . L'axe Oz matérialise la verticale ascendante de l'espace. La particule, initialement située dans le demi-espace $z > 0$, sur l'axe Oz , est animée d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_z$, avec $v_0 < 0$. A $t = 0$, elle pénètre dans le demi espace $z < 0$, vide également, mais dans lequel règne un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_u = B_u \vec{e}_x$.

- a. Donner l'expression de la force de Lorentz \vec{F}_B exercée par le champ magnétique sur la particule, en fonction de la vitesse \vec{v} de la particule, de q et du champ \vec{B}_u .
- b. On suppose, dans toute la suite de cette question, qu'on peut négliger l'influence de la force de pesanteur sur la particule. Pourquoi ?
- c. Montrer que, pour $t > 0$ et $z < 0$, la vitesse \vec{v} reste de norme constante égale à $|v_0|$.
- d. Montrer que, pour $t > 0$ et $z < 0$, le mouvement a lieu dans un plan orthogonal à \vec{B}_u .
- e. En déduire que le mouvement, pour $t > 0$ et $z < 0$, s'effectue selon une trajectoire portée par un cercle de rayon R_u . Exprimer R_u .

1.2. Barre rigide : on considère une barre conductrice QQ' , rigide, filiforme et de section négligeable, de centre Q_0 , de longueur 2ℓ . Cette barre est maintenue parallèle à l'axe Oy par un système de guidage. Durant toute l'étude, y compris dans la zone où règne un champ magnétique, la barre a un mouvement de translation rectiligne uniforme avec une vitesse constante $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_z$, avec $v_0 < 0$; son centre Q_0 est astreint à se déplacer dans le vide le long de l'axe Oz . A $t = 0$, la barre pénètre dans le demi espace $z < 0$, vide également, mais dans lequel règne un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_u = B_u \vec{e}_x$ (figure 3).

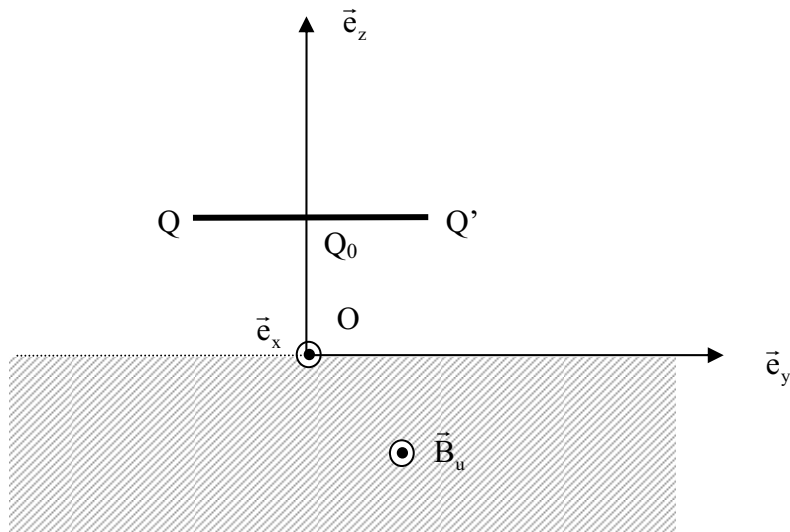


figure 3

Pour $t > 0$, on suppose que le régime est permanent, qu'aucun courant ne circule dans la barre et que la conduction dans la barre est assurée par des électrons, de masse m_e et de charge $q = -e$.

- a. Expliquez qualitativement l'apparition d'un champ électrique dont l'action sur les porteurs de charge compense exactement celle de la force magnétique.
- b. En utilisant la notion de champ électromoteur, montrer qu'il existe entre les extrémités Q et Q' de la barre une différence de potentiel $V_H = V(Q) - V(Q')$ que l'on exprimera en fonction de v_0 , B_u et ℓ . Pourrait-on prévoir le signe de V_H par l'analyse qualitative de la question précédente ?

2. Force électromotrice.

On considère dans cette question, comme dans la question 2. de la partie A, un circuit électrique S composé d'une spire circulaire plane indéformable, conductrice, de centre C, de rayon R, et d'axe CZ. Ce circuit est ouvert, et possède deux bornes A_1 et A_2 infiniment proches l'une de l'autre (figure 4).

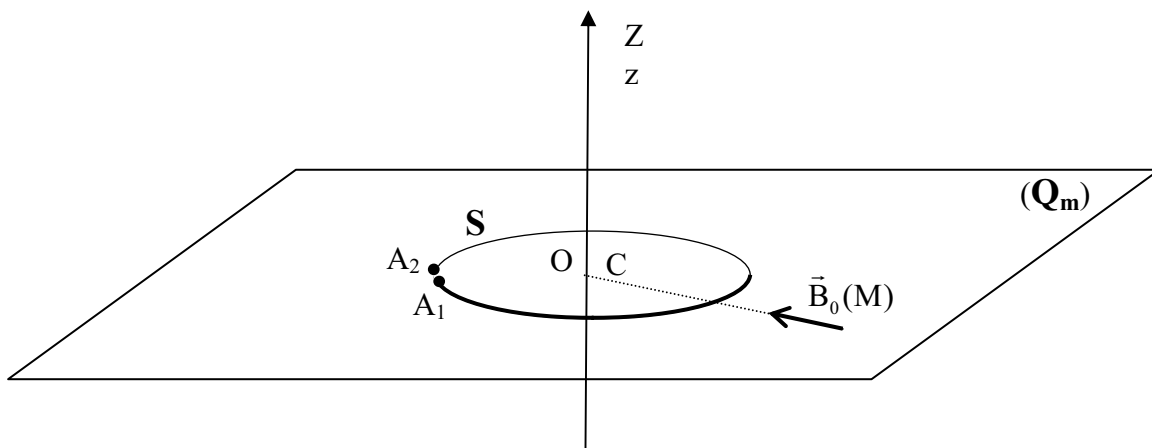


figure 4

2.1. Ce circuit S est placé, à l'instant $t = 0$, dans le plan horizontal (\mathbf{Q}_m) passant par O , dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B}_0 « radial » de centre O , c'est-à-dire un champ vérifiant, en tout point M du plan : $\vec{B}_0(M) = B_{0r}(r,0)\vec{e}_r$ où $r = OM$ et $\vec{OM} = r\vec{e}_r$ (C'est, par exemple, le champ créé dans leur plan médiateur par l'ensemble des deux bobines étudié au **1.2.** de la partie A). La spire S est centrée en faisant coïncider les points C et O . L'axe CZ , de vecteur unitaire $\vec{e}_z = \vec{e}_z$, est aligné sur l'axe Oz orthogonal en O au plan (\mathbf{Q}_m) : **les coordonnées Z et z sont confondues ; l'axe commun est, de plus, orienté selon la verticale ascendante.** A $t = 0$, le point C est animé d'une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_z$, avec $v_0 < 0$.

a. Montrer qu'il apparaît à $t = 0$ dans S une différence de potentiel électrique $U_S = V(A_1) - V(A_2)$ entre les deux bornes A_1 et A_2 .

b. Montrer que U_S vérifie l'équation [2] :

$$U_S = -2\pi R B_{0r}(R,0) v_0 \quad [2]$$

c. *Application numérique* : $R = 10,0$ cm, $B_{0r}(R,0) = -0,90$ T, $v_0 = -12,0$ mm/s. Déterminer la valeur absolue de U_S .

2.2. Il est possible de généraliser l'expression [2] lorsque le circuit filiforme ouvert S n'est plus une spire plane, et que la carte des lignes de champ de \vec{B}_0 est quelconque. Donner l'expression de U_S sous la forme d'une intégrale curviligne le long de S . On appellera [2'] l'équation obtenue.

2.3. On considère à nouveau le cas où S est une spire circulaire plane horizontale. Divers phénomènes peuvent contribuer à augmenter la valeur du rayon R . La géométrie du champ magnétique \vec{B}_0 est identique à celle décrite dans la question **1.2.** de la partie A.

a. Lorsque R augmente d'une petite quantité dR , exprimer la variation dU_S de la différence de potentiel électrique U_S , en fonction notamment de $B_{0r}(R,0)$ et de $\frac{\partial B_{0r}}{\partial r}(R,0)$, la situation et la géométrie de S , hormis R , restent inchangées.

b. En s'aidant des résultats de la question **2.4.** de la partie A, établir que $\frac{1}{U_S} \frac{dU_S}{dR} = -\frac{1}{B_{0r}(R,0)} \frac{\partial B_{0z}}{\partial z}(R,0)$. Commenter.

Partie C : Mesure de la constante de Planck

Le même circuit **S** est successivement placé dans les deux situations étudiées dans les parties A et B. Dans la phase statique, on mesure donc la masse m_L permettant de satisfaire l'équation [1] du 2. de la partie A ; dans la phase dynamique on mesure la différence de potentiel U_S induite par le mouvement, satisfaisant l'équation [2] du 2. de la partie B.

1. On suppose que ni la géométrie de **S** ni la carte du champ magnétique \vec{B}_0 n'ont évolué entre les deux expériences.

1.1. Montrer que, dans ces conditions, on peut écrire :

$$|U_S I| = |m_L g v_0| \quad [3]$$

- 1.2. Quelle est la dimension des différents termes de l'équation [3] ci-dessus ? A quels domaines de la physique appartiennent-ils ?
2. On dispose aujourd'hui d'étalons électriques d'origine quantique extrêmement stables et reproductibles :
 - étalons de tension basés sur l'effet Josephson, qui permet, moyennant la mesure d'une fréquence ν_{hf} située dans le domaine des hyperfréquences, de relier une tension quelconque à un multiple entier de $\frac{h}{2e} \nu_{hf}$ où h est la constante de Planck et e la valeur absolue de la charge de l'électron ;
 - étalons de résistance basés sur l'effet Hall quantique, qui permet de relier une résistance quelconque à un sous-multiple entier de $\frac{h}{e^2}$.

2.1. A quelle partie du spectre des ondes électromagnétiques le domaine dit « des hyperfréquences » correspond-il ? Indiquer, en fréquences et en longueurs d'onde, les ordres de grandeur correspondants.

2.2. Après avoir donné les expressions traduisant les mesures de U_S et I utilisant les étalons électriques d'origine quantique, montrer que la relation [3] conduit à :

$$h = \frac{|m_L g v_0|}{K \nu_{hf} \nu'_{hf}}, \text{ où } K \text{ est une constante numérique pouvant être déterminée, et } \nu_{hf} \text{ et } \nu'_{hf}$$

deux fréquences à mesurer lors de mesures de tensions.

2.3. Ainsi, la détermination de la constante de Planck h fait intervenir la mesure d'une masse, et des mesures de grandeurs cinématiques : fréquence, vitesse, accélération... Quel est l'ordre de grandeur de la meilleure incertitude relative avec laquelle de telles quantités peuvent aujourd'hui être déterminées ?

3. Généralisation à un circuit **S** rigide, de forme géométrique quelconque. On se place dans le cas étudié au 2.3. de la partie A et au 2.2. de la partie B. En utilisant les expressions intégrales [1'] et [2'] trouvées respectivement dans les parties A et B, montrer que la relation [3] de la partie C reste satisfaite.

Partie D : Le concept d'énergie

On se propose dans cette partie d'aborder quelques activités d'ordre pédagogique en lien avec le thème de l'« énergie », à divers niveaux de formation.

1. Le programme de physique, enseignement obligatoire, des classes de terminale, série scientifique, évoque dans plusieurs domaines la notion d'énergie.

1.1. Dans la partie, jointe en annexe, sur la « Propagation d'une onde ; ondes progressives », le programme énonce l'une des propriétés des ondes mécaniques progressives sous la forme suivante : « - la perturbation se transmet de proche en proche ; transfert d'énergie sans transport de matière ». Construire une réponse argumentée faite à un élève de terminale qui, en fin d'année scolaire, s'interroge sur la nature physique de l'énergie qui se transfère. On s'appuiera sur l'un des deux exemples suivants : la corde ou les ondes sonores.

1.2. L'extrait du programme sur les aspects énergétiques de la partie sur l'« Évolution temporelle des systèmes mécaniques » est joint en annexe.

a. Établir, comme vous le feriez devant des élèves de TS, les expressions de l'énergie mécanique d'un système solide-ressort et de celle d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme. Vous ajouterez les commentaires de nature physique que vous feriez noter aux élèves.

b. *Étude expérimentale* : dans le cas du système « solide-ressort » :

- décrire, avec précision, un système expérimental utilisable en travaux pratiques avec les élèves de TS permettant l'enregistrement des oscillations.
- présenter les principales étapes d'une exploitation de cet enregistrement visant à étudier : les transferts d'énergie et la conservation ou non conservation de l'énergie mécanique.

2. L'extrait du programme de mécanique du point matériel de la voie PCSI des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques sur la notion d'énergie potentielle dans les problèmes à un degré de liberté est donné en annexe. Proposer un exercice d'application illustrant l'intérêt de la notion d'intégrale première de l'énergie. On donnera successivement :

- l'énoncé de l'exercice,
- un corrigé succinct.

Partie E : Mesure d'un déplacement

On étudie dans cette partie une méthode de mesure interférométrique d'un déplacement, mettant en œuvre un interféromètre de Michelson (cette méthode peut être employée, par exemple, pour contrôler la vitesse de déplacement du circuit étudié à la partie B).

Description de l'interféromètre : il est constitué (figure 5) :

- de deux miroirs plans parfaitement réfléchissants M_y et M_z , respectivement placés aux cotes y et z perpendiculairement à ces axes ; M_y est réglable et M_z est susceptible de subir un mouvement de translation.
- d'une lame semi-réfléchissante S_p , supposée infiniment mince qui divise un faisceau incident en deux faisceaux : l'un transmis sans déviation et l'autre réfléchi. On note T le facteur de transmission en intensité et R le facteur de réflexion en intensité. Cette lame est inclinée à 45° par rapport à l'axe Oy .
- d'une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0 placée au foyer objet de la lentille convergente L_1 d'axe optique Oy et d'un détecteur D positionné au foyer image d'une lentille convergente L_2 d'axe optique Oz .

Les éventuels déphasages liés à l'épaisseur des composants optiques et aux différentes réflexions sont supposés compensés par des dispositifs non décrits. L'ensemble est placé dans le vide.

Principe de fonctionnement :

- le faisceau parallèle obtenu à la sortie de la lentille L_1 , qui se propage selon Oy , rencontre la lame semi-réfléchissante S_p . Cette lame le divise en un faisceau transmis et un faisceau réfléchi.
- chacun des faisceaux obtenus est réfléchi par l'un des miroirs M_y ou M_z . Les ondes réfléchies par les miroirs rencontrent à nouveau la lame semi-réfléchissante qui réalise alors une nouvelle division.
- finalement, deux ondes se propagent parallèlement à Oz dans la direction des z décroissants. Le flux lumineux résultant est recueilli à l'aide du détecteur D placé au foyer image de la lentille L_2 .

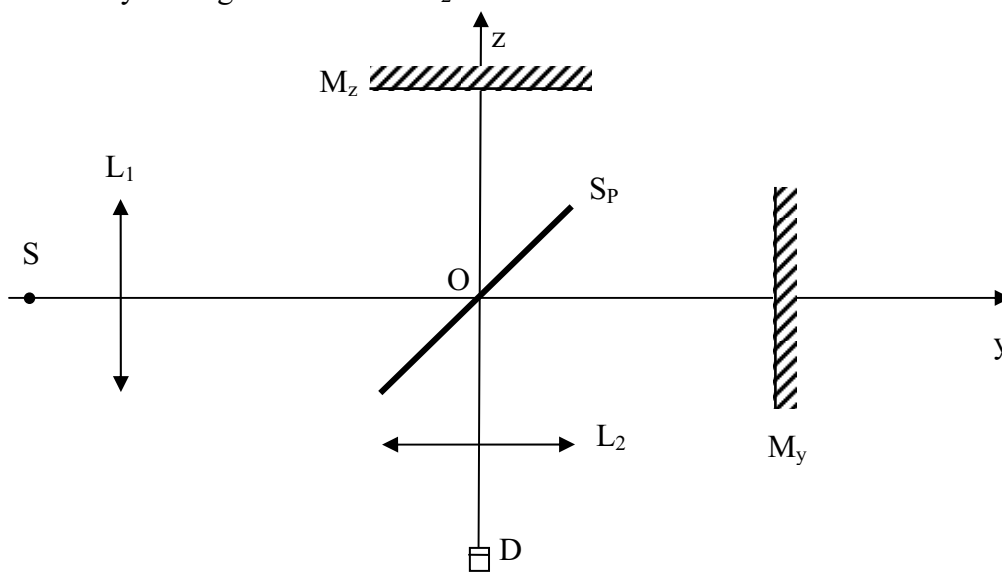


figure 5

1. Interférences lumineuses. On suppose $T = R$.

1.1.

- a. Exprimer la fréquence ν_0 de cette source. (On note c_0 la vitesse de propagation de la lumière dans le vide.)
- b. Représenter sur un dessin la marche des faisceaux qui issus de S arrivent sur le détecteur D en utilisant les deux « voies » de l'interféromètre.
- c. Le système permet ainsi la superposition, en D, d'une onde issue de S ayant subi une réflexion sur M_y et d'une onde issue de S ayant subi une réflexion sur M_z . Ces deux ondes peuvent conduire à l'observation d'un phénomène d'interférence. Pourquoi ?
- d. Soit d_y (respectivement d_z) la longueur du chemin optique parcouru par l'onde qui, partie de S, parvient en D après avoir subi une réflexion sur M_y (respectivement M_z). Exprimer la « différence de marche » $\delta = d_z - d_y$, en fonction de $X = z - y$.
- e. En déduire l'ordre d'interférence p en D, défini par $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$. Que vaut le déphasage en D entre ces deux ondes ?

1.2. Allure de l'interférogramme.

Le détecteur de rayonnement en D est un détecteur quadratique, sensible à l'éclairement lumineux \mathfrak{E} reçu, lui même proportionnel à la valeur moyenne dans le temps du carré de l'amplitude de l'onde lumineuse. L'amplitude en D de l'onde issue de S après réflexion

sur M_y s'écrit $A_y \cos\left(2\pi\nu_0 t - \frac{2\pi}{\lambda_0} d_y\right)$ et celle issue de S après réflexion sur M_z

$A_z \cos\left(2\pi\nu_0 t - \frac{2\pi}{\lambda_0} d_z\right)$. On suppose, sauf indication contraire, que $A_y = A_z$.

- a. Montrer que l'éclairement en D peut s'écrire sous la forme :
$$\mathfrak{E}(X) = \mathfrak{E}_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi X}{\lambda_0}\right)\right)$$
, où \mathfrak{E}_0 est par définition l'éclairement moyen.
- b. Représenter graphiquement l'allure des variations de l'éclairement avec X et en préciser la période.

1.3. Les deux ondes reçues en D provenant de la réflexion sur M_y et sur M_z ont des amplitudes A_y et A_z différentes. On note $\alpha = \frac{A_y - A_z}{A_y + A_z}$ et on suppose $|\alpha| \ll 1$.

- a. Déterminer la nouvelle expression de l'éclairement en D, et l'écrire sous la forme :
$$\mathfrak{E}(X) = \mathfrak{E}_0 \left(1 + V \cos \left(\frac{4\pi X}{\lambda_0} \right) \right)$$
, avec $|V| < 1$. \mathfrak{E}_0 représente encore l'éclairement moyen observé. Exprimer V en fonction de A_y et A_z .
- b. Représenter l'allure des variations de l'éclairement avec X.
- c. Donner une valeur approchée de V, le facteur de visibilité, en fonction de α à l'ordre le plus bas non nul en α inclus. Commenter le résultat.
- d. Cet effet peut-il avoir comme origine une différence entre les facteurs R et T définis en introduction ?

2. Mesure d'un déplacement.

On néglige dans toute la suite de la question **2.**, l'effet abordé à la question **1.3.** de cette partie. On note y_0 la cote suivant Oy du miroir M_y suppose fixe. M_z est rendu solidaire de l'objet dont on se propose de mesurer le déplacement le long de Oz par rapport à la cote initiale z_0 jusqu'à la cote finale z_1 . On pose $X_0 = z_0 - y_0$ et $X_1 = z_1 - y_0$.

2.1. Comptage des franges :

- a. Montrer qu'un simple comptage des franges d'interférences détectées par D lors d'un déplacement de M_z permet de déterminer l'amplitude $\Delta\ell$ d'un tel déplacement. Exprimer $\Delta\ell$ en fonction de λ_0 et de la variation Δp de l'ordre d'interférence en D au cours du déplacement. On suppose pour simplifier $\Delta p > 0$. On note $P_E[x]$ la partie entière de la quantité x, c'est-à-dire l'entier immédiatement inférieur ou égal à x.
- b. Application numérique : lors d'un déplacement $\Delta\ell$, on voit défiler 36797 franges d'interférence lorsqu'on utilise une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 543,515664$ nm (laser asservi sur l'iode moléculaire). Calculer $\Delta\ell$.
- c. Si on se contente de compter les franges, avec quelle résolution la mesure de $\Delta\ell$ est-elle effectuée ? On rappelle que la résolution d'un processus de mesure est la plus petite variation de la quantité mesurée susceptible d'être déterminée. Effectuer l'application numérique avec les données ci-dessus.

2.2. Excédent fractionnaire : pour améliorer l'exactitude de la mesure, il est donc nécessaire de déterminer non seulement le nombre de franges observées, mais aussi la partie fractionnaire de la variation Δp de l'ordre d'interférence, désignée sous le nom d'excédent fractionnaire e_p . Pour simplifier, on suppose dans la suite de la partie E que le point départ z_0 du déplacement de M_z correspond exactement à une frange sombre (un minimum de la fonction $\mathfrak{E}(X)$). On suppose encore $\Delta p > 0$, on peut ainsi écrire : $\Delta p = P_E[\Delta p] + e_p$. Le comptage du nombre de franges $P_E[\Delta p]$ est effectué en

dénombrant le nombre de minima de l'éclairement $\mathfrak{E}(X)$ observé lors du déplacement.

- a. Pour déterminer e_p , on peut donc ne considérer qu'une seule des périodes de la fonction $\mathfrak{E}(X)$ séparant deux minima, on choisit la période correspondant à l'intervalle $\left[-\frac{\lambda_0}{4}, \frac{\lambda_0}{4}\right]$.

On détermine à quelle valeur $\tilde{X}_1 = X_1 - X_0 - \left(P_E(\Delta p) + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0}{2}$ de X , appartenant à cet intervalle, correspond l'éclairement \mathfrak{E}_1 mesuré par le détecteur D pour la position z_1 de M_z . Vérifier que, dans ces conditions, $e_p = \frac{2\tilde{X}_1}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$ et que

$$\tilde{X}_1 \in \left[-\frac{\lambda_0}{4}, \frac{\lambda_0}{4}\right].$$

- b. Montrer à l'aide d'un tracé par exemple que, pour obtenir \tilde{X}_1 à partir de \mathfrak{E}_1 , il est nécessaire de connaître également le signe de la variation de $\mathfrak{E}(X)$ avec X au voisinage de la position X_1 . On suppose, dans toute la suite, $\tilde{X}_1 > 0$. Donner l'expression de \tilde{X}_1 en fonction de λ_0 , \mathfrak{E}_1 et \mathfrak{E}_0 . En déduire l'expression de e_p .
- c. *Application numérique* : lors d'un déplacement $\Delta\ell$, on voit défiler 36797,64 franges d'interférence lorsqu'on utilise une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 543,515664$ nm (laser asservi sur l'iode moléculaire). Calculer $\Delta\ell$.

2.3. Résolution : en pratique, il n'est pas possible de mesurer les variations de l'éclairement \mathfrak{E} reçu en D inférieures à une quantité positive $\Delta\mathfrak{E}_{\min}$, supposée indépendante de \mathfrak{E} .

- a. Exprimer en fonction de X et des données la variation $d\mathfrak{E}$ de l'éclairement observé lorsque X varie de dX . Lorsque X appartient à l'intervalle $\left[0, \frac{\lambda_0}{4}\right]$, exprimer $d\mathfrak{E}$ en fonction de dX , λ_0 , $\mathfrak{E}(X)$ et \mathfrak{E}_0 .
- b. En déduire que la plus petite variation Δe_p^{\min} de l'excédent fractionnaire pouvant être mesurée est donnée, dans presque tous les cas, par :

$$\Delta e_p^{\min} \approx \frac{\Delta\mathfrak{E}_{\min}}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{E}(X)(2\mathfrak{E}_0 - \mathfrak{E}(X))}}.$$

- c. Pour quelles valeurs de $\mathfrak{E}(X)$, donc de X et de e_p , l'expression précédente ne peut-elle pas être utilisée ? A quelles situations physiques particulières cela correspond-il ? Montrer que, dans ces cas particuliers, on peut écrire :

$$\Delta e_p^{\min} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\Delta\mathfrak{E}_{\min}}{\mathfrak{E}_0}}.$$

- d. *Application numérique* : on suppose que $\frac{\Delta\mathfrak{E}_{\min}}{\mathfrak{E}_0} = 2.10^{-3}$. En déduire, en se plaçant dans le cas le plus défavorable, la résolution Δe_p^{\min} de la détermination de e_p . La valeur trouvée est-elle compatible avec les données numériques du **2.2.c.** de cette partie ?

3. Sigmamètre.

On tient compte à nouveau de l'effet mentionné à la question **1.3** de la partie E. Pour faciliter la mesure du déplacement il est possible de modifier le montage pour détecter, simultanément, les variations de l'éclairement $\mathfrak{E}(X)$ mesurées par le détecteur en D, de la forme :

$$\mathfrak{E}(X) = \mathfrak{E}_0 \left(1 + V \cos\left(\frac{4\pi X}{\lambda_0}\right) \right),$$

et un autre signal $\mathfrak{E}_1(X)$ de la forme :

$$\mathfrak{E}_1(X) = \mathfrak{E}_{01} \left(1 + V_1 \sin\left(\frac{4\pi X}{\lambda_0}\right) \right).$$

Les paramètres $\mathfrak{E}_0, \mathfrak{E}_{01}, V$ et V_1 ne dépendent pas de X ; $0 < V < 1$ et $0 < V_1 < 1$.

- 3.1. On porte simultanément sur un même graphe paramétrique, en abscisse la grandeur $\frac{\mathfrak{E}(X)}{\mathfrak{E}_0 V}$ et en ordonnée la grandeur $\frac{\mathfrak{E}_1(X)}{\mathfrak{E}_{01} V_1}$. Montrer que le graphe obtenu est un cercle que l'on caractérisera.
- 3.2. En déduire que la mesure de l'excédent fractionnaire se réduit sur le graphe à la détermination d'un angle que l'on précisera.
- 3.3. *Application numérique* : quelle doit être la résolution de la mesure d'angle pour pouvoir obtenir le résultat donné au **2.2.c.** de cette partie ?

Annexes

Programme de physique – Enseignement obligatoire – TS (BO n°4 30 août 2001)

Extrait 1 : A – Propagation d'une onde ; ondes progressives

| EXEMPLES D'ACTIVITÉS | CONTENUS | CONNAISSANCES ET SAVOIR-FAIRE EXIGIBLES |
|--|--|---|
| <p>Exemples de propagation d'ondes mécaniques connues (vagues, ondes sonores, ondes sismiques etc.)*.</p> <p><i>Présentation qualitative d'ondes à une, deux et trois dimensions (corde, ressort, cuve à ondes, ondes sonores).</i></p> <p><i>Comparaison du déplacement d'un mobile et de celui d'une perturbation mécanique afin d'en montrer les différences fondamentales</i></p> <p><i>Illustration de l'influence de l'inertie et de la rigidité du milieu sur la célérité au moyen de dispositifs mécaniques simples (masses en mouvement plus ou moins grandes, ressorts plus ou moins rigides, cordes plus ou moins tendues, milieu plus ou moins compressible).</i></p> <p><i>Étude avec corde et ressort, cuve à ondes, son (clap) et ultrasons (salves) : mesure de retard, calcul de la célérité d'une onde, influence du milieu.</i></p> | <p>1 - Les ondes mécaniques progressives</p> <p>1.1 Introduction</p> <p>À partir des exemples donnés en activité dégager la définition suivante d'une onde mécanique :</p> <p>“on appelle onde mécanique le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu sans transport de matière”.</p> <p>Célérité.</p> <p>Ondes longitudinales, transversales.</p> <p>Ondes sonores comme ondes longitudinales de compression-dilatation.</p> <p>Propriétés générales des ondes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes - la perturbation se transmet de proche en proche ; transfert d'énergie sans transport de matière. - la vitesse de propagation d'une onde est une propriété du milieu. - deux ondes peuvent se croiser sans se perturber. <p>1.2 Onde progressive à une dimension</p> <p>Notion d'onde progressive à une dimension.</p> <p>Notion de retard : la perturbation au point M à l'instant t est celle qui existait auparavant en un point M' à l'instant $t' = t - \tau$: avec $\tau = M'M/v$, τ étant le retard et v la célérité (pour les milieux non dispersifs).</p> | <p>Définir une onde mécanique et sa célérité. Définir et reconnaître une onde transversale et une onde longitudinale.</p> <p>Connaître et exploiter les propriétés générales des ondes.</p> <p>Définir une onde progressive à une dimension et savoir que la perturbation en un point du milieu, à l'instant t, est celle qu'avait la source au temps $t' = t - \tau$, τ étant le retard (dans un milieu non dispersif).</p> <p>Exploiter la relation entre le retard, la distance et la célérité.</p> <p>Exploiter un document expérimental (chronophotographies, vidéo) donnant l'aspect de la perturbation à des dates données en fonction de l'abscisse : interprétation, mesure d'une distance, calcul d'un retard et/ou d'une célérité.</p> <p>Exploiter un document expérimental (oscillogrammes, acquisition de données avec un ordinateur...) obtenu à partir de capteurs délivrant un signal lié à la perturbation et donnant l'évolution temporelle de la perturbation en un point donné : interprétation, mesure d'un retard, calcul d'une célérité, calcul d'une distance.</p> <p>Savoir-faire expérimentaux</p> <p><i>Utiliser un dispositif expérimental pour mesurer un retard ou une distance lors de la propagation d'une onde. En particulier utiliser un oscilloscope pour mesurer le retard d'un clap sonore ou d'une salve d'ultrasons.</i></p> |

Extrait 2 : D – Évolution temporelle des systèmes mécaniques

| EXEMPLES D'ACTIVITÉS | CONTENUS | CONNAISSANCES ET SAVOIR-FAIRE EXIGIBLES |
|---|--|--|
| <p><i>Activité de réinvestissement des enregistrements des travaux pratiques précédents d'un point de vue énergétique (projectile dans un champ de pesanteur uniforme, oscillation d'un ressort horizontal) :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - calcul des énergies potentielle et cinétique - transferts d'énergie - énergie mécanique - conservation ou non de l'énergie mécanique <p><i>Un tableur, un logiciel de traitement de données, des logiciels de simulation peuvent être utilisés pour atteindre les objectifs cités ci-dessus.</i></p> | <p>4. Aspects énergétiques</p> <p>Travail élémentaire d'une force. Travail d'une force extérieure appliquée à l'extrémité d'un ressort, l'autre extrémité étant fixe. Énergie potentielle élastique du ressort. Énergie mécanique du système solide-ressort. Énergie mécanique d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme.</p> | <p>Connaître l'expression du travail élémentaire d'une force. Établir l'expression du travail d'une force extérieure appliquée à l'extrémité d'un ressort, par méthode graphique et par intégration. Établir et connaître l'expression de l'énergie potentielle élastique d'un ressort. Établir et connaître l'expression de l'énergie mécanique d'un système solide-ressort et d'un projectile dans un champ de pesanteur. Exploiter la relation traduisant, lorsqu'elle est justifiée, la conservation de l'énergie mécanique d'un système. Calculer la variation de l'énergie cinétique d'un système à partir de la variation d'énergie potentielle et réciproquement. Savoir exploiter un document expérimental pour</p> <ul style="list-style-type: none"> - calculer des énergies - reconnaître et interpréter la conservation ou la non-conservation de l'énergie mécanique d'un système. |

Programme de physique –Voie PCSI – CPGE (BO n°5 28 août 2003)

Extrait : A – Mécanique du point.

| | |
|---|--|
| 3. Problèmes à un degré de liberté | |
| <p>3.1 Énergie potentielle dans les problèmes à un degré de liberté</p> <p>Énergie potentielle : exemples de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle élastique. <i>Énergie mécanique.</i></p> | L'objectif est de fonder le concept d'énergie potentielle sur l'expression du travail de la force considérée. Le gradient n'est pas utilisé à ce stade. Il est important de dégager l'idée que l'énergie potentielle est une fonction de la position seulement. |
| <p>Cas de conservation de l'énergie mécanique. Intégrale première de l'énergie. <i>Utilisation d'une représentation graphique de l'énergie potentielle : caractère borné ou non d'un mouvement.</i></p> | |
| <p>Positions d'équilibre, stabilité. <i>Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable.</i></p> | La notion d'oscillateur harmonique apparaît ici comme un cas limite. Les oscillateurs couplés sont hors programme. |
| <i>Approche du portrait de phase.</i> | Il s'agit de savoir lire et interpréter un portrait de phase : présence ou non de frottements, identification des positions d'équilibre stables ou instables. On fait constater le lien entre le caractère fermé du portrait de phase et le caractère périodique du mouvement. |