

5. Quelques aspects du réchauffement climatique

Un corrigé

Partie A : Notion de température au lycée

- 1] La température absolue d'un gaz est une grandeur macroscopique qui caractérise son état thermique, c'est-à-dire l'agitation microscopique des molécules le constituant. En l'absence de toute agitation thermique (particules immobiles) : $T = 0 \text{ K}$, c'est le zéro absolu. Il n'existe pas de température inférieure à 0 Kelvin. $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$

On peut proposer, par exemple, une séance ayant pour thème la mesure d'une température.

◊ *Objectifs*

Étudier l'évolution de la résistance d'une thermistance CTN en fonction de la température et montrer comment on peut utiliser le dispositif pour mesurer une température.

◊ *Expérience et mesures*

Dans un ballon, placer de l'eau, une thermistance, un ohmmètre branché aux bornes de la thermistance et un thermomètre. Homogénéiser le contenu du ballon et, quand la température se stabilise, relever sa valeur θ et celle de la résistance R de la thermistance. Recommencer avec des bains de températures différentes.

◊ *Exploitation des résultats et commentaires*

Utiliser un tableur pour tracer R en fonction de θ , la courbe d'étalonnage de la thermistance. Justifier le nom de thermistance à coefficient de température négatif (CTN). Pour une différence de température de 10°C , montrer dans quel domaine de la courbe la variation de la résistance est la plus importante. En déduire l'existence d'un domaine de température dans lequel la thermistance présente la plus grande sensibilité. Utiliser la courbe et la thermistance pour déterminer la température de l'air ambiant. Garder un nombre de chiffres significatifs en adéquation avec la précision de la mesure.

- 2] Le filament d'une lampe à incandescence, parcouru par un courant électrique, s'échauffe et émet de la lumière. On fait varier l'intensité du courant avec un variateur et on analyse la lumière avec un prisme ou un réseau. Quand la température du filament est faible, la lampe brille peu et elle émet une lumière dont le spectre est continu et limité au rouge orangé. Plus la température augmente, plus la lampe brille et la couleur du filament passe du rouge au blanc. Simultanément le spectre continu s'enrichit en jaune, vert, bleu puis violet.

- 3] C'est la loi de WIEN.

Bételgeuse est rouge orangée, le Soleil est jaune, Sirius est blanche et Rigel est bleue.

- 4] *Exemples*

◊ Thermomètre à dilatation : on observe la dilatation d'un alcool par exemple.

◊ Thermomètre électronique : on observe la variation de la résistance par exemple, ou encore on étudie un thermocouple.

◊ Thermomètre à rayonnement : on observe la lumière émise par un corps.

Fonctionnement d'un thermomètre à dilatation

Un tube de verre scellé, contenant par exemple de l'alcool, divisé en 100 intervalles égaux

(échelle centésimale), constitue un exemple de thermomètre à dilatation. 100 correspond à la température d'ébullition de l'eau à la pression atmosphérique et 0 correspond à la température de solidification de l'eau à la pression atmosphérique, en degrés CELSIUS.

- 5
- ◇ 80 K : liquéfaction de l'azote (N₂)
 - ◇ 1 K : liquéfaction de l'hélium (He)
 - ◇ 10⁻⁶ K : désaimantation adiabatique de substances paramagnétiques

Le refroidissement de gaz atomiques bosoniques jusqu'à la *condensation de Bose-Einstein* permet d'atteindre des températures de l'ordre de 10⁻⁹ K. C'est cette technique de refroidissement d'atomes par laser qui a été utilisée par les chercheurs du MIT pour atteindre, en 2003, le record de 0,45.10⁻⁹ K. Les premiers condensats atomiques ont été observés en 1995.

- 6
- Éléments supposés acquis par les élèves avant le début de cette séance*
- ◇ Savoir que la matière est constituée de molécules en mouvement
 - ◇ Savoir que l'état gazeux est décrit par des grandeurs physiques macroscopiques : pression P , température T , volume V , quantité de matière n .
 - ◇ Savoir mesurer P et T

Plan de la séance, expériences réalisées et travail demandé aux élèves

- ◇ Plan de la séance
 - Réalisation de diverses expériences, observations et interprétation.
 - Utilisation de logiciels de simulation.
- ◇ Expériences illustrant les relations entre les grandeurs macroscopiques P , T , V et n
 - Expérience 1 : on pousse très lentement le piston d'une seringue reliée à un manomètre.
 - Expérience 2 : un ballon fermé, muni d'un thermomètre et d'un baromètre, est placé dans un chauffe-ballon.
 - Expérience 3 : dans un ballon fermé contenant de l'acide chlorhydrique, on introduit un ruban de magnésium. Le ballon, placé dans un bain thermostaté, est relié à un manomètre.
- ◇ Utilisation d'un logiciel de simulation montrant l'agitation moléculaire
- ◇ Travail demandé aux élèves
 - Observer ce qui se passe pour chaque expérience : quelles sont les grandeurs qui varient ? Les grandeurs macroscopiques sont-elles liées ?
 - La pression reste inférieure à quelques bars (faible pression). Quelles relations peut-on établir entre les grandeurs macroscopiques ? Tracer PV en fonction de T à n constante, puis tracer PV en fonction de n à T constante.
 - Existe-t-il une relation entre P , V , T et n (à faible pression) ?

Connaissances et compétences travaillées au cours de cette séance

- ◇ Savoir que, à une pression donnée et dans un état thermique donné, un nombre donné de molécules occupe un volume indépendant de la nature du gaz.
- ◇ Savoir que l'équation d'état $PV = nRT$ définit le modèle de comportement du gaz "parfait" et savoir utiliser cette relation
- ◇ Savoir utiliser la relation $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$
- ◇ Savoir que, dans les conditions habituelles de température et de pression, l'air de la salle de classe peut être assimilé à un gaz parfait.
- ◇ Utiliser les outils précédents pour parvenir à interpréter des situations observées au

quotidien comme, par exemple, la rotation de la soupape d'une cocotte-minute.

- [7] *Transfert par conduction thermique* : s'effectue sans transport macroscopique de matière, au sein d'un milieu matériel. Exemple : chauffage d'une tige métallique.

Transfert par convection : s'effectue avec déplacement macroscopique de matière, au sein d'un milieu matériel fluide. Exemple : chauffage central.

Transfert par rayonnement : transfert d'énergie par les ondes électromagnétiques, sans nécessité d'un milieu matériel. Exemple : réchauffement de la Terre par le Soleil.

- [8] La Terre reçoit continuellement de l'énergie de la part du Soleil. Sa température moyenne de surface reste constante car elle émet vers l'espace autant d'énergie qu'elle en reçoit.

Partie B : Le rôle de la couche d'ozone stratosphérique

- [9] Le protocole qui réglemente les émissions de CFC est le protocole de Montréal, signé en 1987.
- [10] La limite inférieure de la stratosphère se situe entre 8 et 20 km par rapport à la surface de la Terre et la limite supérieure entre 40 et 60 km.
- [11] $\diamond \vec{f}_A = -m\omega_0^2 \vec{r} = -k\vec{r}$ est la force de rappel qui tend à ramener l'électron élastiquement lié vers un état d'équilibre.
 $\diamond \vec{f}_B = -m\Omega \frac{d\vec{r}}{dt} = -\alpha\vec{v}$ est une force de frottement traduisant un amortissement ; elle est associée aux interactions entre l'électron et d'autres particules ou à la dissipation d'énergie par rayonnement.
 $\diamond \Omega$ a la dimension de ω_0 ($\Omega \frac{dr}{dt}$ est de la forme Ωv et $\omega_0^2 r$ est de la forme $(\omega_0 r)\omega_0$, soit $\omega_0 v$) ; Ω et ω_0 s'expriment en rad.s^{-1} .
- [12] Pour une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le vide : $B = \frac{E}{c}$. L'électron étant non relativiste : $v_{e^-} \ll c$ donc $\|q\vec{v}_{e^-} \wedge \vec{B}\| \ll qcB = qE$.
- [13] $m\vec{a} = -e\vec{E} + \vec{f}_A + \vec{f}_B$ où $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. En notation complexe : $-m\omega^2 \vec{r} = -e\vec{E} = -im\Omega\omega \vec{r}$, d'où :

$$\vec{r} = \frac{-\frac{e}{m}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega} \vec{E}$$

[14] $\vec{p} = -e\vec{r} = \frac{\frac{e^2}{m}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega} \vec{E}$

$$\vec{P} = \frac{n_p \frac{e^2}{m}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega} \vec{E}$$

[15] $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho_P}{\epsilon_0}$ et $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_P + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$(\text{div} \vec{B} = 0 \text{ et } \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$$

$$\vec{j}_P = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \text{ et } \rho_P = -\text{div} \vec{P}$$

[16] $\diamond \text{rot} (\text{rot} \vec{E}) = \text{grad} (\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}$

$$\diamond \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial x} \text{ et } \vec{E} = E_x \vec{u}_x \text{ (avec } E_x(z, t)) \text{ donc } \operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\diamond \vec{\operatorname{rot}} (\vec{\operatorname{rot}} \vec{E}) = \vec{\operatorname{rot}} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial (\vec{\operatorname{rot}} \vec{B})}{\partial t} = \dots$$

$$\dots = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \vec{J}_P + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

d'où finalement, avec $\Delta \vec{E} = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$ et $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

[17] En complexe l'équation précédente s'écrit : $-k^2 \underline{\vec{E}} + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\vec{E}} = -\mu_0 \omega^2 \underline{\vec{P}}$

D'après la question [14] : $\underline{\vec{P}} = \frac{\epsilon_0 \omega_P^2 \underline{\vec{E}}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega}$ d'où

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{\omega_P^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega} \right)$$

[18] $n^2 = \left(\frac{c}{\omega} \right)^2 k^2 = 1 + \frac{\omega_P^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega}$

[19] $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x$ et $k = \frac{\omega}{c} n = \frac{\omega}{c} (n_1 - in_2)$, d'où $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}(n_1 - in_2)z)} \vec{u}_x$, soit

$$\underline{\vec{E}} = E_0 e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z)} e^{-n_2 \frac{\omega}{c} z} \vec{u}_x$$

En notation réelle, le champ observable est donc :

$$\vec{E} = E_0 e^{-n_2 \frac{\omega}{c} z} \cos(\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z) \vec{u}_x$$

où $e^{-n_2 \frac{\omega}{c} z}$ constitue le terme d'atténuation (ou d'absorption) et $\cos(\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z)$ celui de propagation.

◇ n_1 est l'indice de réfraction ($v_\varphi = \frac{c}{n_1}$)

◇ n_2 est l'indice d'extinction ou d'absorption (amortissement de l'onde dû au caractère conducteur du milieu)

[20] Le terme d'atténuation identifié dans la question [19] est de la forme $e^{-\frac{z}{\delta}}$ donc $\delta = \frac{c}{n_2 \omega}$.

δ est la distance caractéristique car, pour z égale à quelques δ , l'onde est très fortement atténuée.

[21] * $\omega_0 = 7,4 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$, $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega_0}$ donc $\lambda_0 \simeq 250 \text{ nm}$: domaine des UV.

* $\lambda_0 = 250 \text{ nm}$ donne $\delta_0 = \frac{c}{n_2 \omega_0} = \frac{2\Omega c}{\omega_P^2} \simeq 5 \text{ m}$

* $\lambda = 600 \text{ nm}$: domaine du visible et $\lambda = 600 \text{ nm}$ donne $\delta \simeq 50 \text{ km}$.

◇ $\delta_0 \simeq 5 \text{ m}$ montre que les UV sont arrêtés par la couche d'ozone.

$$\diamond \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial x} \text{ et } \vec{E} = E_x \vec{u}_x \text{ (avec } E_x(z, t)) \text{ donc } \operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\diamond \vec{\operatorname{rot}} (\vec{\operatorname{rot}} \vec{E}) = \vec{\operatorname{rot}} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial (\vec{\operatorname{rot}} \vec{B})}{\partial t} = \dots$$

$$\dots = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \vec{J}_P + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

d'où finalement, avec $\Delta \vec{E} = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$ et $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

[17] En complexe l'équation précédente s'écrit : $-k^2 \underline{\vec{E}} + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\vec{E}} = -\mu_0 \omega^2 \underline{\vec{P}}$

D'après la question [14] : $\underline{\vec{P}} = \frac{\epsilon_0 \omega_P^2 \underline{\vec{E}}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega}$ d'où

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{\omega_P^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega} \right)$$

$$[18] \underline{n}^2 = \left(\frac{c}{\omega} \right)^2 k^2 = 1 + \frac{\omega_P^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Omega\omega}$$

[19] $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - \underline{k}z)} \vec{u}_x$ et $\underline{k} = \frac{\omega}{c} \underline{n} = \frac{\omega}{c} (n_1 - in_2)$, d'où $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}(n_1 - in_2)z)} \vec{u}_x$, soit

$$\underline{\vec{E}} = E_0 e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z)} e^{-n_2 \frac{\omega}{c} z} \vec{u}_x$$

En notation réelle, le champ observable est donc :

$$\vec{E} = E_0 e^{-n_2 \frac{\omega}{c} z} \cos(\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z) \vec{u}_x$$

où $e^{-n_2 \frac{\omega}{c} z}$ constitue le terme d'atténuation (ou d'absorption) et $\cos(\omega t - \frac{\omega}{c} n_1 z)$ celui de propagation.

◇ n_1 est l'indice de réfraction ($v_\varphi = \frac{c}{n_1}$)

◇ n_2 est l'indice d'extinction ou d'absorption (amortissement de l'onde dû au caractère conducteur du milieu)

[20] Le terme d'atténuation identifié dans la question [19] est de la forme $e^{-\frac{z}{\delta}}$ donc $\delta = \frac{c}{n_2 \omega}$.

δ est la distance caractéristique car, pour z égale à quelques δ , l'onde est très fortement atténuée.

[21] * $\omega_0 = 7,4 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$, $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega_0}$ donc $\lambda_0 \simeq 250 \text{ nm}$: domaine des UV.

* $\lambda_0 = 250 \text{ nm}$ donne $\delta_0 = \frac{c}{n_2 \omega_0} = \frac{2\Omega c}{\omega_P^2} \simeq 5 \text{ m}$

* $\lambda = 600 \text{ nm}$: domaine du visible et $\lambda = 600 \text{ nm}$ donne $\delta \simeq 50 \text{ km}$.

◇ $\delta_0 \simeq 5 \text{ m}$ montre que les UV sont arrêtés par la couche d'ozone.

32 *Enregistrement d'un mouvement oscillant plus ou moins amorti*

◊ Relier l'extrémité supérieure du fil d'un pendule simple à un potentiomètre rotatif qui permet d'enregistrer l'élongation angulaire θ du pendule en fonction du temps t . Utiliser une palette pour réaliser des frottements dans l'air, puis dans l'eau.

◊ Tracer θ en fonction de t .

◊ Sans palette et pour un nombre d'oscillations peu important, l'amplitude des oscillations reste quasiment constante : le mouvement n'est pas amorti. Avec frottements, l'amplitude diminue au cours du temps : les oscillations sont amorties. L'amortissement est plus important dans l'eau que dans l'air. Le mouvement d'un pendule peu amorti est pseudo-périodique et si l'amortissement est faible, la pseudo-période est voisine de la période propre. Le mouvement est apériodique quand les frottements sont très importants.

Vérification de la loi d'isochronisme des petites oscillations

◊ Fixer la longueur et la masse d'un pendule simple et mesurer la période T_0 des oscillations en lâchant le pendule avec des amplitudes initiales θ_0 différentes variant entre 5° et 45° .

◊ Tracer T_0 en fonction de θ_0 ou regrouper les valeurs dans un tableau.

◊ Lorsque l'amplitude des oscillations d'un pendule simple est inférieure à 20° environ, la période est pratiquement indépendante de l'amplitude du mouvement.

Vérification de l'expression de la période propre d'un pendule simple

◊ Mesurer la période propre T_0 pour des longueurs l de fil différentes (avec une même amplitude initiale).

◊ Tracer T_0 en fonction de \sqrt{l} .

◊ Vérifier la loi $T_0 = \sqrt{\frac{l}{g}}$.

33 FOUCAULT a installé "son" pendule au Panthéon en 1851. L'expérience qu'il a réalisée a mis en évidence la rotation propre de la Terre.

34 La masse réduite μ du système est égale à $1,61 \cdot 10^{-24}$ g.

$$\lambda_0 = cT_0 \text{ d'où } T_0 = 1,1 \cdot 10^{-14} \text{ s.}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}, \text{ d'où } k = 4\pi^2 \frac{\mu}{T_0^2} = 525294 \text{ g.s}^{-2} \simeq 525 \text{ N.m}^{-1}.$$

35 Le référentiel barycentrique \mathcal{R}^* d'un système de points matériels est le référentiel de centre G , où G est le centre d'inertie du système de points matériels, en translation par rapport au référentiel d'étude \mathcal{R} , à la vitesse \vec{v}_G/R .

Le référentiel \mathcal{R}^* n'est galiléen que si la vitesse de G dans \mathcal{R} (\mathcal{R} étant supposé galiléen), est constante, \mathcal{R}^* étant alors en translation rectiligne uniforme par rapport à \mathcal{R} .

36 *Mouvement du centre d'inertie d'un système soumis à des forces qui se compensent, dans un référentiel galiléen*

◊ Lancer un mobile autoporteur sur une table horizontale, une première fois pour avoir un mouvement de translation, une deuxième fois pour avoir un mouvement quelconque. Enregistrer les trajectoires de deux points A et B du mobile : A , au centre de la semelle, est situé à la verticale du centre d'inertie G et B est situé à la périphérie de la semelle.

◊ Les mouvements des deux points A et B sont étudiés dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Dans le cas du mouvement de translation, les points A et B ont le même mouvement rectiligne uniforme et les forces appliquées au mobile se compensent : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$, avec \vec{P} poids du mobile et \vec{R} réaction exercée par le coussin d'air. Dans le cas du mouvement quelconque, en admettant que les forces appliquées au mobile se compensent encore, on

observe que seul A est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme. Dans les deux cas, le centre d'inertie G du mobile a, comme le point A , un mouvement rectiligne et uniforme : son vecteur vitesse \vec{v}_G ne varie pas. On peut conclure que, lorsqu'un solide est animé d'un mouvement quelconque, le principe d'inertie ne peut s'appliquer qu'à son centre d'inertie G .

Variation du vecteur vitesse du centre d'inertie d'un système soumis à des forces qui ne se compensent pas, dans un référentiel galiléen

◊ Lancer, sur une table horizontale, un mobile à coussin d'air relié par un fil élastique tendu à un point fixe. Enregistrer la trajectoire du centre d'inertie du mobile.

◊ Le mobile est soumis à son poids \vec{P} , à la réaction \vec{R} exercée par le coussin d'air et à la force \vec{T} correspondant à l'action du fil élastique tendu. Comme $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$, \vec{T} représente la résultante des forces appliquées au mobile ; \vec{T} a la direction horizontale du fil tendu. Tracer à la même échelle les vecteurs vitesses $\vec{v}_G(t_2)$ et $\vec{v}_G(t_4)$ aux points A_2 et A_4 . Construire au point A_3 le vecteur $\Delta\vec{v}_G(t_3) = \vec{v}_G(t_4) - \vec{v}_G(t_2)$. On remarque que $\Delta\vec{v}_G(t_3)$ est de même direction et de même sens que ceux de \vec{T} . On peut conclure que, dans un référentiel galiléen, la direction et le sens de la résultante \vec{F} des forces qui s'exercent sur un solide à un instant donné, sont ceux de la variation $\Delta\vec{v}_G$ du vecteur vitesse du centre d'inertie à cet instant.

[37] Le théorème de la résultante cinétique s'écrit : $m\vec{a}(G) = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$. Le système étant isolé, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ donc $m\vec{a}(G) = \vec{0}$ et donc $\vec{v}(G) = \text{cste}$. \mathcal{R}^* est donc en translation rectiligne uniforme par rapport à \mathcal{R} , référentiel d'étude supposé galiléen, et donc \mathcal{R}^* est galiléen.

[38] Définition du centre d'inertie G du système de points M_i : $\sum_i m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$

$$m_O \overrightarrow{GO_1} + m_O \overrightarrow{GO_2} + m_C \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$m_O (\overrightarrow{GO_{1e}} + \overrightarrow{O_{1e}O_1}) + m_O (\overrightarrow{GO_{2e}} + \overrightarrow{O_{2e}O_2}) + m_C \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\text{Or } m_O \overrightarrow{GO_{1e}} + m_O \overrightarrow{GO_{2e}} = \vec{0} \text{ d'où, en projection sur } \vec{u}_x : m_O(x_{O1} + x_{O2}) + m_C x_C = 0.$$

[39] On obtient les équations :

$$m_O \ddot{x}_{O1} = -k(x_{O1} - x_C) \quad \text{et} \quad m_O \ddot{x}_{O2} = -k(x_{O2} - x_C)$$

Or $x_C = -\frac{m_O(x_{O1} + x_{O2})}{m_C}$ d'après la question [38], d'où les équations :

$$\left(-\omega^2 + \frac{k}{m_O} + \frac{k}{m_C}\right) \underline{A_{O1}} + \frac{k}{m_C} \underline{A_{O2}} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{k}{m_C} \underline{A_{O1}} + \left(-\omega^2 + \frac{k}{m_O} + \frac{k}{m_C}\right) \underline{A_{O2}} = 0$$

On élimine $\underline{A_{O1}} = \underline{A_{O2}} = 0$ donc le déterminant doit être nul :

$$-\omega^2 + \frac{k}{m_O} + \frac{k}{m_C} = \pm \frac{k}{m_C}$$

$$\text{d'où } \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_O}} \text{ et } \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_O} + 2\frac{k}{m_C}}.$$

Ce sont les pulsations propres.

$$\text{A.N. : } \omega_1 = 2,3 \cdot 10^{14} \text{ rad.s}^{-1} \text{ et } \omega_2 = 4,4 \cdot 10^{14} \text{ rad.s}^{-1}$$

[40] ◊ Mode propre d'oscillations à ω_1 : $A_{O1} = -A_{O2}$ et $A_C = 0$.

Les deux atomes d'oxygène vibrent symétriquement par rapport à l'atome de carbone

immobile. Pour chaque O , tout se passe comme s'il était relié à un point fixe par un ressort de raideur k d'où $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_O}}$. C'est le mode symétrique.

◊ Mode propre d'oscillations à ω_2 : $A_{O1} = A_{O2}$ et $A_C = -2\frac{m_O}{m_C}A_{O1}$.

C est en mouvement, O_1 et O_2 vibrent dans le même sens. C'est le mode antisymétrique.

[41] La molécule de CO_2 est neutre donc la force électrique totale subie par CO_2 est nulle :

$$2(-\delta e \vec{E}) + 2\delta e \vec{E} = \vec{0}$$

$$m\vec{a}(G) = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \text{ donc } \mathcal{R}^* \text{ est encore galiléen.}$$

[42]

$$\begin{cases} m_O \ddot{x}_{O1} = -k(x_{O1} - x_C) - \delta e E_0 \cos \omega t \\ m_O \ddot{x}_{O2} = -k(x_{O2} - x_C) - \delta e E_0 \cos \omega t \end{cases}$$

[43]

$$\begin{cases} \left(-\omega^2 + \frac{k}{m_O} + \frac{k}{m_C}\right) \underline{A_{O1}} + \frac{k}{m_C} \underline{A_{O2}} = -\frac{\delta e}{m_O} E_0 \\ \frac{k}{m_C} \underline{A_{O1}} + \left(-\omega^2 + \frac{k}{m_O} + \frac{k}{m_C}\right) \underline{A_{O2}} = -\frac{\delta e}{m_O} E_0 \end{cases}$$

On effectue la somme et la différence de ces deux équations :

$$\begin{cases} (-\omega_2^2 - \omega^2) (\underline{A_{O1}} + \underline{A_{O2}}) = -2\frac{\delta e}{m_O} E_0 \\ (-\omega_1^2 - \omega^2) (\underline{A_{O1}} - \underline{A_{O2}}) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Pour } \omega \neq \omega_1 \text{ et } \omega \neq \omega_2 : \underline{A_{O1}} = \underline{A_{O2}} = \frac{\delta e E_0}{m_O(\omega^2 - \omega_2^2)}$$

[44] On note B_- le barycentre des charges négatives et B_+ le barycentre des charges positives :

$$\vec{p} = 2\delta e \overrightarrow{B_- B_+} \text{ donc } \vec{p} = 2\delta e (\overrightarrow{B_- C_e} + \overrightarrow{C_e B_+})$$

(C_e est C à l'équilibre et B_+ est C en mouvement à un instant t quelconque)

$$\overrightarrow{C_e B_-} = \frac{\sum_i q_{i-} \overrightarrow{C_e M_i}}{\sum_i q_{i-}} = \frac{-\delta e(-\ell_0 + x_{O1})\vec{u}_x - \delta e(-\ell_0 + x_{O2})\vec{u}_x}{-2\delta e}$$

$$\text{d'où } \vec{p} = +2\delta e \left(\frac{\delta e(x_{O1} + x_{O2})}{-2\delta e} + x_C \right) \vec{u}_x$$

$$\text{soit } \vec{p} = \delta e(2x_C - x_{O1} - x_{O2})\vec{u}_x$$

Comme $x_C = \frac{-m_O x_{O1} - m_O x_{O2}}{m_C}$, $x_{O1} = A_{O1} \cos \omega t$ et $x_{O2} = A_{O2} \cos \omega t$, on trouve :

$$\vec{p} = \frac{2\delta^2 e^2 E_0}{\omega_2^2 - \omega^2} \left(\frac{1}{m_O} + \frac{2}{m_C} \right) \cos \omega t \vec{u}_x$$

[45] La puissance surfacique fait intervenir le vecteur de POYNTING $\vec{\pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B}$. Dans \vec{E} , il

y a \ddot{p} donc ω^2 et $B = \frac{E}{c}$ donc dans \vec{B} il y a aussi ω^2 , d'où le terme ω^4 .

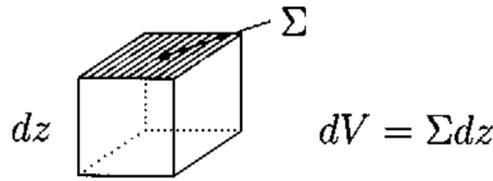
[46] $I_0 = \left\langle \frac{EB}{\mu_0} \right\rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$ (valeur moyenne de la norme du vecteur de POYNTING).

$\langle \mathcal{P} \rangle = S I_0$ où la puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c}$ et la puissance surfacique moyenne

$$I_0 = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}, \text{ d'où :}$$

$$S = \frac{2\mu_0^2 \omega^4 \delta^4 e^4}{3\pi(\omega_2^2 - \omega^2)^2} \left(\frac{1}{m_O} + \frac{2}{m_C} \right)^2$$

47



Puissance (incidente) entrant en z = Puissance sortant en $z + dz$ + Puissance diffusée par CO_2

$$I(z)\Sigma = \underbrace{I(z + dz)\Sigma}_{I(z) + \frac{dI}{dz}dz} + \frac{n}{3}(\Sigma dz)SI(z), \text{ d'où } \frac{dI}{I} = -\frac{n}{3}Sdz.$$

On en déduit $\ln \frac{I(z)}{I(0)} = -\frac{n}{3}Sz$ soit $I(z) = I(0)e^{-z/L}$ avec $L = \frac{3}{nS}$.

L est la distance caractéristique de pénétration de l'onde dans le milieu contenant CO_2 .

Pour $z \gg L$: l'onde est absorbée par le milieu ($I(z) \rightarrow 0$).

- 48 $\diamond S$ est proportionnelle à $\frac{1}{(\omega_2^2 - \omega^2)^2}$ donc si $\omega \rightarrow \omega_2$, $S \rightarrow +\infty$ et $L \rightarrow 0$ donc $I(z) \rightarrow 0$, l'onde incidente n'est pas transmise par le milieu contenant CO_2 et est donc fortement absorbée.

Pour $\omega \rightarrow \omega_1$: les deux atomes O vibrent symétriquement, par exemple ils s'éloignent conjointement de C . Or ils portent chacun la charge $-\delta e$ donc ils se déplacent dans le même sens sous l'action de \vec{E} et donc le mouvement à $\omega = \omega_1$ n'est pas observable.

Le barycentre de la molécule est fixe, le moment dipolaire est nul.

- 49 $\lambda_2 = cT = c\frac{2\pi}{\omega_2} = 4,3 \mu\text{m}$; c'est le domaine des IR. CO_2 absorbe les IR émis par la Terre et renvoie une partie de l'énergie absorbée vers la Terre : c'est l'effet de serre.

- 50 $T_0 = 20^\circ\text{C} = 293\text{K}$ donne $\lambda_m \simeq 10 \mu\text{m}$ (loi de WIEN). C'est le domaine des IR donc la couche 1 de CO_2 absorbe ϕ_T .

- 51 \diamond Bilan pour le sol : $\phi_T = \phi_1 + \phi_S$
 \diamond Bilan pour le sol et la couche 1 : $\phi_1 = \phi_2 + \phi_S$
 \diamond Bilan pour le sol et les couches 1 à p : $\phi_p = \phi_S + \phi_{p+1}$
 \diamond Bilan pour le sol et toutes les couches : $\phi_N = \phi_S$

- 52 $\phi_{p+1} - \phi_p = \phi_p - \phi_{p-1}$ donc ϕ_p est une fonction affine de p : $\phi_p = a + bp$. En prenant $p = N$, on trouve : $\phi_S = \phi_N = a + bN$.

$\phi_2 + \phi_S = \phi_1$ soit $a + 2b + \phi_S = a + b$ d'où $b = -\phi_S$ et donc $a_N\phi_S = \phi_S$ soit $a = (N + 1)\phi_S$.

Enfin $\phi_P = (N + 1 - p)\phi_S$.

De plus $\phi_T = \phi_1 + \phi_S = (N + 1)\phi_S$

- 53 La loi de STEFAN : $\phi_T = \sigma T_0^4$ donc $T_0 = \left(\frac{(N+1)\phi_S}{\sigma}\right)^{1/4}$

Conclusion : si la quantité de CO_2 augmente alors N augmente et la température de la Terre augmente d'où un réchauffement.

- 54 La radioactivité a été découverte en 1896 par Henri BECQUEREL.

- 55 Un noyau radioactif est un noyau qui se transforme spontanément en d'autres noyaux en émettant un "rayonnement".

- 56 \diamond Radioactivité β^- : émission d'électrons par le noyau.
 \diamond Radioactivité β^+ : émission de positons par le noyau.
 \diamond Radioactivité α : émission de particules α (noyaux d'hélium) par le noyau.

◇ Rayonnement γ : lors de la désintégration d'un noyau radioactif, le noyau fils est généralement obtenu dans un état excité ; il possède un surplus d'énergie qu'il évacue, en se désexcitant, sous forme d'une onde électromagnétique, appelée rayonnement γ , de très courte longueur d'onde (de l'ordre de 10^{-4} nm).

57 Pour obtenir des mesures satisfaisantes il faut que la durée de chaque comptage soit négligeable devant la demi-vie $t_{1/2}$. Ici la demi-vie est d'environ 50 s et la durée de comptage est de 1 s, cette dernière est donc adaptée.

58 *Matériel et principe*

On dispose d'un générateur de radon, d'une fiole scintillante et d'un compteur.

◇ Générateur de radon

Le générateur de radon contient des noyaux radioactifs de la famille du thorium qui, en se décomposant, donnent notamment du radon 220.

◇ Fiole scintillante

La fiole scintillante est un récipient dont la paroi intérieure est recouverte de sulfure de zinc. Quand une particule frappe le sulfure de zinc, celui-ci absorbe son énergie et émet de la lumière dans le visible. Cette lumière, émise dans toutes les directions, sort notamment par le fond transparent de la fiole placé sur la fenêtre d'un photomultiplicateur.

◇ Photomultiplicateur

Il convertit un signal lumineux arrivant sur sa fenêtre en signal électrique comptabilisé. Il permet de compter un nombre d'événements proportionnel au nombre de noyaux qui se sont désintégrés au cours d'un intervalle de temps donné et réglable.

Protocole

Paramétrer le logiciel associé au compteur pour réaliser un comptage toutes les 20 secondes. Prendre une durée d'acquisition de l'ordre de 3 minutes. Lancer l'acquisition.

Objectifs visés

◇ Réaliser une série de comptages.

◇ À partir d'une série de mesures, utiliser un tableur ou une calculatrice pour calculer la moyenne, la variance et l'écart-type du nombre de désintégrations enregistrées pendant un intervalle de temps donné.

◇ En traçant n en fonction de t , on peut déduire graphiquement une constante de temps.

59 *Enoncé*

1. Déterminer les valeurs de z et x .

2.a. Calculer le défaut de masse associé à cette réaction nucléaire.

2.b. Calculer, en J puis en MeV, l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.

3.a. Calculer l'énergie libérée par la fission de 10 g d'uranium 235.

3.b. Calculer la masse de pétrole libérant, par combustion, la même énergie.

Solution

1. La conservation du nombre de nucléons et du nombre de charge donne $x = 2$ et $z = 54$.

Connaissances : lois de conservation

2.a. Le défaut de masse est égal à

$$\Delta m = m_{av} - m_{ap} = m(^{235}\text{U}) + m_n - m(^{94}\text{Sr}) - m(^{140}\text{Xe}) - 2m_n = 0,19825 \text{ u.}$$

Connaissances : définir et calculer un défaut de masse

2.b. $E_{\text{LIBEREE}} = \Delta m \cdot c^2 = 2,9587 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 184,66 \text{ MeV.}$

Connaissances : relation d'équivalence masse-énergie (relation d'Einstein) et conversion J/eV

Compétences : remarquer que le MeV est bien adapté à l'échelle du noyau

3.a. Dans 10 g d'uranium la quantité de matière est $4,26 \cdot 10^{-2}$ moles soit $2,56 \cdot 10^{22}$ atomes. L'énergie libérée est de $7,58 \cdot 10^{11}$ J.

Connaissances : une mole contient N_A atomes

3.b. La masse de pétrole nécessaire pour produire la même énergie est de $18 \cdot 10^3$ kg !

C'est beaucoup par rapport aux 10 g d'uranium.

Connaissances : le pouvoir calorifique est l'énergie libérée par la combustion d'un kilogramme de combustible

Compétences : comparer des méthodes de production d'énergie

[60] $W + Q_1 + Q_2 = 0$ (1er principe de la thermodynamique dans les conditions du problème)

$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$ (2ème principe de la thermodynamique dans les conditions du problème)

Le fluide subissant un cycle de transformations $\Delta(U + E_c + E_p) = 0$ et $\Delta S = 0$. Les transformations étant considérées réversibles, $S_{\text{CREEE}} = 0$.

[61] Le rendement est le rapport de l'énergie utile (le travail pour un moteur) sur l'énergie dépensée, c'est-à-dire, ici, le transfert thermique Q_2 reçu de la part de la source chaude.

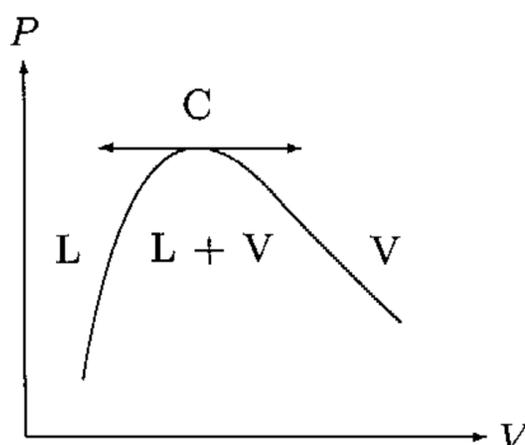
$$\eta = -\frac{W}{Q_2} \quad (W < 0 \text{ et } Q_2 > 0)$$

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

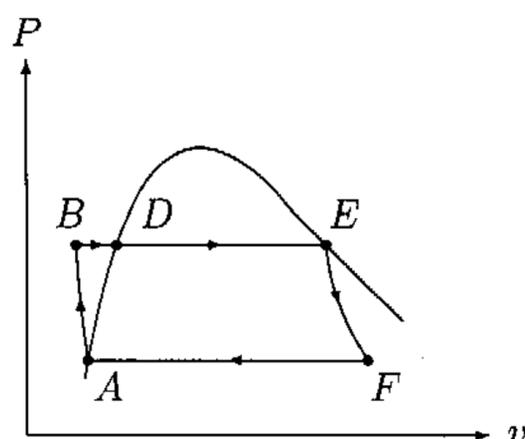
Ce rendement représente un rendement limite maximal, c'est le rendement de CARNOT.

Pour un moteur ditherme réel : $\eta_{\text{REEL}} < \eta_{\text{CARNOT}}$. En réalité, les transformations ne sont, en effet, pas réversibles.

[62]



[63]



$$\boxed{64} \diamond dh = du + d(Pv) = \delta Q - P dv + P dv + v dP = c dT + k dP + v dP$$

$$\text{d'où } dh = c dT + (k + v)dP$$

$$\diamond ds = \frac{\delta Q}{T} = \frac{c}{T} dT + \frac{k}{T} dP$$

$$\diamond dh \text{ est une différentielle totale exacte donc } \left(\frac{\partial c}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial(k+v)}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial k}{\partial T} \right)_P + \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$$

(théorème de SCHWARZ)

$$\diamond ds \text{ est une différentielle totale exacte donc } \left(\frac{\partial(\frac{c}{T})}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial(\frac{k}{T})}{\partial T} \right)_P$$

$$\text{soit } \frac{1}{T} \left(\frac{\partial c}{\partial P} \right)_T = -\frac{k}{T^2} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial k}{\partial T} \right)_P$$

On obtient après simplification par $\frac{1}{T}$ et identification :

$$k = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$$

$$\diamond \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \text{ donc } k = -Tv\alpha$$

$$\boxed{65} ds = \frac{\delta Q}{T} = c \frac{dT}{T} - \alpha v dP$$

$$\text{De } A \text{ à } B : \Delta S = c \ln \left(\frac{T_A + \Delta T}{T_A} \right) - \alpha v_l (P_2 - P_1) = 0$$

$$\text{Or } \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_A} \right) \simeq \frac{\Delta T}{T_A} \quad (\Delta T \ll T_A)$$

$$\text{d'où } \Delta T \simeq \frac{T_A \alpha v_l}{c} (P_2 - P_1) \simeq 0,08 \text{ K}$$

La transformation de A à B est quasi-isotherme.

$$\boxed{66} dh_{AB} = c dT + (k + v_l)dP$$

$$dh_{AB} = c dT + v_l(1 - \alpha T)dP$$

$$T_B \simeq T_A \text{ d'où } \Delta h_{AB} \simeq v_l(1 - \alpha T_A)(P_2 - P_1)$$

$$\text{A.N. : } \Delta h_{AB} \simeq 7 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

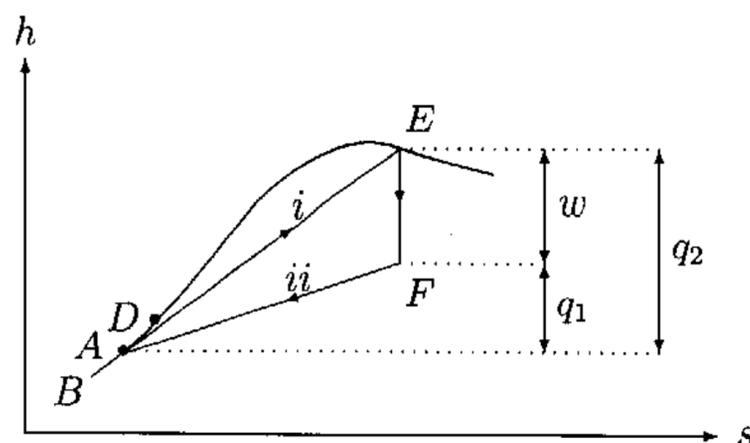
Ce travail massique de compression est très faible devant les autres énergies mises en jeu.

$$\boxed{67} \Delta h_{AA} = \Delta h_{AB} + \Delta h_{BDE} + \Delta h_{EF} + \Delta h_{FA}$$

$$0 \simeq 0 + q_2 + \Delta h_{EF} + q_1$$

$$\text{d'où } \Delta h_{EF} = -(q_1 + q_2) = w \text{ donc } w = h_F - h_E$$

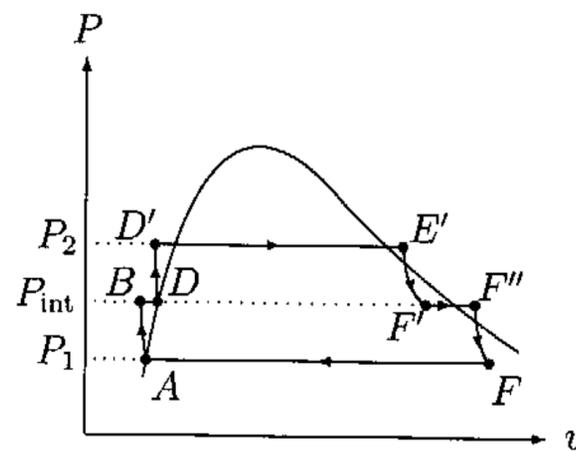
$$\boxed{68}$$



- ◇ Δh_{AB} est très faible donc $h_A \simeq h_B$ et $s_A = s_B$ (adiabatique réversible)
- ◇ D est sur la courbe de saturation, E aussi.
- ◇ $s_F = s_E$ (adiabatique réversible)
- ◇ De D à E : $dh = T ds + v dP = T_2 ds$ (ici $dP = 0$) d'où une droite de pente T_2
- ◇ De F à A : $dh = T_1 ds$ d'où une droite de pente T_1 (et $T_1 < T_2$)

$$\boxed{69} \quad \eta = -\frac{w}{q_2} = \frac{967}{2561} \simeq 38\%$$

$\boxed{70}$



$\boxed{71}$ L'intérêt est d'augmenter le rendement (l'aire du cycle correspond à $|w|$).

$$\boxed{72} \quad q_2 = (h_{E'} - h_{D'}) + (h_{F''} - h_{F'}) \simeq h_{E'} - h_{D'}$$

$$w = (h_{F'} - h_{E'}) + (h_F - h_{F''})$$

$$\eta' = -\frac{w}{q_2} \simeq 46\%$$

Le rendement a donc augmenté : $\eta' > \eta$.

Fin du corrigé