



Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Direction générale
pour l'enseignement
supérieur et
l'insertion
professionnelle

Service de la stratégie
de l'enseignement
supérieur et de
l'insertion
professionnelle

Département de
l'architecture et de la
qualité des formations
de niveau licence

NOTE DE PRÉSENTATION

Les présents arrêtés, au nombre de huit, vous sont soumis pour visa avant présentation devant les instances consultatives.

Ils s'inscrivent dans la seconde phase du chantier de rénovation des programmes des classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) de la filière scientifique, phase consacrée aux programmes de seconde année.

Cependant, l'écriture des nouveaux programmes de seconde année d'informatique et de langues vivantes étrangères, ainsi que de sciences industrielles de l'ingénieur (SII), pour les voies MP, PC, PT, PSI et TSI, ayant pu être menée à bien en même temps que celle des programmes de première année, cette seconde phase ne concerne plus, en fait, que les programmes de mathématiques, de physique et de chimie pour les voies MP, PC, PT, PSI, TPC et TSI, et que ceux de mathématiques, de physique, de chimie et de sciences de la vie et de la terre (SVT) pour les voies BCPST et TB (pour cette dernière voie, un enseignement de biotechnologies étant, en outre, adjoint à celui de SVT). On notera que, pour des raisons de cohérence scientifique, les programmes des deux années de SVT, pour la voie BCPST, et de SVT et biotechnologies, pour la voie TB, n'ont pas été scindés et font l'objet d'une publication globale, la présente version des programmes de première année annulant et remplaçant, sans la modifier, celle publiée dans les arrêtés du 4 avril 2013.

Ces programmes de seconde année ont été élaborés selon les mêmes principes et les mêmes modalités que les programmes de la filière scientifique publiés au printemps dernier. Du 20 mai au 30 juin 2013, ils ont fait l'objet d'une consultation publique en ligne, sur le site du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche. Les 233 commentaires recueillis ont donné lieu à des corrections et ajustements.

Ces programmes entrent en vigueur à la rentrée 2013 pour ceux qui concernent la première année de CPGE, et à la rentrée 2014 pour ceux qui concernent la seconde année.

Les présents arrêtés n'affectent en rien les volumes horaires des enseignements concernés.

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Ministère de l'enseignement supérieur et
de la recherche

Arrêté du 2013

relatif aux programmes de seconde année de mathématiques et de physique-chimie de la classe préparatoire scientifique technologie et sciences industrielles (TSI)

NOR ESRS A

Le ministre de l'éducation nationale et la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche,

Vu le code de l'éducation, et notamment ses articles D. 612-19 à D. 612-29 ;

Vu l'arrêté du 10 février 1995 modifié, définissant la nature des classes composant les classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles ;

Vu l'arrêté du 20 juin 1996 modifié, définissant les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire de seconde année de technologie et sciences industrielles (TSI) ;

Vu l'avis du Conseil national de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 2013 ;

Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation en date du 2013,

Arrêtent :

Article 1^{er}

Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique technologie et sciences industrielles (TSI), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2

Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3

Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait le 2013

Pour le ministre de l'éducation nationale et par
délégation :
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
J.-P. DELAHAYE

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et
de la recherche et par délégation :
Par empêchement de la directrice générale pour
l'enseignement supérieur et l'insertion
professionnelle,
J.- M. JOLION

NB : Le présent arrêté et ses annexes seront consultables au *Bulletin officiel* du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche et au *Bulletin officiel* du ministère de l'éducation nationale du mis en ligne sur les sites www.enseignementsup-recherche.gouv.fr et www.education.gouv.fr

ANNEXE 1

Classe préparatoire TSI deuxième année

Projet de programme de mathématiques

Table des matières

Objectifs de formation	2
Description et prise en compte des compétences	2
Unité de la formation scientifique	3
Architecture et contenu du programme	4
Organisation du texte	4
Usage de la liberté pédagogique	5
Programme	6
Compléments d'algèbre linéaire	6
Déterminants	7
Réduction d'endomorphismes	8
Fonctions vectorielles et courbes paramétrées	9
Intégration d'une fonction continue sur un intervalle	10
Séries numériques	11
Séries entières	12
Espaces préhilbertiens réels et euclidiens	13
A - Structure préhilbertienne	13
B - Isométries d'un espace euclidien	14
Séries de Fourier	15
Probabilités	16
A - Compléments sur les variables aléatoires réelles finies	16
B - Probabilités sur un univers dénombrable	18
C - Variables aléatoires discrètes	19
Équations différentielles	20
Fonctions de plusieurs variables	21

Le programme de mathématiques de TSI2, dans le prolongement de celui de TSI1, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable, à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours magistral : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonnement, argumenter

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent. Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et en analyse ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés. **Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires** afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Il a été conçu pour s'adapter aux intentions de la réforme des séries STI2D et STL. Les étudiants de cette série ont désormais pour vocation d'entrer dans un cycle long de formation supérieure : le programme de mathématiques se doit d'être d'une ambition réaliste. Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. S'y ajoute un enseignement de probabilités visant à prolonger les notions figurant dans le programme de TSI1 et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines, et d'enrichir les thèmes susceptibles d'être abordés lors du TIPE.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et préhilbertienne, les fonctions à valeurs dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 , et le calcul différentiel.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année, introduit la notion de déterminant et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue matriciel et géométrique, notamment à travers l'étude des isométries vectorielles en dimensions deux et trois. La réduction des matrices symétriques réelles permet de faire le lien entre ces deux volets.

Le programme d'analyse est introduit par l'étude des fonctions vectorielles d'une variable réelle qui s'attache à relier les registres analytique et géométrique en développant l'étude affine des arcs paramétrés.

L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable.

Le chapitre relatif aux séries numériques a pour objectif la détermination de la nature d'une série par comparaison avec les séries de référence et se limite au cas de la convergence absolue. Il constitue une introduction à l'étude des séries entières et des séries de Fourier. En étroite articulation avec les concepts propres aux sciences physiques et aux sciences de l'ingénieur, le chapitre sur les séries de Fourier valorise les interprétations en termes de signaux.

L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle. Dans le cas des équations différentielles d'ordre deux à coefficients continus, la recherche de solutions sous la forme de sommes de séries entières établit un lien entre deux parties importantes du programme d'analyse.

Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables est limité au cas des fonctions numériques de deux ou trois variables réelles. Il fournit des méthodes et des outils opérationnels pour résoudre des problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il comporte un paragraphe présentant les premières notions de géométrie différentielle et favorise ainsi les interprétations et visualisations géométriques.

L'enseignement des probabilités consolide et complète l'étude traitée en première année sur un univers fini et aborde le cadre d'un univers dénombrable. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole \Leftrightarrow PC pour la physique et la chimie, \Leftrightarrow SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et \Leftrightarrow I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants.
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Compléments d'algèbre linéaire

Dans toute cette partie, \mathbb{K} désigne \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- consolider les acquis de la classe de première année ;
- étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, hyperplans, sous-espaces stables, trace ;
- passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.

Le programme valorise les interprétations géométriques en dimensions 2 et 3 et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Familles quelconques de vecteurs

Famille libre, famille génératrice, base.

Extension des résultats vus en première année sur les familles finies.

Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degré est libre.

Toute famille $(P_k)_{k \in \mathbb{N}}$ avec $\deg(P_k) = k$ est une base de $\mathbb{K}[X]$.

b) Sous-espaces vectoriels

Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels.

Somme directe.

En dimension finie, base adaptée à une décomposition en somme directe.

Par définition, la somme F de p sous-espaces F_i est directe si tout vecteur de F se décompose de manière unique comme somme de vecteurs de F_i . Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul.

Pour $p \geq 3$, toute autre caractérisation est hors programme.

Hyperplan d'un espace vectoriel de dimension finie n défini comme sous-espace vectoriel de dimension $n - 1$. Équations d'un hyperplan.

Interprétation géométrique en dimension 2 et 3.

Caractérisation comme sous-espace admettant une droite comme supplémentaire.

c) Sous-espaces stables

Sous-espace stable par un endomorphisme. Matrice dans une base adaptée.

Les étudiants doivent savoir interpréter une forme matricielle par blocs en termes de sous-espace stable, et inversement.

On peut notamment s'appuyer sur les exemples des projecteurs et symétries, déjà étudiés en première année.

d) Matrices

Trace d'une matrice.

Linéarité. $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.

Deux matrices semblables ont la même trace.

Trace d'un endomorphisme en dimension finie.

Transposée d'une matrice.

Notation A^T .

Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.

Matrice symétrique, antisymétrique.

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, \mathbb{K} désigne \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Déterminant d'une matrice carrée

Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans \mathbb{K} , appelée déterminant, telle que :

- (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ;
- (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ;
- (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.

Notation \det .

La démonstration de ce théorème pour $n \geq 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2, 3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.

b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.

Déterminant d'une matrice triangulaire.

Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

Déterminant d'un produit de matrices carrées

Déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

\Leftrightarrow I : calcul du déterminant d'une matrice.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Démonstration non exigible.

La notion de comatrice est hors programme.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.

Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.

La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme.

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Éléments propres et polynôme caractéristique

Valeur propre, vecteur propre, sous-espaces propre d'un endomorphisme. Spectre.

Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.

Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.

Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.

Éléments propres d'une matrice.

Interprétation en termes de droite stable.

Notation Sp .

\Leftrightarrow SI : matrice d'inductance, d'inductance cyclique et d'inductance homopolaire.

Le polynôme caractéristique, défini par la fonction polynomiale $x \mapsto \chi_f(x) = \det(x\text{Id}_E - f)$, est de coefficient dominant égal 1.

Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.

b) Endomorphismes et matrices diagonalisables

Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.

L'endomorphisme u est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E .

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.

Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.

Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.

Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.

Extension des résultats précédents au cas des matrices.
 \Leftrightarrow SI : machines électriques.

c) Endomorphismes et matrices trigonalisables

Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.

Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.

En particulier, tout endomorphisme d'un \mathbb{C} -espace vectoriel est trigonalisable.

Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.

Démonstration hors programme.

Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.

Extension des résultats aux matrices.

\Leftrightarrow I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.

d) Applications de la réduction

Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.

Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants. Équation caractéristique. Base de solutions.

On se limite au cas homogène.

Les étudiants doivent savoir traduire une récurrence scalaire d'ordre 2 en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.

Ils doivent connaître la forme des solutions, à l'aide de la résolution de l'équation caractéristique.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Ce chapitre fournit l'occasion de revoir une partie des notions abordées dans le cours d'analyse de première année. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3

Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.

Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées.

Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point.

\Leftrightarrow PC/SI : cinématique.

Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles.

Applications de classe \mathcal{C}^k sur un intervalle I . Espace vectoriel $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R}^n)$.

Formule de Taylor-Young pour une fonction de classe \mathcal{C}^k .

Développement limité d'une fonction de classe \mathcal{C}^k .

Dans l'espace euclidien \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire, d'une norme, d'un déterminant et d'un produit vectoriel.

b) Courbes paramétrées

Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.

Courbe paramétrée. Tangente en un point.

La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.

Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude. L'étude des points stationnaires et des courbes asymptotes est hors programme.

\Leftrightarrow I : tracé de courbes paramétrées.

Exemples de constructions d'arcs plans.

Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.

Cas particulier d'un point régulier.

Position relative locale de la courbe par rapport à sa tangente.

Longueur d'un arc paramétré régulier de classe \mathcal{C}^1 .

L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.

Interprétation cinématique.

Les étudiants doivent savoir utiliser les développements limités de chacune des composantes.

L'abscisse curviligne est hors programme.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est double :

- étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées
- définir, dans le cadre des fonctions continues, la notion de fonction intégrable.

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.

Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de \mathbb{R} et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

Pour $f: [a, b[\rightarrow \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t) dt$

est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t) dt$.

Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $[a, b[$, sous l'hypothèse $f \leq g$ ou $f(t) \underset[t \rightarrow b]{t < b} \sim g(t)$.

Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b[$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.

Intégrales de référence :

$$\int_1^{+\infty} t^{-\alpha} dt, \int_0^1 t^{-\alpha} dt$$

Relation de Chasles.

Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe \mathcal{C}^1 sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t) dt$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u)) \varphi'(u) du$ avec $a = \lim_{t \rightarrow \alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim_{t \rightarrow \beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.

Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leq g$ au voisinage de b .

Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ selon le signe de α .

Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.

b) Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle

Une fonction continue sur un intervalle I à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} est dite intégrable sur I si $\int_a^b |f(t)| dt$ est convergente, où $a = \inf(I)$ et $b = \sup(I)$.

Si f est intégrable sur I , $\int_I f(t) dt$ est convergente.

Linéarité, positivité et croissance de l'application $f \mapsto \int_I f(t) dt$. Espace vectoriel des fonctions continues intégrables sur I .

Si f est continue et intégrable sur I à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} ,

$$\left| \int_I f(t) dt \right| \leq \int_I |f(t)| dt.$$

Si f est une fonction continue sur I et telle que $\int_I |f(t)| dt = 0$, alors f est identiquement nulle sur I .

Notation $\int_I f(t) dt$. L'intégrabilité sur I est équivalente à l'intégrabilité sur l'intérieur de I .

Démonstration non exigible.

Démonstration non exigible pour une fonction à valeurs dans \mathbb{C} .

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.

Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge.

La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.

Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.

b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n , $u_n \leq v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.

Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.

Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t) dt$ sont de même nature.

Séries de Riemann.

Toute autre règle de comparaison est hors programme.

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.

Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Inégalité triangulaire.

Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.

d) Développement décimal d'un nombre réel

Développement décimal d'un nombre réel.

Aucune démonstration n'est exigible.

On indique la caractérisation des nombres rationnels par la périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang.

\Leftrightarrow I : représentation des nombres en informatique.

\Leftrightarrow SI : électronique embarquée.

Séries entières

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. La variable est réelle ou complexe. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;
- étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle ;
- établir les développements en série entière des fonctions usuelles.

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

a) Convergence d'une série entière

Série entière d'une variable réelle ou complexe.

Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r > 0$, tel que la suite $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $|z| < r$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.

Rayon de convergence défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r \geq 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée.

Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.

Si $|a_n| \leq |b_n|$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est supérieur ou égal à celui de $\sum b_n z^n$.

Si $|a_n| \sim |b_n|$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est égal à celui de $\sum b_n z^n$.

Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.

Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $|z| < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument, et pour $|z| > R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.

Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue.

La règle de d'Alembert relative aux séries entières est hors programme.

Démonstration non exigible.

b) Somme d'une série entière d'une variable réelle

Fonction somme, domaine de définition.

La fonction somme est continue sur l'intervalle ouvert de convergence.

La fonction somme est de classe \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.

Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

c) Fonctions développables en série entière

Fonction développable en série entière au voisinage de 0.
 Unicité du développement en série entière.
 Développements en série entière usuels :

$$\frac{1}{1-x}; \quad \ln(1+x); \quad e^x;$$

$$(1+x)^\alpha; \quad \cos(x); \quad \sin(x).$$

Lien avec la série de Taylor.

Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.

d) Exponentielle complexe

Expression admise pour un nombre complexe z de $\exp(z)$ (ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$.

En première année, l'exponentielle complexe est définie par la relation

$$e^{x+iy} = e^x(\cos(y) + i \sin(y))$$

où x et y sont deux réels quelconques.

Espaces préhilbertiens réels et euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- introduire les notions fondamentales liées à la structure préhilbertienne ;
- étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions 2 et 3 en insistant sur les représentations géométriques ;
- traiter la réduction des matrices symétriques réelles et l'appliquer à la classification et à l'étude des coniques.

A - Structure préhilbertienne**a) Produit scalaire et norme**

Produit scalaire.
 Espace préhilbertien réel, espace euclidien.
 Produit scalaire euclidien canonique sur \mathbb{R}^n .

Notations $\langle x, y \rangle, (x|y), x \cdot y$.

Norme associée à un produit scalaire, distance associée.
 Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.
 Identité du parallélogramme, identité de polarisation.

Sur les espaces de fonctions et de polynômes, on donne des exemples de produits scalaires définis par une intégrale.

b) Orthogonalité

Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace vectoriel F .
 Théorème de Pythagore.
 Famille orthogonale, famille orthonormale (ou orthonormée).
 Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.
 Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Notation F^\perp .

Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre l'algorithme dans le cas d'un nombre restreint de vecteurs.
 $\Leftrightarrow I$: détermination d'une base orthonormée de polynômes.

Existence de bases orthonormales en dimension finie.
Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ;
expression du produit scalaire et de la norme.

c) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien, alors F et F^\perp sont supplémentaires. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de dimension finie. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.

Le projeté orthogonal de x sur F est l'unique élément de F qui minimise $\|x - y\|$ avec $y \in F$. Distance d'un vecteur x à un sous-espace vectoriel F de dimension finie.

En dimension finie, dimension de l'orthogonal.

Les étudiants doivent savoir déterminer le projeté orthogonal $p_F(x)$ d'un vecteur x sur un sous-espace F en calculant son expression dans une base orthonormale de F ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_F(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de F .

\Leftrightarrow I : programmation de ces méthodes.

\Leftrightarrow SI : identification paramétrique.

Notation $d(x, F)$.

B - Isométries d'un espace euclidien

a) Isométries vectorielles d'un espace euclidien

Un endomorphisme d'un espace euclidien est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.

Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale.

Symétrie orthogonale par rapport à un sous-espace. Réflexion.

Groupe orthogonal.

Si un sous-espace est stable par une isométrie vectorielle, son orthogonal est stable par cette isométrie.

Notation $O(E)$.

On vérifie ici les propriétés conférant à $O(E)$ une structure de groupe, mais la définition axiomatique des groupes est hors programme.

b) Matrices orthogonales

Matrice orthogonale : définition par l'égalité $A^T A = I_n$, caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.

Groupe orthogonal d'ordre n .

Si \mathcal{B}_0 est une base orthonormale de E , une base \mathcal{B} de E est orthonormale si et seulement si la matrice de passage de \mathcal{B}_0 à \mathcal{B} est orthogonale.

Si \mathcal{B}_0 est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E , alors u est une isométrie vectorielle de E si et seulement si $\text{Mat}_{\mathcal{B}_0}(u)$ est orthogonale.

Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.

Isométrie vectorielle positive, négatives (directe, indirecte). Groupe spécial orthogonal.

Notations $O_n(\mathbb{R}), O(n)$.

Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.

Notations $SO_n(\mathbb{R}), SO(n)$ et $SO(E)$.

c) Classification en dimensions 2 et 3

Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.

Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries.

Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.

d) Matrices symétriques réelles

Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux.

Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A , il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $D = P^{-1}AP$.

Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.

 \Leftrightarrow PC/SI : matrice d'inertie.**Séries de Fourier**

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T -périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans \mathbb{R} . Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. L'interprétation géométrique de la n -ième somme de Fourier comme projection orthogonale relie les points de vue analytique et géométrique de la théorie. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

a) Complément sur les fonctions définies par morceaux

Une fonction définie sur un segment $[a, b]$ à valeurs dans \mathbb{R} est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur $[a, b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe \mathcal{C}^1) sur $[a_i, a_{i+1}]$.

Une fonction T -périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) si elle est continue (respectivement de classe \mathcal{C}^1) sur une période.

Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T -périodiques et continues par morceaux sur \mathbb{R} .

Intégrale sur une période d'une fonction T -périodique et continue par morceaux.

Interprétation graphique.

 \Leftrightarrow PC/SI : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.

Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.

b) Coefficients et séries de FourierCoefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f .Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k .Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.

Cas des fonctions paires, impaires.

Dans le cas des fonctions vérifiant la relation $f\left(x + \frac{T}{2}\right) = -f(x)$, tous les coefficients d'indices pairs sont nuls.

 \Leftrightarrow SI : symétrie de glissement.

Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par :

$$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Dans le cas des fonctions continues, interprétation géométrique de $S_n(f)$ comme la projection orthogonale de f sur le sous-espace vectoriel engendré par les fonctions $t \mapsto \cos(k\omega t)$ et $t \mapsto \sin(k\omega t)$ ($k \in \llbracket 0, n \rrbracket$) pour le produit scalaire défini par $\langle f, g \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)g(t) dt$.

c) Théorèmes de convergence

Théorème de Parseval : si f est une fonction T -périodique et continue par morceaux sur \mathbb{R} , les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et :

$$\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T -périodique et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux sur \mathbb{R} , alors la série de Fourier de f converge en tout point et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h))$$

Cas où f est continue et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux.

Démonstration hors programme.

Interprétation géométrique du théorème de Parseval dans le cas des fonctions continues.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC/SI : puissance, valeur efficace, taux de distorsion.

Démonstration hors programme.

On appelle régularisée de f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$t \mapsto \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h)).$$

\Leftrightarrow I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC/SI : décomposition en harmoniques.

Probabilités

A - Compléments sur les variables aléatoires réelles finies

Ce sous-chapitre a pour objectifs de consolider les acquis de première année sur les variables aléatoires réelles finies et d'étendre les résultats au cas de n variables aléatoires. Dans ce cadre, l'accent est mis sur les couples. Les vecteurs aléatoires ne sont introduits que dans le but d'interpréter une loi binomiale comme une somme de lois de Bernoulli indépendantes. La notion d'espace probabilisé produit n'est pas au programme. L'univers est supposé fini.

a) Couple de variables aléatoires

Couple de variables aléatoires.

Loi du couple ou loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.

Loi conditionnelle de Y sachant ($X = x$).

Extension aux n -uplets de variables aléatoires.

La loi conjointe de X et Y est la loi de (X, Y) , les lois marginales de (X, Y) sont les lois de X et Y .

Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.

b) Variables aléatoires indépendantes

Couple de variables aléatoires indépendantes : pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$,

$$P(X = x \cap Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$

Si X et Y sont indépendantes, pour tout $(A, B) \subset X(\Omega) \times Y(\Omega)$,

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A)P(X \in B).$$

Démonstration hors programme.

Si X et Y sont indépendantes, les variables aléatoires $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi.

Variables aléatoires mutuellement indépendantes : si $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1(\Omega) \times X_2(\Omega) \times \dots \times X_n(\Omega)$,

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n (X_i = x_i)\right) = \prod_{i=1}^n P(X_i = x_i).$$

Démonstration hors programme.

Si X_1, \dots, X_n sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit $(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^n \mathcal{P}(X_i(\Omega))$, les événements $(X_i \in A_i)$ sont mutuellement indépendants.

Si X_1, \dots, X_n sont mutuellement indépendantes, les variables aléatoires $f(X_1, \dots, X_p)$ et $g(X_{p+1}, \dots, X_n)$ le sont aussi.

Si X_1, \dots, X_n sont mutuellement indépendantes de loi $\mathcal{B}(p)$, alors $X_1 + \dots + X_n$ suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir interpréter une loi binomiale comme une somme de lois de Bernoulli indépendantes.

c) Covariance et coefficient de corrélation linéaire

Covariance d'un couple de variables aléatoires.

Variance de $aX + bY$.

Coefficient de corrélation linéaire.

Inégalité $|\rho(X, Y)| \leq 1$.

Notation $\text{Cov}(X, Y)$.

Notation $\rho(X, Y)$.

Analogie avec la formule donnant le cosinus d'un angle formé par deux vecteurs à partir du produit scalaire et des normes.

Caractérisation des égalités $\rho(X, Y) = 0$ et $\rho(X, Y) = \pm 1$.

Si X et Y sont indépendantes,

Les réciproques sont fausses en général.

$$E(XY) = E(X)E(Y); \quad \text{Cov}(X, Y) = 0;$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y).$$

B - Probabilités sur un univers dénombrable

On aborde dans ce sous-chapitre l'étude des probabilités sur un univers dénombrable afin de modéliser les processus stochastiques à temps discret. Les résultats démontrés en première année dans le cadre d'un univers fini sont étendus sans démonstration. La construction d'espaces probabilisés modélisant notamment une suite d'expériences aléatoires indépendantes est hors de portée à ce niveau. On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω . La notion de tribu est hors programme.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Espaces probabilisés dénombrables

Un ensemble est dit dénombrable s'il peut être décrit en extension par $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Expérience aléatoire, événements.

Suite infinie d'événements ; union et intersection.

Système complet d'événements.

On appelle probabilité sur Ω toute application P de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0, 1]$ vérifiant $P(\Omega) = 1$ et, pour toute suite $(A_k)_{k \in \mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles :

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$

Dénombrabilité de \mathbb{N} , de \mathbb{Z} .

Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.

Extension des définitions vues en première année.

Les étudiants doivent faire le lien entre point de vue probabiliste et point de vue ensembliste.

b) Indépendance et conditionnement

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Formules des probabilités composées.

Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est un système complet d'événements de probabilités non nulles, alors la série $\sum P(B \cap A_n)$ converge et,

$$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \mid A_n) P(A_n)$$

Formules de Bayes : si A et B sont deux événements tels que $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, alors,

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) P(A)}{P(B)}$$

Indépendance de deux événements.

Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

On la note aussi $P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité.

Brève extension des résultats vus dans le cadre d'un univers fini.

La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.

Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P(A \mid B) = P(A)$.

L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si $n \geq 3$.

C - Variables aléatoires discrètes

L'utilisation de variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite en pratique aux variables aléatoires définies sur un univers dénombrable.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Variable aléatoire réelle

Une variable aléatoire réelle X est une application définie sur Ω et à valeurs dans \mathbb{R} .

Loi de probabilité.

L'application P_X est définie par la donnée des $P(X = x)$ pour x dans $X(\Omega)$.

Fonction de répartition ; croissance.

Notation P_X .

$$F_X(x) = P(X \leq x).$$

La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible.

Les étudiants doivent savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.

Si f est une application à valeurs réelles, on admet que $f(X)$ est une variable aléatoire et on se limite aux cas simples du type X^2 et X^3 .

Image d'une variable aléatoire par une application.

b) Espérance

La variable aléatoire réelle X est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente. Dans ce cas, on appelle espérance de X le réel

$$\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n).$$

Linéarité de l'espérance.

Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n, n \in \mathbb{N}\}$ de X , alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\sum P(X = x_n) f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a :

$$E(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n) f(x_n)$$

On admet que la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération.

Notation $E(X)$.

\Leftrightarrow PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir calculer une espérance en appliquant le théorème du transfert.

c) Variance et écart type d'une variable aléatoire

Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie.

Lorsque X^2 est d'espérance finie, on appelle variance de X le réel $E(X^2) - (E(X))^2$.

Écart type d'une variable aléatoire.

$V(aX + b) = a^2 V(X)$ pour a et b deux réels donnés.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Notation $V(X)$.

Les moments d'ordre supérieur ne sont pas au programme.

L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

d) Lois usuelles

Pour $p \in]0, 1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{G}(p)$ si et seulement si

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = p(1-p)^{k-1}.$$

Pour $\lambda \in \mathbb{R}$, loi de Poisson de paramètre λ : la variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{P}(\lambda)$ si et seulement si

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$

Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, X_n suit une loi binomiale de paramètre (n, p_n) et si $\lim_{n \rightarrow +\infty} np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(X_n = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$

Espérance et variance d'une loi géométrique, d'une loi de Poisson.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$.

Les étudiants doivent savoir reconnaître des situations modélisables par une loi géométrique.

La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite infinie d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p . On remarquera que cette interprétation requiert l'existence d'une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ de variables de Bernoulli indépendantes, donc un univers non dénombrable. Elle est donnée à titre heuristique.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$.

Les étudiants doivent savoir reconnaître des situations modélisables par une loi de Poisson.

\Leftrightarrow PC : compteur Geiger.

Démonstration hors programme.

\Leftrightarrow I : simulation de cette approximation.

La notion de convergence en loi est hors programme.

Équations différentielles

L'étude des équations différentielles est limitée au cas linéaire. L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires. L'approche graphique offerte par l'outil informatique met en évidence les problèmes de stabilité des solutions.

a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2

Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes.

Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Principe de superposition.

Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.

Démonstration hors programme.

\Leftrightarrow I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.

Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène.

\Leftrightarrow PC/SI : étude de systèmes ayant une masse variable dans le temps.

Recherche de solutions particulières, notamment développables en série entière.

b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants.	\Leftrightarrow SI : problèmes d'asservissement.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.
Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres de A dans le cas où A est diagonalisable.	\Leftrightarrow PC : stabilité des solutions, état d'équilibre.
Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogène à coefficients constants.	Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2 étudiée en première année.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de \mathbb{R}^n et à valeurs dans \mathbb{R} . On se limite en pratique au cas $n \leq 3$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples, application à l'étude de certaines courbes et surfaces.

a) Introduction à la topologie de \mathbb{R}^n ($n \leq 3$)

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^n .	Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.
Boules. Partie bornée de \mathbb{R}^n .	
Partie ouverte, partie fermée.	
Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Frontière (ou bord) d'une partie de \mathbb{R}^n .	Chaque définition est assortie d'une figure. Les caractérisations séquentielles sont hors programme.

b) Limite et continuité

Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie.	L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
Opérations.	
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.	

c) Dérivées partielles, applications de classe \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^2 sur une partie ouverte

Dérivées partielles d'ordre 1.	Notations $D_i f(a)$, $\partial_i f(a)$, $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.
	La notion de différentielle en un point est hors programme.
	\Leftrightarrow PC/SI : notation différentielle $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$.
Gradient.	Notation ∇f .
Point critique.	
Application de classe \mathcal{C}^1 . Opérations.	
Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 .	Existence admise.
Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.	

Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$.

Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.
 \Leftrightarrow PC : laplacien.

Dérivées partielles d'ordre 2.
 Application de classe \mathcal{C}^2 . Opérations.
 Théorème de Schwarz.

Démonstration hors programme.

d) Équations aux dérivées partielles

Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.

Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu.
 \Leftrightarrow PC : équation de transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

e) Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.
 Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de \mathbb{R}^2 .

f) Applications géométriques

Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ avec f de classe \mathcal{C}^1 .
 Point régulier.
 Tangente en un point régulier définie comme la droite orthogonale au gradient et passant par le point.
 En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f .
 Surface définie par une équation $f(x, y, z) = 0$ avec f de classe \mathcal{C}^1 .
 Point régulier.
 Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.
 Position relative locale entre une surface d'équation $z = g(x, y)$ et son plan tangent.

Cas particulier des courbes d'équation $y = g(x)$.

En admettant l'existence d'un paramétrage local de classe \mathcal{C}^1 , lien avec la tangente à un arc paramétré.
 Démonstration hors programme.
 \Leftrightarrow PC : lignes équipotentielles et lignes de champ.
 \Leftrightarrow I : tracé de lignes de niveau.
 Cas particulier des surfaces d'équation $z = g(x, y)$.

ANNEXE 2

PROGRAMME DE PHYSIQUE-CHIMIE TSI de deuxième année

Préambule

Le programme de physique-chimie de deuxième année de TSI s'inscrit dans la continuité du programme de première année. Ce programme a été construit pour faire réussir tous les élèves qui ont été formés dans le cadre du lycée rénové et les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en vue de devenir ingénieur, chercheur ou enseignant et, plus généralement, être à même de se former tout au long de la vie.

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux volets s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. Cela nécessite d'asseoir un socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique chimie mais aussi de développer des compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.

Dans la continuité du programme de première année, le développement des compétences se poursuit au moyen de la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des élèves et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent la poursuite du développement chez l'élève, outre des compétences purement scientifiques, l'autonomie, l'esprit critique, la prise d'initiative, la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Elles permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.

Concernant l'aspect théorique, le socle de connaissances et de capacités scientifiques du programme de seconde année vient compléter celui de première année tout en s'appuyant sur celui-ci. La priorité doit toujours être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques dans la résolution des problèmes et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers les questions de fond (modélisation, analyse des résultats...). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en enlevant la contrainte d'obtenir une équation dont la résolution analytique serait accessible à l'étudiant.

Le programme fait toujours une très large place à la démarche expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale. Les activités expérimentales permettent l'acquisition de compétences spécifiques, ainsi que d'un réel savoir-faire dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées ;
- le second concerne l'identification, tout au long du programme, de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :

- dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;
- dans la deuxième partie « **formation expérimentale** » sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
- dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est constituée de cinq parties : thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques, électronique, optique, électromagnétisme, chimie.

Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en deuxième année de TSI sont précisés en appendice. Ils viennent s'ajouter aux outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les élèves. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

1. la mise en activité des élèves : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les élèves seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités allant dans le même sens ;
2. la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique et la chimie se sont développées uniquement afin de répondre à des questions que l'Homme se pose. Ainsi en TSI, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels. Toute démarche purement descendante est à proscrire ;
3. **une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de mathématiques et de sciences industrielles.**

Partie 1 - Démarche scientifique

1 - Démarche expérimentale

Compétences mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	<ul style="list-style-type: none">- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation- énoncer une problématique- définir des objectifs
Analyser	<ul style="list-style-type: none">- formuler une hypothèse- proposer une stratégie pour répondre à une problématique- proposer un modèle- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	<ul style="list-style-type: none">- mettre en œuvre un protocole- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	<ul style="list-style-type: none">- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes- confronter un modèle à des résultats expérimentaux- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information- analyser les résultats de manière critique- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	<ul style="list-style-type: none">- à l'écrit comme à l'oral :<ul style="list-style-type: none">o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensibleo utiliser un vocabulaire scientifique adaptéo s'appuyer sur des schémas, des graphes- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	<ul style="list-style-type: none">- travailler seul ou en équipe- solliciter une aide de manière pertinente- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2 - Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ...
Etablir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. ...

Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer	Présenter la résolution, en expliquant le raisonnement et les résultats.

Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous estimer (on a souvent tendance à dire que l'on fait un calcul d'ordre de grandeur alors que l'on a un résultat à 10% près) ;
- déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat ;

En lien avec l'analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Être capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie ... le résultat d'une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène ... ;
- la vérification d'une modélisation sera effectuée en réalisant l'expérience. Cela peut s'effectuer en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement

3 – Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne capacités exigibles de la partie « formation disciplinaire ». L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...),

- démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique et de la chimie du XXème et XXIème siècle et de leurs applications ;
 - de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	<ul style="list-style-type: none"> - Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,...) - ...
Analyser	<ul style="list-style-type: none"> - Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire pour apporter de la plus-value aux documents proposés - ...
Réaliser	<ul style="list-style-type: none"> - Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,... - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,... - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit - ...
Valider	<ul style="list-style-type: none"> - Confronter les idées d'un texte à ses connaissances - Faire preuve d'esprit critique - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,...) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance - ...
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	<ul style="list-style-type: none"> - Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,...(clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques - ...

Partie 2 – Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de la seconde année de TSI durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de première année dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les activités expérimentales sur le thème de la chimie sont aussi l'occasion de consolider les savoir-faire de première année en particulier dans le domaine des solutions aqueuses.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de temps et de fréquences	
Analyse spectrale	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou un système d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
2. Électricité	
Électronique numérique	Numériser un signal et utiliser un algorithme numérique pour effectuer un filtrage numérique de ce signal.
Onde électromagnétique	Mettre en œuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.
3. Optique	
Analyser une lumière.	Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et déterminer sa direction de polarisation. Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.
Analyser une figure d'interférence.	Mettre en œuvre un photodétecteur en sortie d'un interféromètre.
4. Thermodynamique	
Conduction thermique.	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique le protocole étant donné.
5. Chimie	
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques	
- chimiques Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.
- électriques	Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
- optiques	Utiliser les sources laser de manière adaptée.
2. Impact environnemental	
Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser, notamment dans les domaines de la cristallographie, de la modélisation moléculaire, et plus généralement dans les situations exigeant une représentation tridimensionnelle.
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

Partie 3 – Formation disciplinaire

1. Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

Cette partie du programme s'intéresse aux phénomènes liés à l'écoulement d'un fluide et aux échanges d'énergie dans les machines thermiques. Elle est essentiellement abordée à travers la mise en œuvre de bilans d'énergie.

Elle prolonge le programme de thermodynamique de première année en introduisant le formalisme de la thermodynamique différentielle.

Les principes de la thermodynamique pour un système fermé sont repris sous forme infinitésimale. Les identités thermodynamiques sont introduites dans le but d'établir et de comprendre les allures des courbes dans les diagrammes thermodynamiques ; il ne s'agit pas de les exploiter pour retrouver les expressions des fonctions d'état, ces dernières devant toujours être fournies. L'application des deux principes aux fluides en écoulement stationnaire dans les systèmes ouverts conduit ensuite à l'analyse de quelques systèmes industriels.

Des notions de base de mécanique des fluides sont également introduites. L'objectif est de décrire les écoulements simples de fluides dans les machines thermiques en évoquant les phénomènes de perte de charge et le rôle de la viscosité. L'approche se fonde exclusivement sur la notion de bilan macroscopique : toute formulation locale de la mécanique des fluides, notamment à l'aide d'opérateurs vectoriels, est exclue.

Enfin, on aborde la conduction thermique à l'aide de bilans infinitésimaux, la loi de Newton étant introduite pour faire le lien avec la thermodynamique industrielle.

Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de deuxième année TSI permet une révision du cours de première année et contribue à conforter les compétences correspondantes.

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme.

- Maîtriser les notions de champs scalaires et vectoriels.
- Découper un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux puis sommer les contributions infinitésimales d'une grandeur extensive.
- Définir une surface de contrôle afin de réaliser des bilans de grandeurs extensives.
- Utiliser des diagrammes thermodynamiques.

La partie **1** introduit sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

La partie **2** présente les principes de la thermodynamique sous forme différentielle. Pour une grandeur extensive A , on note a la grandeur massique associée et A_m la grandeur molaire associée.

Ces outils sont réinvestis dans la partie **3** à l'occasion de l'étude des diagrammes thermodynamiques. On y exploite également les diagrammes et tables des fluides réels, afin d'habituer les étudiants à ne pas se limiter à des situations idéales (gaz parfait...).

La partie **4** introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans pourront ensuite être effectués. On pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel et divergence introduits dans le cours d'électromagnétisme.

Dans la partie 5, on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. On établit la relation de Bernoulli, puis on prend en compte les pertes de charge dans les conduites. On initie à ce sujet les étudiants à la lecture d'abaques. Dans un second temps, on tient compte des transferts thermiques pour exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

La partie 6 permet un approfondissement du cours de première année, par l'étude de cycles industriels. On se limite à des calculs relatifs au modèle du gaz parfait ou à l'utilisation des diagrammes d'état si le fluide est réel. Aucune connaissance relative à la technologie des installations ou aux différents types de cycles n'est exigible.

La partie 7 aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides. On se limite à l'étude de problèmes unidimensionnels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = -\rho g$.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère modélisés.
2. Expression différentielle des principes thermodynamiques.	
Échelle mésoscopique, transformation infinitésimale.	Découper un système en sous-systèmes élémentaires. Découper une transformation finie en une succession de transformations infinitésimales.
Premier principe pour un système fermé sous la forme $dU + dEc = \delta W + \delta Q$. Deuxième principe pour un système fermé sous la forme $dS = \delta S_{\text{éch}} + \delta S_{\text{créée}}$ avec $\delta S_{\text{éch}} = \sum \delta Q_i / T_i$.	Appliquer les principes pour obtenir une équation différentielle relative au système considéré.
Identités thermodynamiques.	Définir la température et la pression thermodynamiques.
Relations massiques.	Écrire les principes dans le cas d'un système de masse unité.
3. Diagrammes d'état des fluides réels purs.	
Enthalpie de changement d'état.	Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Calculer l'énergie récupérable par transfert thermique lors de la condensation totale d'un fluide.

Variation élémentaire d'enthalpie au cours d'un changement d'état isotherme.	Lier la variation élémentaire de l'enthalpie à l'enthalpie de changement d'état.
Règle des moments.	Utiliser la règle des moments.
Diagrammes de Clapeyron (P,v), entropique (T,s).	Représenter, pour chaque diagramme, l'allure des courbes isothermes, isobares, isochores, isentropiques, isenthalpes. Établir l'équation de ces courbes dans la limite du gaz parfait, dans la limite du liquide incompressible et indilatable. Exploiter un diagramme pour déterminer une grandeur physique.
4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant.	Déduire le caractère divergent ou rotationnel d'un écoulement à l'aide d'une carte de champ de vitesse fournie.
Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide incompressible en écoulement.
5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Caractériser un fluide parfait par un profil de vitesse uniforme dans une même section droite. Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (dans le cadre des machines hydrauliques et thermiques, des lubrifiants, ...). Relier l'expression de la force surfacique de cisaillement au profil de vitesse. Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Lier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
Bilan de grandeurs énergétiques extensives.	Définir un volume et une surface de contrôle stationnaire. Énoncer et mettre en œuvre la conservation de l'énergie mécanique pour des systèmes ouverts et fermés.
Bilan d'énergie pour un fluide parfait, relation	Établir un bilan de puissance pour un circuit

de Bernoulli.	hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. Exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide incompressible. Approche documentaire : Analyser des méthodes et des dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d'un écoulement.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique par frottement. Mettre en évidence la perte de charge.
Travail indiqué w_i .	Définir le travail indiqué comme la somme des travaux autres que ceux des forces de pression d'admission et de refoulement. Relier la notion de travail indiqué à la présence de parties mobiles.
Premier et second principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie	Établir et utiliser ces principes sous la forme : <ul style="list-style-type: none"> • $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$ • $\Delta s = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}}$. Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.
6. Thermodynamique industrielle.	
Moteurs, réfrigérateurs, pompes à chaleur.	Pour une machine dont les éléments constitutifs sont donnés, repérer les sources thermiques, le sens des échanges thermiques et mécaniques. Relier le fonctionnement d'une machine au sens de parcours du cycle dans un diagramme thermodynamique. Exploiter des diagrammes et des tables thermodynamiques pour déterminer les grandeurs thermodynamiques intéressantes. Définir et exprimer le rendement, l'efficacité ou le coefficient de performance de la machine. Citer des ordres de grandeur de puissances thermique et mécanique mises en jeu pour différentes tailles de dispositifs.
7. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique.	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Lier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son

	sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique dans le domaine de l'habitat.
Bilan enthalpique.	Établir une relation différentielle entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la chaleur sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Lier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion par une analyse dimensionnelle.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.

2. Électronique

Ce module renforce et complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « signaux physiques » du programme de première année. Ainsi, les notions de filtrage et d'analyse spectrale sont réinvesties, en particulier dans les activités expérimentales. Le programme de deuxième année ajoute la rétroaction et le bouclage des systèmes linéaires dans le but d'aborder les oscillateurs.

Différentes thématiques sont illustrées à l'aide de l'amplificateur linéaire intégré ALI (également appelé amplificateur opérationnel) dont l'étude n'est pas une fin en soi mais un outil permettant des réalisations expérimentales variées.

Par ailleurs, des exemples de manifestations des non linéarités sont abordés à l'occasion de la saturation ou de la vitesse limite de balayage d'un amplificateur.

Afin de compléter l'approche analogique des circuits électriques, un module à vocation expérimentale est consacré au traitement numérique des signaux à travers les sujets suivants :

- la conversion analogique/numérique.
- l'échantillonnage et le repliement de spectre,
- le filtrage numérique,

Objectifs généraux de formation

Dans le prolongement de la première année, le passage d'une représentation temporelle à une représentation fréquentielle d'un signal est un objectif essentiel de la formation, cette capacité étant renforcée par une pratique abondante de l'analyse spectrale en TP.

Les fonctions de transfert et les diagrammes de Bode nécessaires à la compréhension des systèmes sont systématiquement fournis, l'accent étant mis prioritairement sur la compréhension des fonctions réalisées par des blocs fonctionnels et non par des composants particuliers. L'étude des circuits utilisant un ALI est volontairement limitée à des situations simples dont la compréhension ne nécessite pas l'emploi de technique de résolution sophistiquée.

L'étude expérimentale des systèmes mettant souvent en œuvre des instruments numériques d'acquisition, de mesure, ou de calcul, la formation est complétée par une initiation à l'électronique numérique. Cette ouverture est abordée de manière exclusivement expérimentale afin de sensibiliser les étudiants aux limites introduites par l'échantillonnage lors d'une conversion analogique/numérique.

La partie 1 illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est uniquement évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non linéaire du système étudié. L'identification de certains montages à des systèmes bouclés permet de faire le lien avec le cours d'automatique de SII.

La partie 2 s'intéresse à une étude non exhaustive des oscillateurs en électronique. Les exemples sont choisis à l'initiative du professeur et les fonctions de transfert des filtres utilisés sont fournies. En TP, on complète l'étude par une analyse spectrale des signaux.

La partie 3 est exclusivement étudiée de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année. Le professeur introduira les thèmes proposés au fur et à mesure des besoins et en relation avec les autres sujets d'étude. Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement à l'aide d'une analogie stroboscopique, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.

Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction, ce dernier étant réalisé à l'aide d'une feuille de calcul traitant l'acquisition numérique d'une entrée analogique, un CNA restituant ensuite une sortie analogique. On étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Rétroaction	
Modèle de l'ALI défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie, une saturation de l'intensité de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Modéliser un ALI fonctionnant en régime linéaire par un schéma bloc fonctionnel.
Montages amplificateur non inverseur et comparateur à hystérésis.	Distinguer les différents régimes de fonctionnement.
Vitesse de balayage.	Identifier la manifestation de la vitesse limite de balayage d'un ALI dans un montage.
Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de stabilité du régime linéaire.

Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime saturé.	<p>Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple.</p> <p>Pour une entrée sinusoïdale, faire le lien entre la non linéarité du système et la génération d'harmoniques en sortie.</p> <p>Établir le cycle du comparateur à hystérésis.</p>
2. Oscillateurs	
Oscillateur quasi-sinusoïdal .	<p>Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé.</p> <p>Analyser sur l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations.</p> <p>Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations.</p> <p>Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.</p> <p>Approche documentaire : en relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en terme de système bouclé auto-oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.</p>
Oscillateur à relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis.	<p>Décrire les différentes séquences de fonctionnement.</p> <p>Exprimer les conditions de basculement.</p> <p>Établir la fréquence d'oscillation.</p>
Générateur de signaux non sinusoïdaux.	Réaliser un oscillateur à relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.
3. Électronique numérique	
<p>Échantillonnage.</p> <p>Analyse spectrale numérique.</p> <p>Condition de Shannon.</p>	<p>Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre dû à l'échantillonnage lors de l'utilisation d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition</p> <p>Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une d'acquisition numérique afin de respecter la condition de Shannon.</p>
Filtrage numérique.	Réaliser un filtrage numérique passe-bas d'une acquisition.

3. Optique

Le programme d'optique de seconde année s'inscrit dans le prolongement de la partie « Signaux physiques » du programme de première année. Il s'agit pour les étudiants d'approfondir l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, conséquences de la nature ondulatoire de la lumière.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année TSI, le formalisme utilisé constitue une avancée importante dans la modélisation des phénomènes décrits ; l'enseignant veillera particulièrement à privilégier les aspects expérimentaux et à utiliser tous les supports de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,...) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations. L'enseignant ne manquera pas non plus de rappeler que ces phénomènes, étudiés ici dans le cadre de l'optique, sont généralisables à tout comportement ondulatoire.

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young et de dispositifs d'interférences à N ondes.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser la notion de phase d'une vibration harmonique et de sa variation au cours d'une propagation ;
- associer les caractéristiques géométriques d'un phénomène d'interférences (position et forme des franges, interfrange) à celles des sources et du milieu de propagation ;
- connaître certains ordres de grandeur propres aux phénomènes lumineux dans le domaine du visible (longueur d'onde, durée d'un train d'onde, temps d'intégration d'un capteur) ; faire le lien avec les problèmes de cohérence ;
- maîtriser les outils de l'optique géométrique (rayon de lumière, principe du retour inverse, lois de conjugaison) et de l'optique ondulatoire (chemin optique, surface d'onde, théorème de Malus) afin de conduire un calcul de différence de marche entre deux rayons de lumière dans des situations simples.

La partie 1 introduit les outils nécessaires. L'intensité lumineuse est introduite comme une puissance par unité de surface. Le théorème de Malus (orthogonalité des rayons de lumière et des surfaces d'ondes) est admis.

Les calculs théoriques d'intensité lumineuse sont effectués dans la partie 2.

Dans la partie 3, l'utilisation des trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur de front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Modèle scalaire des ondes lumineuses.	
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus (admis).	Exprimer le retard de phase en un point en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.

Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon de lumière et en termes de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon de lumière choisi.
Modèle d'émission. Relation (admise) entre la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale.	Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques sources de lumière. Utiliser la relation $\Delta f \cdot \Delta t \approx 1$ pour lier la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale $\Delta \lambda$ de la source.
Détecteurs. Intensité lumineuse. Facteur de contraste	Exploiter la propriété qu'un capteur optique quadratique fournisse un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration. Citer l'ordre de grandeur du temps d'intégration de quelques capteurs optiques. Mettre en œuvre une expérience utilisant un capteur CCD.
2. Superposition d'ondes lumineuses.	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Exploiter l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel : $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Réaliser expérimentalement un spectroscopie à l'aide d'un réseau optique.
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde.	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie et à l'infinie. Ordre d'interférences p .	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. Décrire et mettre en œuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young. Montrer la non localisation des franges d'interférences.

Variations de l'ordre d'interférences p avec la position du point d'observation ; franges d'interférences. Interfrange.	Interpréter la forme des franges observées.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.

4. Électromagnétisme

Le programme d'électromagnétisme de la deuxième année s'inscrit dans le prolongement des parties « Signaux physiques » et « Induction et conversion électromécanique » du programme de première année. Il s'agit pour les étudiants de découvrir les lois locales et intégrales qui gouvernent les champs électrique et magnétique et certaines applications dans des domaines variés.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année TSI, le formalisme utilisé constitue, bien souvent, pour les étudiants une première découverte ; il convient pour l'enseignant d'être particulièrement attentif aux difficultés potentielles des étudiants et d'utiliser tous les outils de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,...) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations.

L'étude des champs électrostatique et magnétostatique est présentée en deux parties distinctes ; l'enseignant est libre, s'il le souhaite, de procéder à une présentation unifiée de la notion de champ statique. Pour les calculs de champs, l'accent est mis sur les situations à haut degré de symétrie qui permettent l'utilisation efficace des propriétés de flux ou de circulation.

Les équations locales des champs statiques sont introduites comme cas particuliers des équations de Maxwell.

La loi de Biot et Savart et la notion de potentiel vecteur ne relèvent pas du programme. Les relations de passage relatives au champ électromagnétique peuvent être exploitées mais doivent être systématiquement fournies en cas de besoin.

Après une présentation des équations de Maxwell et des aspects énergétiques, le programme analyse le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide, la structure des champs associés et la réflexion des ondes sur un métal parfait.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser le concept de champ scalaire et de champ de vecteurs et manipuler les opérateurs vectoriels relatifs aux champs scalaires et vectoriels ; citer quelques ordres de grandeur
- conduire des analyses de symétrie et d'invariance et calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation ;
- énoncer des lois de l'électromagnétisme sous formes locale et intégrale et faire le lien entre les deux formulations ;
- conduire des bilans énergétiques mettant en jeu matière et champ électromagnétique ;
- associer au phénomène de propagation un couplage entre les champs, une équation locale et des solutions dans des cas simples ;
- décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.

La partie **1** présente les lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.

L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss (admis) pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Une antisymétrie est la composée d'une symétrie plane et d'une opération de conjugaison de charge.

Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées.

Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme.

Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

L'étude de la magnétostatique menée dans la partie **2** s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année de TSI, les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique. La loi de Biot et Savart n'est pas introduite ; l'utilisation de celle-ci pour calculer un champ magnétostatique est donc exclue.

Les distributions de courants surfaciques ne sont pas introduites à ce niveau du programme, elles le seront uniquement à l'occasion de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Les équations de Maxwell sont présentées dans la partie **3**. Elles permettent une première approche quantitative du phénomène de propagation et, également, de revenir qualitativement sur l'induction étudiée en première année.

Les lois locales de l'électrostatique relatives au potentiel constituent un support pertinent pour procéder à une approche numérique de la résolution d'une équation différentielle.

Dans la partie **4**, on s'intéresse à l'aspect énergétique de l'électromagnétisme. Aucun modèle relatif à la loi d'Ohm locale n'est exigible ; l'accent est mis sur les échanges d'énergie entre la matière et le champ électromagnétique, sur l'utilisation du flux du vecteur de Poynting pour évaluer une puissance rayonnée à travers une surface et sur les bilans d'énergie et de puissance.

La partie **5**, articulé autour de la propagation des ondes électromagnétiques, est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude. La notion de densité de courant surfacique est introduite mais le calcul de l'intensité à travers un segment ne relève pas du programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Électrostatique.	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.

<p>Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».</p>	<p>Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface.</p> <p>Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.</p>
<p>Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.</p>	<p>Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords.</p>
<p>Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.</p>	<p>Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges.</p> <p>Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement.</p> <p>Relier les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ.</p> <p>Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution.</p> <p>Approche numérique : représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.</p>
<p>Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.</p>	<p>Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.</p>
<p>Analogies avec la gravitation.</p>	<p>Transposer le théorème de Gauss au cas de la gravitation.</p>
<p>2. Magnétostatique</p>	
<p>Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.</p>	<p>Calculer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.</p>
<p>Champ magnétostatique. Principe de superposition.</p>	<p>Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ magnétostatique par superposition dans des cas simples.</p>
<p>Symétries et invariances du champ magnétostatique.</p>	<p>Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants.</p> <p>Identifier les invariances d'une distribution de courants.</p> <p>Exploiter les symétries et les invariances d'une</p>

	distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie. Citer quelques ordres de grandeur de champs magnétostatiques.
Applications au fil rectiligne « infini » de section non nulle et au solénoïde « infini ».	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne « infini » de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde « infini » en admettant que le champ est nul à l'extérieur.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ magnétostatique créées par une distribution de courants. Relier les variations de l'intensité du champ magnétostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de ligne de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. Approche numérique : représenter des cartes de lignes de champ magnétostatique.
3. Équations de Maxwell	
Principe de la conservation de la charge : formulation locale.	Établir l'équation locale de la conservation de la charge dans le cas à une dimension.
Équations de Maxwell : formulations locale et intégrale.	Écrire et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale. Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday.
Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Approximation des régimes quasi-stationnaires (ou quasi-permanents).	Comparer une durée typique d'évolution des sources à une durée de propagation de l'onde électromagnétique.
Cas des champs statiques : équations locales.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell.

Équation de Poisson et équation de Laplace de l'électrostatique.	Établir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique. Approche numérique : mettre en œuvre une méthode de résolution numérique pour déterminer une solution à l'équation de Laplace, les conditions aux limites étant données.
4. Énergie du champ électromagnétique	
Densité volumique de force électromagnétique. Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.	Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
Loi d'Ohm locale ; densité volumique de puissance Joule.	Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting : bilan d'énergie.	Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée. Effectuer un bilan d'énergie sous forme globale.
5. Propagation	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	Reconnaître l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement. Mettre en évidence une polarisation rectiligne.
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.

5. Chimie

Le programme de chimie de deuxième année de TSI reprend et complète celui de première année.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- distinguer modélisation d'une transformation chimique (réaction chimique et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système (tableau d'avancement, comparaison entre quotient de réaction et constante d'équilibre, état d'équilibre final ou transformation totale) prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- utiliser des tables de données thermodynamiques ;
- confronter des grandeurs calculées avec des mesures expérimentales.

La partie 1 traite de la thermodynamique de la transformation chimique. Le but de cette partie est double : d'une part aborder les transferts thermiques d'un système engagé dans une transformation chimique, et d'autre part utiliser le critère d'évolution spontané d'un système chimique.

Les grandeurs standard de réaction sont introduites. On se place systématiquement dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. D'une part, le calcul de ces grandeurs à 298 K à partir de tables de données thermodynamiques rend possible une estimation du transfert thermique d'un système engagé dans une transformation physico-chimique qui peut être confrontée à l'expérience.

Le critère d'évolution spontanée d'un système chimique se fait par comparaison entre la constante thermodynamique d'équilibre et le quotient de réaction, sans que celui-ci soit relié au deuxième principe. La variation de la constante d'équilibre avec la température est décrite par la loi de Van't Hoff.

Enfin, l'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système chimique permet d'aborder la problématique de l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. L'étude de tout ou partie d'une unité de synthèse industrielle est conduite à l'aide d'une approche documentaire.

La partie 2 présente les diagrammes potentiel-pH, autres que celui du fer déjà vu en première année. La discussion et l'utilisation des diagrammes potentiel-pH doit se faire en lien avec leurs applications industrielles.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Équilibres chimiques	
1.1. Application du premier principe à la transformation chimique	
État standard. Enthalpie standard de réaction. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Loi de Hess.	Calculer l'enthalpie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques et de la loi de Hess.

<p>Effets thermiques pour une transformation isobare :</p> <ul style="list-style-type: none"> - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi \Delta_r H^\circ$) ; - transformation chimique exothermique ou endothermique. 	<p>Prévoir le sens du transfert thermique entre le système en transformation chimique et le milieu extérieur.</p> <p>Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.</p> <p>Mettre en œuvre une démarche expérimentale mettant en jeu des effets thermiques d'une transformation chimique.</p>
<h2>1.2. Equilibre chimique</h2>	
<p>Constante d'équilibre : $K^q(T) = Q_{r, \text{éq}}$</p> <p>Relation de Van't Hoff.</p>	<p>Déterminer la valeur d'une constante d'équilibre thermodynamique d'une réaction par combinaison de constantes d'équilibres thermodynamiques d'autres réactions.</p> <p>Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique à une température quelconque.</p> <p>Déterminer le signe de l'enthalpie standard de réaction à partir de la loi de variation de $K^q(T)$ avec la température, la relation de Van't Hoff étant fournie.</p> <p>Mettre en œuvre une démarche expérimentale pour déterminer la valeur d'une constante d'équilibre en solution aqueuse.</p>
<p>État final d'un système : équilibre chimique ou transformation totale.</p>	<p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>
<p>Déplacement de l'équilibre chimique : influence d'une variation de température à pression constante.</p> <p>Influence d'une variation de la pression à température constante.</p>	<p>Utiliser les lois de modération qualitatives de Le Châtelier et comparer $K^q(T)$ fourni et Q_r pour en déduire le sens d'évolution spontanée du système.</p>
<p>Optimisation d'un procédé chimique :</p> <ul style="list-style-type: none"> • par modification de la valeur de K° ; • par modification de la valeur du quotient réactionnel. 	<p>Identifier les paramètres d'influence et la manière dont il faut les faire évoluer pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable.</p> <p>Approche documentaire : à partir de documents décrivant une unité de synthèse industrielle, analyser les choix industriels, aspects environnementaux inclus.</p>

2. Diagrammes potentiel-pH

Lecture de diagrammes potentiel-pH	Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH. Justifier la position d'une frontière verticale. Repérer une dismutation et la justifier. Prévoir les réactions chimiques possibles par superposition de plusieurs diagrammes. Citer un exemple d'application industrielle des diagrammes potentiel-pH
------------------------------------	---

Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de la classe de deuxième année TSI sont d'une part ceux qui figurent dans l'annexe 1 du programme de première année et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » n'a pas fait l'objet d'une rubrique en première année. L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées.

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion. L'accent sera mis sur le rôle des conditions aux limites.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles seront mobilisées principalement dans le cours de chimie sur la thermodynamique de la transformation chimique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse vectorielle	
Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso- f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel.	Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.

Laplacien d'un champ scalaire.	Définir $\Delta f = \text{div}(\mathbf{grad} f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs.	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\mathbf{A}) = -\Delta\mathbf{A} + \mathbf{grad}(\text{div}\mathbf{A})$.
2. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
3. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivée partielle.	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.