Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Direction générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle

Service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle

Département de l'architecture et de la qualité des formations de niveau licence

NOTE DE PRÉSENTATION

Les présents arrêtés, au nombre de huit, vous sont soumis pour visa avant présentation devant les instances consultatives.

Ils s'inscrivent dans la seconde phase du chantier de rénovation des programmes des classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) de la filière scientifique, phase consacrée aux programmes de seconde année.

Cependant, l'écriture des nouveaux programmes de seconde année d'informatique et de langues vivantes étrangères, ainsi que de sciences industrielles de l'ingénieur (SII), pour les voies MP, PC, PT, PSI et TSI, ayant pu être menée à bien en même temps que celle des programmes de première année, cette seconde phase ne concerne plus, en fait, que les programmes de mathématiques, de physique et de chimie pour les voies MP, PC, PT, PSI, TPC et TSI, et que ceux de mathématiques, de physique, de chimie et de sciences de la vie et de la terre (SVT) pour les voies BCPST et TB (pour cette dernière voie, un enseignement de biotechnologies étant, en outre, adjoint à celui de SVT). On notera que, pour des raisons de cohérence scientifique, les programmes des deux années de SVT, pour la voie BCPST, et de SVT et biotechnologies, pour la voie TB, n'ont pas été scindés et font l'objet d'une publication globale, la présente version des programmes de première année annulant et remplaçant, sans la modifier, celle publiée dans les arrêtés du 4 avril 2013.

Ces programmes de seconde année ont été élaborés selon les mêmes principes et les mêmes modalités que les programmes de la filière scientifique publiés au printemps dernier. Du 20 mai au 30 juin 2013, ils ont fait l'objet d'une consultation publique en ligne, sur le site du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche. Les 233 commentaires recueillis ont donné lieu à des corrections et ajustements.

Ces programmes entrent en vigueur à la rentrée 2013 pour ceux qui concernent la première année de CPGE, et à la rentrée 2014 pour ceux qui concernent la seconde année.

Les présents arrêtés n'affectent en rien les volumes horaires des enseignements concernés.

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Ministère de l'enseignement supérieur et
de la recherche

Arrêté du 2013

relatif aux programmes de mathématiques et de physique-chimie de la classe préparatoire scientifique physique et technologie (PT)

NOR ESRS A

Le ministre de l'éducation nationale et la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche,

Vu le code de l'éducation, et notamment ses articles D. 612-19 à D. 612-29 ;
Vu l'arrêté du 10 février 1995 modifié définissant la nature des classes composant les classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles ;
Vu l'arrêté du 20 juin 1996 modifié, définissant les objectifs de formation et le programme des classes préparatoires de seconde année de physique et technologie (PT) et de physique et technologie* (PT*) ;
Vu l'avis du ministre de la défense en date du 2013 ;
Vu l'avis du Conseil national de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 2013 ;
Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation en date du 2013,

Arrêtent :

Article 1er

Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique physique et technologie (PT), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2

Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3

Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait le 2013

Pour le ministre de l'éducation nationale et par délégation :
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
J.-P. DELAHAYE

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche et par délégation :
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
J.- M. JOLION

NB : Le présent arrêté et ses annexes seront consultables au *Bulletin officiel* du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche et au *Bulletin officiel* du ministère de l'éducation nationale du mis en ligne sur les sites www.enseignementsup-recherche.gouv.fr et www.education.gouv.fr

ANNEXE 1

Classe préparatoire PT
Projet de programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de PT, dans le prolongement de celui de PTSI, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :
- l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstrations des théorèmes figurant au programme ;
- le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique permet de développer :
- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et euclidienne ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.
Percevoir la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires et les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes…)
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

L'étude de chaque domaine du programme (analyse, algèbre, probabilités) permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation et d'établir des liens avec les autres disciplines.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année, introduit la notion de déterminant en dimension quelconque et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue vectoriel, matriciel et géométrique, notamment à travers une étude spécifique aux dimensions deux et trois. Le théorème spectral établit un lien entre ces deux volets et permet la classification des coniques.

Le programme d'analyse est introduit par l'étude des fonctions vectorielles d'une variable réelle qui s'attache à relier les registres analytique et géométrique en développant une étude aussi bien affine que métrique des arcs paramétrés. L'étude des enveloppes insiste sur la vision géométrique et conduit à celle de la développée d'une courbe régulière.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable, qui permet d'énoncer les théorèmes classiques sur les intégrales à paramètre.
Le chapitre relatif aux séries numériques a pour objectif la détermination de la nature d'une série par comparaison avec les séries de référence et se limite au cas de la convergence absolue. Il constitue une introduction à l'étude des séries entières qui sont utilisées pour développer une fonction en série, calculer la somme de certaines séries numériques, trouver des solutions d'une équation différentielle, ou encore définir les séries génératrices en probabilités.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle.
Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables fournit le vocabulaire et quelques outils utiles à la résolution de problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremum, équations aux dérivées partielles). Il concourt au développement des compétences « Calculer »et « Représenter ».
L'étude des surfaces présente deux modes de représentation : paramétrage et équation cartésienne. Les exemples des surfaces réglées et des surfaces de révolution fournissent l'occasion de passer du registre analytique au registre géométrique et vice versa ; l'outil informatique est recommandé pour la visualisation des surfaces et de leurs sections planes.

L'enseignement des probabilités présente brièvement le formalisme de Kolmogorov qui sera repris dans le cursus ultérieur des étudiants. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies étudiées en première année, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.
La loi faible des grands nombres permet de justifier a posteriori l'approche fréquentiste d'une probabilité pour un schéma de Bernoulli, déjà évoquée dans le cursus antérieur des étudiants. L'inégalité qui la sous-tend précise la vitesse de convergence de cette approximation et valide l'interprétation de la variance comme indicateur de dispersion.
Ce chapitre a vocation à interagir avec le reste du programme.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.
En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes…) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

– celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
– celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;

– celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole ⇆ PC pour la physique et la chimie, ⇆ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et ⇆ I pour l'informatique.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

– pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants.
– didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Algèbre linéaire

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

A - Compléments d'algèbre linéaire

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année.*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, projecteurs, hyperplans, sous-espaces stables, trace.*
- *passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques en dimensions 2 *et* 3 *et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.*

Contenus	Capacités & commentaires
a) Familles quelconques de vecteurs	
Famille libre, famille génératrice, base.	Extension des résultats vus en première année sur les familles finies de vecteurs.
Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degré est libre.	Toute famille $(P_k)_{k\in\mathbb{N}}$ avec $\deg(P_k)=k$ est une base de $\mathbb{K}[X]$.
b) Sous-espaces vectoriels	
Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels. Somme directe. En dimension finie, base adaptée à une décomposition en somme directe.	Par définition, la somme F de p sous-espaces F_i est directe si tout vecteur de F se décompose de manière unique comme somme de vecteurs de F_i. Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul. Pour $p \geqslant 3$, toute autre caractérisation est hors programme.
Hyperplan d'un espace vectoriel de dimension finie défini comme sous-espace admettant une droite comme supplémentaire.	
Équations d'un hyperplan.	Interprétation géométrique de l'ensemble des solutions d'un système d'équations linéaires.
Équations d'un sous-espace vectoriel : si E est de dimension n, l'intersection de p hyperplans est de dimension au moins $n-p$. Réciproquement, tout sous-espace de E de dimension $n-p$ est l'intersection de p hyperplans.	
c) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel	
Homothétie. Projecteur et symétrie associés à deux sous-espaces vectoriels supplémentaires. Caractérisations $p\circ p=p$ et $s\circ s=\mathrm{id}_E$. Famille de projecteurs associés à une décomposition en somme directe.	
Propriété : $p_i\circ p_j=0$, $p_1+\cdots+p_m=\mathrm{id}_E$.	L'obtention de la décomposition $E=\bigoplus_{i=1}^{m}\mathrm{Im}(p_i)$ à partir de cette propriété est hors programme.
d) Sous-espaces stables	
Sous-espace stable par un endomorphisme. Endomorphisme induit. Matrice dans une base adaptée.	Les étudiants doivent savoir interpréter une forme matricielle par blocs en termes de stabilité d'un sous-espace et, inversement, traduire cette stabilité sous forme matricielle.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Matrices	
Matrices semblables. Trace d'une matrice carrée. Linéarité, $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	Interprétation en termes d'endomorphismes.

B - Déterminants

Les déterminants, introduits en première année dans le cadre de la géométrie du plan ou de l'espace, sont généralisés à la dimension n et aux cadres matriciel et vectoriel.
Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.
Le vocabulaire des formes multilinéaires alternées, le groupe symétrique et les formules de Cramer sont hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que : *i.* le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; *ii.* l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; *iii.* le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Pour $n \in \{2,3\}$, on interprète géométriquement cette définition par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.	
Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.	⇆ I : calcul du déterminant d'une matrice.
Déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	
Déterminant d'un produit de matrices carrées.	Démonstration hors programme.
Déterminant de l'inverse.	
Déterminant de la transposée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases. Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.	La formule de changement de base pour un déterminant est hors programme. Traduction sur le déterminant d'un endomorphisme des propriétés relatives au déterminant d'une matrice.

C - Réduction des endomorphismes et des matrices

Après avoir introduit le vocabulaire des éléments propres en dimension quelconque, cette partie s'intéresse de manière plus approfondie au cas de la dimension finie, et à la question de la diagonalisabilité d'une matrice carrée.
L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.
La notion de polynôme annulateur est hors programme. L'étude des classes de similitude est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres	
Valeur propre, vecteur propre (non nul), sous-espace propre d'un endomorphisme en dimension quelconque.	Interprétation en termes de droite stable. ⇆ SI : matrice d'inductance, inductance cyclique, inductance homopolaire.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.	
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme en dimension finie. Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.	Le polynôme caractéristique, défini par la fonction polynomiale $x \mapsto \chi_f(x) = \det(x\mathrm{Id}_E - f)$ est de coefficient dominant égal à 1.
Spectre d'une matrice carrée, d'un endomorphisme en dimension finie.	Notation $\mathrm{Sp}(f)$, $\mathrm{Sp}(A)$.
Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Il est supérieur ou égal à la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres et polynôme caractéristique d'une matrice.	Extension des définitions et des résultats précédents.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E.	
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et si l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	
Matrices diagonalisables.	Extension aux matrices des définitions et des résultats précédents relatifs aux endomorphismes. ⇆ SI : machines électriques.
c) Endomorphismes et matrices trigonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé. En particulier, tout endomorphisme d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel est trigonalisable.	Démonstration hors programme. Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.
Expressions du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction de ses valeurs propres.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Matrices trigonalisables.	Extension aux matrices des définitions et des résultats précédents relatifs aux endomorphismes. ⇆ I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.
d) Applications	
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable. Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre p à coefficients constants. Équation caractéristique.	Les étudiants doivent savoir transformer une récurrence scalaire d'ordre p en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$. Les étudiants doivent savoir trouver une base de l'espace vectoriel des solutions dans le cas d'une relation d'ordre 2 et dans le cas d'une relation d'ordre p lorsque la matrice A possède p valeurs propres distinctes.

Espaces vectoriels préhilbertiens et euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année sur les espaces euclidiens ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles et l'appliquer à la classification et l'étude des coniques.*

A - Structure préhilbertienne

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit scalaire et norme	
Produit scalaire. Espace préhilbertien réel, espace euclidien. Produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$. On peut identifier $\mathbb{R}^n$ et l'espace des vecteurs colonnes correspondant.
Exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur les espaces de fonctions et de polynômes. Norme préhilbertienne, distance associée. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité. Identité du parallélogramme, identité de polarisation.	
b) Orthogonalité en dimension quelconque	
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux. Orthogonal d'un sous-espace vectoriel. Théorème de Pythagore. Famille orthogonale, famille orthonormale (ou orthonormée). Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.	 Notation $F^\perp$.
Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.	Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre l'algorithme dans le cas d'un nombre restreint de vecteurs. ⇆ I : calcul d'une base orthonormée de polynômes pour différents exemples de produit scalaire.
c) Bases orthonormales	
Existence de bases orthonormales en dimension finie.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.	$x_i = \langle e_i \vert x\rangle$. ⇆ PC/SI.
Expression matricielle du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale.	Formules $\langle x, y\rangle = X^{\mathrm{T}}Y$, $\Vert x\Vert^2 = X^{\mathrm{T}}X$.
Matrice d'un endomorphisme dans une base orthonormale.	Formule $a_{i,j} = \langle e_i \vert f(e_j)\rangle$.

d) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien, alors F et $F^{\perp}$ sont supplémentaires.	
Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de dimension finie. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.	Les étudiants doivent savoir déterminer le projeté orthogonal $p_F(x)$ d'un vecteur x sur un sous-espace F en calculant son expression dans une base orthonormale de F ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_F(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de F. ⇆ I : programmation de ces méthodes.
Inégalité de Bessel.	
Le projeté orthogonal de x sur F est l'unique élément de F qui minimise la distance de x à un vecteur de F.	
Distance d'un vecteur x à un sous-espace vectoriel F de dimension finie.	Notation $d(x, F)$. Application à la recherche du minimum.

B - Isométries d'un espace euclidien

Contenus	Capacités & commentaires

a) Isométries vectorielles

Un endomorphisme d'un espace euclidien E est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.	
Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale.	
Symétrie orthogonale par rapport à un sous-espace. Réflexion.	
Groupe orthogonal d'un espace euclidien E.	Notation $O(E)$. On vérifie les propriétés lui conférant une structure de groupe, mais la définition axiomatique des groupes est hors programme.
Si un sous-espace est stable par une isométrie vectorielle, son orthogonal l'est aussi.	

b) Matrices orthogonales

Une matrice M de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est dite orthogonale si $M^{\mathrm{T}}M = I_n$.	
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes de M.	
Groupe orthogonal.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de E, une base $\mathscr{B}$ de E est orthonormale si et seulement si la matrice de passage de $\mathscr{B}_0$ à $\mathscr{B}$ est orthogonale.	
Si $\mathscr{B}$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est une isométrie vectorielle de E si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ est orthogonale.	
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.	
Isométrie vectorielle positive, isométrie vectorielle négative.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{SO}(n)$ et $\mathrm{SO}(E)$.

c) Description des isométries vectorielles des espaces euclidiens orientés de dimension 2 et 3

Orientation d'un espace euclidien de dimension 2 ou 3. Base directe, base indirecte.	
Description des isométries vectorielles du plan et de l'espace à partir des éléments propres des matrices de $O(2)$ et de $O(3)$.	Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.

d) Matrices symétriques réelles

Matrice symétrique réelle.	Notation $\mathscr{S}_n(\mathbb{R})$. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme. ⇆ PC/SI : matrice d'inertie.
Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux.	
Pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice orthogonale P et une matrice diagonale réelle D telles que $D = P^{-1}AP$.	Démonstration hors programme.

e) Coniques

Une conique est définie par une équation du type $ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$, où $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.	
Équation réduite.	Les étudiants doivent savoir utiliser la réduction de la matrice symétrique $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ pour obtenir une équation réduite.
Classification, paramétrage.	Interprétation géométrique des éléments propres de $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: axes de symétrie, demi-axes d'une ellipse, asymptotes d'une hyperbole.

Fonctions vectorielles d'une variable réelle et courbes paramétrées du plan

Le chapitre sur les fonctions vectorielles trouve une illustration naturelle dans l'étude des courbes paramétrées.
Il convient de mettre en évidence et en relation les différents modes de représentation des courbes du plan (paramétrage, équation cartésienne, cas d'un graphe), et de formaliser des notions géométriques (courbe paramétrée, tangente) et cinématiques (vitesse, accélération) rencontrées dans d'autres disciplines scientifiques.
La notion d'arc géométrique étant hors programme et l'utilisation des changements de paramétrage réduite à la paramétrisation par l'abscisse curviligne, on identifie les courbes paramétrées avec l'arc géométrique dont ils sont un représentant.
L'étude des propriétés métriques d'une courbe paramétrée et celle de l'enveloppe d'une famille de droites privilégient la vision géométrique plutôt que le recours à l'application de formules.
L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Norme euclidienne dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$

Norme euclidienne dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.	Interprétation de la norme en termes de distance.
Boule ouverte, boule fermée.	
Parties ouvertes, parties fermées, parties bornées.	Toutes les définitions sont illustrées par des figures.
Point intérieur, point extérieur, point adhérent à une partie. Frontière.	Les points de la frontière de A sont les points x tels que toute boule ouverte centrée en x rencontre à la fois l'intérieur et l'extérieur de A.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Fonctions vectorielles à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Limite en un point. Continuité en un point. Continuité globale.	Caractérisation par les fonctions coordonnées.
Vecteur dérivé à droite et à gauche en un point. Fonction dérivée.	Caractérisation par les fonctions coordonnées.
Dérivée d'une combinaison linéaire, d'une composée, d'un produit.	La dérivée du produit s'applique au produit d'une fonction numérique par une fonction vectorielle, au produit scalaire de deux fonctions vectorielles et au produit vectoriel de deux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^3$.
Fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Dérivées successives d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).	
Formule de Taylor-Young. Interprétation cinématique.	Développement limité d'une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. $\leftrightarrows$ PC,SI : vecteurs vitesse et accélération.
c) Courbes paramétrées du plan	
Courbe paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ à valeurs dans $\mathbb{R}^2$. Une demi-tangente en un point est définie comme limite à droite ou à gauche des sécantes. Point régulier, courbe régulière. Tangente en un point régulier.	Notation $t \mapsto M(t)$.
Étude locale en un point régulier ou stationnaire, tangente et position relative. Définition géométrique des points d'inflexion et de rebroussement.	Les étudiants doivent savoir utiliser des développements limités pour les études locales.
Branches infinies.	Les étudiants doivent savoir utiliser des développements asymptotiques pour étudier les branches infinies.
Support d'une courbe paramétrée. Construction à partir de tableaux de variations.	$\leftrightarrows$ I : tracé de courbes paramétrées.
d) Propriétés métriques d'une courbe plane	
Longueur d'une courbe paramétrée régulière. Abscisse curviligne, paramétrage par une abscisse curviligne.	
Repère de Frenet $(M; \overrightarrow{T}, \overrightarrow{N})$, normale, formules de Frenet, courbure en un point régulier.	La courbure est définie par $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{T}}{\mathrm{d}s} = \gamma \overrightarrow{N}$.
Orientation d'une courbe.	L'orientation d'une courbe régulière peut se faire par le choix d'un vecteur unitaire dirigeant la tangente ou par celui d'un sens de parcours de la courbe. La formule donnant la courbure à partir du déterminant de la vitesse et de l'accélération est hors programme.
Théorème de relèvement : si $t \mapsto M(t)$ est de classe $\mathscr{C}^2$, existence d'une fonction α de classe $\mathscr{C}^1$ telle que $\overrightarrow{T}(t) = \cos(\alpha(t))\vec{\imath} + \sin(\alpha(t))\vec{\jmath}$. Expression de la courbure $\gamma = \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}s}$. Rayon de courbure en un point birégulier. Centre de courbure. Cercle de courbure.	Démonstration hors programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
e) Enveloppe d'une famille de droites. Développée.	
Enveloppe d'une famille de droites données par une représentation paramétrique $t \mapsto A(t) + \lambda \vec{u}(t)$ où A et $\vec{u}$ sont de classe $\mathscr{C}^1$: on cherche une fonction λ de classe $\mathscr{C}^1$ telle que $t \mapsto A(t) + \lambda(t)\vec{u}(t)$ paramètre une courbe dont la tangente au point courant est dirigée par $\vec{u}(t)$. Développée d'une courbe régulière : ensemble des centres de courbure. Caractérisation comme enveloppe des normales.	L'objectif est de privilégier une vision géométrique de la notion d'enveloppe et du procédé permettant de l'obtenir. $\leftrightarrows$ I : tracé d'enveloppes.

Intégrales généralisées

L'objectif de ce chapitre est double :

- *étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées ;*
- *définir, dans le cadre des fonctions continues, la notion de fonction intégrable.*

Afin de ne pas alourdir le vocabulaire, la locution « intégrale absolument convergente » ne figure pas au programme.
L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles ou complexes.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle	
Pour $f : [a, b[\to \mathbb{R}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions continues et de signe constant sur $[a, b[$ sous les hypothèses $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leqslant g$ au voisinage de b.
Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.	
Intégrales de référence : $$\int_1^{+\infty} t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t,\ \int_0^1 t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t.$$	Les étudiants doivent connaître la nature de $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\,\mathrm{d}t$ et de $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\,\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Relation de Chasles.	
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction $\varphi :]\alpha, \beta[\to]a, b[$ bijective, strictement croissante et de classe $\mathscr{C}^1$, les intégrales $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ et $\displaystyle\int_\alpha^\beta f\big(\varphi(u)\big)\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
Intégration par parties sur un intervalle quelconque.	L'existence des limites du produit fg aux bornes de l'intervalle assure que les intégrales de $f'g$ et fg' sont de même nature. Notation $[fg]_a^b$.

Contenus	Capacités & commentaires
b) Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle	
Une fonction continue sur un intervalle I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ est dite intégrable sur I si $\int_a^b \lvert f(t)\rvert \,\mathrm{d}t$ est convergente, où $a = \inf(I)$ et $b = \sup(I)$.	Notation $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$. L'intégrabilité sur I est équivalente à l'intégrabilité sur l'intérieur de I.
Si f est intégrable sur I, $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$ est convergente.	Utilisation des parties positive et négative, des parties réelle et imaginaire.
Linéarité, positivité et croissance de l'application $f \mapsto \int_I f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Espace vectoriel des fonctions continues intégrables sur I.	Il coïncide avec l'espace des fonctions continues si I est un segment.
Pour f continue et intégrable sur I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, inégalité $$\left\lvert \int_I f(t)\,\mathrm{d}t \right\rvert \leqslant \int_I \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration non exigible pour une fonction à valeurs dans $\mathbb{C}$.
Si f est une fonction continue sur I telle que $\int_I \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t = 0$, alors f est identiquement nulle sur I.	
Théorème de comparaison pour les fonctions continues et intégrables sur $[a, b[$: si g est intégrable sur $[a, b[$ et si $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{=} O(g(t))$, alors f est intégrable sur $[a, b[$.	Les étudiants peuvent directement utiliser le théorème de comparaison sous l'hypothèse $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{=} o(g(t))$.
	Adaptation du théorème de comparaison aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$.

Séries numériques

Cette partie étend l'étude des séries à termes positifs vue en PTSI à celle des séries à termes réels et complexes, en introduisant la convergence absolue, en vue de l'étude des probabilités discrètes.
L'étude des séries semi convergentes n'est pas un objectif du programme et celle des séries alternées est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Compléments sur les séries à termes positifs	
Théorème de comparaison série-intégrale : si f est une fonction définie sur $[n_0, +\infty[$, positive, continue et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Exemples de calcul approché, de majoration et de recherche d'équivalents des sommes partielles d'une série divergente ou des restes d'une série convergente. Exemples d'accélération de la convergence.
Développement décimal d'un nombre réel.	Caractérisation des nombres rationnels par périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang. Aucune démonstration n'est exigible. ⇆ I : représentation des nombres réels par des flottants.
b) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Utilisation des parties positive et négative, des parties réelle et imaginaire.
Inégalité triangulaire.	
Théorème de comparaison : si v_n est le terme général positif d'une série convergente et si $u_n = O(v_n)$, alors Σu_n converge absolument.	Les étudiants peuvent directement utiliser le théorème de comparaison sous l'hypothèse $u_n = o(v_n)$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Règle de d'Alembert.	
Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.	Démonstration non exigible.

Séries entières

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée au cas des séries génératrices dans le chapitre dédié aux variables aléatoires discrètes et à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Rayon de convergence	
Lemme d'Abel : si la suite $\left(a_n z_0^n\right)$ est bornée alors, pour tout nombre complexe z tel que $\lvert z\rvert < \lvert z_0\rvert$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence défini comme la borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r \geqslant 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_n$ est bornée.	Si R est le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$, alors la série $\sum a_n z^n$ converge absolument si $\lvert z\rvert < R$ et diverge grossièrement si $\lvert z\rvert > R$. La formule $R = \lim \left\lvert \frac{a_n}{a_{n+1}} \right\rvert$ est hors programme.
Si $\lvert a_n\rvert \leqslant \lvert b_n\rvert$ à partir d'un certain rang, alors le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est supérieur ou égal à celui de $\sum b_n z^n$. Si $a_n \sim b_n$, alors les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ ont même rayon de convergence.	
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert réel de convergence.	L'étude de la convergence au bord du disque ou de l'intervalle de convergence n'est pas un objectif du programme.
Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.	Démonstration non exigible.
Rayon de convergence de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.	
b) Propriétés de la somme d'une série entière d'une variable réelle	
Fonction somme d'une série entière.	
Continuité de la fonction somme sur son intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
La somme de la série entière est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.	Démonstration hors programme.
Relation entre les coefficients et les dérivées successives en 0.	
Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
c) Fonctions développables en série entière.	
Fonction développable en série entière au voisinage de 0.	Série de Taylor.
Unicité du développement en série entière.	
Développements usuels : $$\mathrm{e}^x,\ \sin x,\ \cos x,\ \operatorname{ch} x,\ \operatorname{sh} x,\ \frac{1}{1-x},\ \ln(1+x),\ (1+x)^\alpha.$$	Les étudiants doivent savoir obtenir un développement en série entière à l'aide de différentes méthodes : étude de la série de Taylor, unicité de la solution à un problème de Cauchy linéaire, produit de Cauchy.

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Séries géométrique et exponentielle d'une variable complexe.	
Développement de $\frac{1}{1-z}$ sur le disque unité ouvert. Pour tout nombre complexe z, la série $\sum \frac{z^n}{n!}$ converge absolument et sa somme vaut $\exp(z)$. Exponentielle d'une somme.	L'exponentielle complexe a été définie en première année par $e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$.

Probabilités discrètes

Ce chapitre permet de développer les capacités suivantes :
- *modéliser des situations aléatoires par le choix d'un espace probabilisé ou de variables aléatoires adéquats ;*
- *maîtriser le langage et le formalisme spécifiques aux probabilités.*

A - Espaces probabilisés

Contenus	Capacités & commentaires
a) Ensembles dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$. Ensemble fini ou dénombrable. Dénombrabilité de $\mathbb{N}$, de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables.	Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n\,;\ n \in \mathbb{N}\}$. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.
b) Espaces probabilisés	
Si Ω est un ensemble, une tribu sur Ω est une partie $\mathscr{A}$ de l'ensemble $\mathscr{P}(\Omega)$ des parties de Ω telle que : i. $\Omega \in \mathscr{A}$, ii. Pour tout $A \in \mathscr{A}$, $\overline{A} = \Omega \setminus A \in \mathscr{A}$, iii. Pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'éléments de $\mathscr{A}$, la réunion $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ appartient à $\mathscr{A}$. Si Ω est un ensemble et $\mathscr{A}$ une tribu sur Ω, on appelle probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$ une application $P : \mathscr{A} \to [0,1]$ telle que : i. $P(\Omega) = 1$, ii. pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'événements incompatibles, $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$. On appelle espace probabilisé un triplet $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ où $\mathscr{A}$ est une tribu et P une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$.	L'ensemble Ω est l'univers ; il n'est en général pas précisé. Les éléments de $\mathscr{A}$ sont les événements. Les étudiants doivent savoir expliciter un événement à partir d'autres événements en utilisant la réunion, l'intersection et la complémentation. On fait le parallèle entre le vocabulaire probabiliste et le vocabulaire ensembliste.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Propriétés : pour toute suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements de $\mathscr{A}$, i. $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathscr{A}$. ii. Continuité croissante : si, pour tout n, $A_n \subset A_{n+1}$, alors : $\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right)$. iii. Continuité décroissante : si, pour tout n, $A_{n+1} \subset A_n$, alors : $\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right)$. iv. Sous additivité : $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$.	

c) Conditionnement et indépendance

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$	Notation : $P_B(A)$, $P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$. Ce paragraphe étend rapidement les concepts et résultats vus dans le cadre des univers finis.
Formules des probabilités composées. Système complet dénombrable d'événements.	
Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et $$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \mid A_n)\, P(A_n)$$	On adopte la convention $P(B \mid A_n)P(A_n) = 0$ lorsque $P(A_n) = 0$. La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.
Formule de Bayes. Indépendance de deux événements.	Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P_B(A) = P(A)$.
Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.	L'indépendance deux à deux n'entraîne pas toujours l'indépendance mutuelle.

B - Variables aléatoires discrètes

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Une application X définie sur $(\Omega, \mathscr{A})$ est une variable aléatoire discrète si $X(\Omega)$ est fini ou dénombrable et si l'image réciproque de tout élément de $X(\Omega)$ appartient à $\mathscr{A}$.	Pour tout $U \subset X(\Omega)$, $X^{-1}(U)$ est un événement. Notation $(X \in U)$, $\{X \in U\}$.
Loi d'une variable aléatoire discrète.	
Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Croissance, limites en $-\infty$ et en $+\infty$.	$F_X(x) = P(X \leqslant x)$. L'étude des propriétés de continuité des fonctions de répartition n'est pas au programme.
Si X prend ses valeurs dans $\{\, x_n\ ;\ n \in \mathbb{N}\}$, les x_n étant distincts, et si $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite de réels positifs vérifiant $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$, alors il existe une probabilité P sur $(\Omega, \mathscr{A})$ telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(X = x_n) = p_n$.	Démonstration hors programme.
Couple de variables aléatoires discrètes.	Extension aux variables discrètes des notions de loi conjointe, de loi marginale et de loi conditionnelle.

Contenus	Capacités & Commentaires
Deux variables aléatoires X et Y discrètes définies sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ sont dites indépendantes si, pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$	
Si X et Y sont indépendantes, alors, pour toute partie $A \subset X(\Omega)$ et toute partie $B \subset Y(\Omega)$, on a $P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$	Démonstration hors programme.
Variables mutuellement indépendantes.	Extension sans démonstration aux variables discrètes des notions et des résultats vus en première année. On admet l'existence d'espaces probabilisés portant une suite de variables aléatoires indépendantes de lois discrètes données.

b) Espérance et variance

Contenus	Capacités & Commentaires
La variable aléatoire réelle discrète X à valeurs dans un ensemble dénombrable $\{x_n \,;\, n \in \mathbb{N}\}$ est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente ; si tel est le cas, on appelle espérance de X, noté $\mathrm{E}(X)$, le réel $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$.	On admet que la somme $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. Si X est à valeurs dans $\mathbb{N}$, formule $\mathrm{E}(X) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} P(X \geqslant n)$.
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\Sigma P(X = x_n)\, f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $\mathrm{E}(f(X)) = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\, f(x_n).$	Démonstration hors programme.
Linéarité de l'espérance. Positivité, croissance.	Démonstration hors programme.
Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes, alors $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$. Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie. Si X^2 est d'espérance finie, on appelle variance de X le réel $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}\big((X - \mathrm{E}(X))^2\big) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2.$ Écart type $\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{V}(X)}$. Pour a et b réels et X une variable aléatoire réelle, égalité $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\mathrm{V}(X)$.	Démonstration hors programme.
Inégalités de Markov, de Bienaymé-Tchebychev.	Brève extension des résultats obtenus dans le cadre d'un univers fini.
Covariance, coefficient de corrélation.	
Encadrement $-1 \leqslant \rho(X, Y) \leqslant 1$.	Inégalité de Cauchy-Schwarz.
Variance d'une somme de deux variables aléatoires ; cas de variables indépendantes.	

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$, séries génératrices	
Série génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$: $$G_X(t) = \mathrm{E}(t^X) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X=n)t^n.$$	La loi d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$ est caractérisée par sa série génératrice G_X.
Le rayon de convergence est au moins égal à 1.	
La variable aléatoire X admet une espérance $\mathrm{E}(X)$ si et seulement si G_X est dérivable en 1 et, si tel est le cas, $\mathrm{E}(X) = G_X'(1)$.	Démonstration non exigible.
La variable aléatoire X admet une variance si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1.	Démonstration non exigible. Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\mathrm{V}(X)$ en fonction de $G_X'(1)$ et de $G_X''(1)$ en cas d'existence.
Série génératrice d'une somme de deux variables aléatoires indépendantes.	
d) Lois usuelles	
Pour p dans $]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit une loi géométrique de paramètre p si et seulement si : $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \qquad P(X=k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$.
Série génératrice, espérance et variance.	
Caractérisation comme loi sans mémoire : $$P(X > n+k \mid X > n) = P(X > k).$$	La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite illimitée d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p.
Loi de Poisson de paramètre λ. Série génératrice, espérance et variance. Somme de variables suivant une loi de Poisson.	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. $\leftrightarrows$ PC : compteur Geiger.
e) Résultats asymptotiques	
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout n, $X_n \hookrightarrow \mathscr{B}(n, p_n)$ et si $\lim np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a : $$\lim_{n\to\infty} P(X_n = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$	Démonstration non exigible. Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares. La notion de convergence en loi est hors programme. $\leftrightarrows$ I : simulation de cette approximation.
Loi faible des grands nombres : si $(X_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et de même loi admettant un moment d'ordre 2, alors, si $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$, $m = \mathrm{E}(X_1)$ et $\sigma = \sigma(X_1)$, on a pour tout $\varepsilon > 0$: $$P\left(\left\lvert\frac{S_n}{n} - m\right\rvert \geqslant \varepsilon\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0.$$	Interprétation statistique. Estimation : pour tout $\varepsilon > 0$, $$P\left(\left\lvert\frac{S_n}{n} - m\right\rvert \geqslant \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}.$$ $\leftrightarrows$ I : simulation d'une suite de tirages.

Équations différentielles et systèmes différentiels

L'étude des équations différentielles linéaires scalaires d'ordres un et deux, abordée en première année, se poursuit par celle des systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 *et des équations scalaires à coefficients non constants, en mettant l'accent sur les équations d'ordre deux. On s'attache à développer à la fois les aspects théorique et pratique :*

- *la forme des solutions ;*
- *le théorème de Cauchy linéaire ;*
- *le lien entre les équations scalaires et les systèmes différentiels d'ordre un ;*
- *la résolution explicite.*

Ce chapitre favorise les interactions avec les autres disciplines scientifiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. $\leftrightarrows$ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes. Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Forme des solutions : somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et de la solution générale de l'équation homogène. Principe de superposition des solutions. Résolution dans le cas où on connaît une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas.	Recherche de solutions développables en série entière.
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX + B(t)$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille n à coefficients constants et B une application d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^n$ continue. Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou triangulaire.
Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres de A dans le cas où A est diagonalisable.	$\leftrightarrows$ PC : stabilité des solutions, état d'équilibre.

Fonctions de deux ou trois variables

L'étude des fonctions de plusieurs variables est tournée vers les applications : résolution sur des exemples d'équations aux dérivées partielles, problèmes d'extremums, intégrales dépendant d'un paramètre.
On se limite aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ *avec* $n \leqslant 3$.
La notion de différentielle n'est pas au programme, mais sa notation y figure pour faire le lien avec l'enseignement de Physique-Chimie.
L'interprétation géométrique de certains concepts et leur illustration par des figures dans le cas où $p = 2$ *et* $n \leqslant 2$ *concourent à développer la compétence « Représenter ».*
Par les différentes notations introduites dans ce chapitre et la technicité nécessitée par leur manipulation, celui-ci contribue également à la mise en œuvre de la compétence « Calculer ».
L'étude des intégrales dépendant d'un paramètre apporte un fondement mathématique à la transformée de Laplace utilisée en sciences de l'ingénieur. La vérification de l'hypothèse de domination permet de développer la compétence « Calculer ».

A - Fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$ ($p = 2$ ou 3)

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Limite et continuité	
Limite en un point adhérent. Continuité en un point. Continuité sur une partie. Opérations sur les fonctions continues.	Les problèmes de prolongement par continuité ne sont pas un objectif du programme.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^p$ est bornée et atteint ses bornes.	Démonstration hors programme.
b) Dérivées partielles	
Dérivées partielles d'ordre 1 en un point intérieur.	Notations $\mathrm{D}_i f(a)$, $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.
Gradient.	$\leftrightarrows$ PC : notation ∇f.
Point critique. Fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert.	
Formule de Taylor-Young à l'ordre 1 pour une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Démonstration hors programme. $\leftrightarrows$ PC : notation $\mathrm{d}f = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} \frac{\partial f}{\partial x_i}\,\mathrm{d}x_i$. La définition de la différentielle est hors programme.
Dérivée de $t \mapsto f\big(x_1(t), \dots, x_p(t)\big)$. Dérivées partielles d'ordre 2 en un point intérieur. Fonction de classe $\mathscr{C}^2$ sur un ouvert.	
Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.
c) Extremums d'une fonction de deux variables	
Extremum local, extremum global. Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables de classe $\mathscr{C}^2$.	Démonstration hors programme.
Matrice hessienne.	
Nature d'un point critique lorsque la matrice hessienne est inversible.	Les étudiants doivent savoir utiliser la réduction de la matrice hessienne. La caractérisation par le signe de $rt - s^2$ est hors programme.
Exemples de recherche de maximums ou minimums locaux, de points cols.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^2$.	

d) Courbes du plan définies par une équation cartésienne

Contenus	Capacités & Commentaires
Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ où f est une fonction de classe $\mathscr{C}^1$. Point régulier. Équation de la tangente en un point régulier.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	⇆ PC : lignes équipotentielles et lignes de champ. ⇆ I : tracé de lignes de niveau.

B - Fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ ($p \leqslant 3$, $n \leqslant 3$)

Contenus	Capacités & commentaires

a) Limite et continuité

Contenus	Capacités & commentaires
Limite en un point adhérent. Continuité en un point. Continuité sur une partie de $\mathbb{R}^p$.	Caractérisation par les fonctions coordonnées.

b) Dérivées partielles

Contenus	Capacités & commentaires
Dérivées partielles d'ordres 1 et 2. Fonctions de classe $\mathscr{C}^1$, de classe $\mathscr{C}^2$.	Expression coordonnée par coordonnée.
Calcul des dérivées partielles d'ordres 1 et 2 de $(u, v) \mapsto f\big(x(u, v), y(u, v)\big)$. Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Utilisation de la dérivée de $t \mapsto f\big(x(t), y(t)\big)$. Cas particulier du passage en polaire. Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables fourni par l'énoncé. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu. ⇆ PC : équation du transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

C - Intégrales dépendant d'un paramètre

Contenus	Capacités & commentaires
Théorème de continuité. Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$, et f une fonction réelle ou complexe définie sur $I \times J$, telle que : i. pour tout $x \in I$, la fonction $t \mapsto f(x, t)$ est continue sur J ; ii. pour tout $t \in J$, la fonction $x \mapsto f(x, t)$ est continue sur I ; iii. il existe une fonction φ positive, continue et intégrable sur J, telle que pour tout $(x, t) \in I \times J$, $\lvert f(x, t)\rvert \leqslant \varphi(t)$ (hypothèse de domination). Alors la fonction $x \mapsto \int_J f(x, t)\,\mathrm{d}t$ est continue sur I.	Démonstration hors programme. Le passage éventuel par une domination locale doit faire l'objet d'une question intermédiaire. Cas où J est un segment et où f est continue sur $I \times J$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème de dérivation. Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$ et f une fonction réelle ou complexe définie sur $I \times J$, telle que : i. pour tout $x \in I$, la fonction $t \mapsto f(x,t)$ est intégrable sur J ; ii. pour tout $t \in J$, la fonction $x \mapsto f(x,t)$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I ; iii. pour tout $x \in I$, $t \mapsto \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,t)$ est continue sur J ; iv. il existe une fonction φ positive et intégrable sur J, telle que pour tout $(x,t) \in I \times J$ $$\left\|\frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\right\| \leqslant \varphi(t)$$ (hypothèse de domination). Alors la fonction $g : x \mapsto \int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et, pour tout $x \in I$, $$g'(x) = \int_J \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration hors programme. Le passage éventuel par une domination locale doit faire l'objet d'une question intermédiaire. Cas où J est un segment et où f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $I \times J$. ⇆ SI : exemples de transformées de Laplace.

Courbes et surfaces dans l'espace

On présente deux modes de représentation d'une surface de $\mathbb{R}^3$: paramétrage et équation cartésienne. Le passage de l'un à l'autre peut être étudié sur des exemples, mais le cas général est hors programme. La visualisation des surfaces grâce à un outil informatique et l'étude de sections planes permettent de développer la compétence « Représenter ». Les exemples peuvent être choisis parmi les quadriques, mais la définition et la classification de celles-ci sont hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Courbes et surfaces de $\mathbb{R}^3$ paramétrées	
Courbe paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^3$: $t \mapsto M(t)$. Surface paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$: $(u,v) \mapsto M(u,v)$. Point régulier d'une courbe paramétrée, d'une surface paramétrée. Tangente en un point régulier d'une courbe paramétrée de $\mathbb{R}^3$. Courbes coordonnées d'une surface paramétrée. Courbes tracées sur une surface paramétrée. Sections planes.	⇆ I : tracé de courbes paramétrées.
Plan tangent, droite normale en un point régulier d'une surface paramétrée. Base du plan tangent.	Le plan tangent en un point régulier est la réunion des tangentes aux courbes régulières tracées sur la surface passant par ce point.
Cas particulier des surfaces définies par une équation $z = g(x,y)$ avec g de classe $\mathscr{C}^1$.	Si g est de classe $\mathscr{C}^2$, position de la surface par rapport au plan tangent en un point critique de g.
b) Surfaces définies par une équation cartésienne	
Surface définie par une équation $f(x,y,z) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$. Équation du plan tangent en un point régulier. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Exemples de surfaces	
Surface réglée. Génératrices.	Le plan tangent en un point régulier contient la génératrice passant par ce point.
Surface de révolution. Axe, méridiennes, parallèles.	Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages et d'équations cartésiennes (surfaces de révolution, surfaces réglées). La forme générale de l'équation d'une surface de révolution est hors programme.

ANNEXE 2

Programme de physique-chimie de la voie PT

Le programme de physique-chimie de la classe de PT s'inscrit dans la continuité du programme de PTSI. La formation scientifique de la filière PT s'appuie sur des champs disciplinaires variés, choisis pour leurs applications pratiques dans des grands secteurs technologiques : électromagnétisme, conversion d'énergie électro-chimique, optique interférentielle, électronique, thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques. Le programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique-chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique,
- analyser et modéliser,
- valider,
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral,
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PT, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PT. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique-chimie de la classe de PT inclut celui de la classe de PTSI, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de MPSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PT. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de MP. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le

cadre des enseignements de physique en fin de l'année de PT. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire. .

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et sciences industrielles pour l'ingénieur.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.

- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes

	- confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s’approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S’approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d’informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d’influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S’appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l’analyse
Réaliser	- Extraire une information d’un texte, d’un graphe, d’un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d’un graphe, d’un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d’esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d’une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l’écrit comme à l’oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d’un texte, d’un schéma, d’une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 : Formation expérimentale

Cette partie présente l’ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l’année de PT durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de PTSI dont les capacités doivent être complètement acquises à l’issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année de PT.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s’articuleraient autour d’une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l’objet d’un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l’occasion d’un problème concret.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de longueurs et d'angles	
	Mesurer le déplacement du miroir mobile d'un interféromètre de Michelson. Mesurer une longueur à l'aide d'un oculaire à vis micrométrique.
2. Mesures de temps et de fréquences	
Analyse spectrale	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
3. Électricité	
Filtrage analogique d'un signal périodique.	Mettre en évidence l'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique dans les domaines temporel et fréquentiel.
Électronique numérique.	Numériser un signal et utiliser un algorithme numérique pour effectuer un filtrage numérique de ce signal.
Onde électromagnétique.	Mettre en œuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.
4. Optique	
Analyser une lumière.	Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et déterminer sa direction de polarisation. Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.
Analyser une figure d'interférence.	Mettre en œuvre un photodétecteur en sortie d'un interféromètre.
Étudier la cohérence temporelle d'une source.	Régler un interféromètre de Michelson compensé pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole fourni. Obtenir une estimation de la longueur de cohérence d'une source et du $\Delta\lambda$ d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.
5. Thermodynamique	
Conduction thermique.	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique le protocole étant donné.

Partie 3 - Formation disciplinaire

1. Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

Cette partie du programme de PT s'intéresse aux phénomènes liés à l'écoulement d'un fluide et à la conduction thermique dans les machines thermiques. Elle est essentiellement abordée à travers la mise en œuvre de bilans d'énergie. Elle prolonge le programme de thermodynamique de la classe de PTSI en introduisant le formalisme de la thermodynamique différentielle.

Les principes de la thermodynamique pour un système fermé sont repris sous forme infinitésimale. Les identités thermodynamiques sont introduites dans le but d'établir et de comprendre les allures des courbes dans les diagrammes thermodynamiques ; il ne s'agit pas de les exploiter pour retrouver les expressions des fonctions d'état, ces dernières devant toujours être fournies. L'application des deux principes aux fluides en écoulement stationnaire dans les systèmes ouverts conduit ensuite à l'analyse de quelques systèmes industriels.

Simultanément, on introduit dans la classe de PT des notions de base de mécanique des fluides. L'objectif est de décrire les écoulements simples de fluides dans les machines thermiques en évoquant les phénomènes de perte de charge et le rôle de la viscosité. L'approche se fonde exclusivement sur la notion de bilan macroscopique : toute formulation locale de la mécanique des fluides, notamment à l'aide d'opérateurs vectoriels, est exclue.
Enfin, on aborde la conduction thermique à l'aide de bilans infinitésimaux, la loi de Newton étant introduite pour faire le lien avec la thermodynamique industrielle.

Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de PT permet une révision du cours de thermodynamique de PTSI et contribue à asseoir les compétences correspondantes.

Les compétences suivantes sont développées dans cette partie du programme.

- Maîtriser les notions de champs scalaire et vectoriel.
- Découper un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux, puis sommer les contributions infinitésimales d'une grandeur extensive.
- Définir une surface de contrôle afin de réaliser des bilans de grandeurs extensives.
- Utiliser des diagrammes thermodynamiques de fluides réels.

Le **bloc 1** introduit sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Le **bloc 2** présente les principes de la thermodynamique sous forme différentielle. Dans le but d'unifier la présentation en physique et en chimie, les identités thermodynamiques sont introduites dans le cas d'un système de composition variable. Toute étude générale de la notion de potentiel thermodynamique est strictement hors-programme. Pour une grandeur extensive A, on note a la grandeur massique associée et A_m la grandeur molaire associée.

Ces outils sont réinvestis dans le **bloc 3** à l'occasion de l'étude des changements d'état des corps purs. On y exploite également les diagrammes et tables des fluides réels, afin d'habituer les étudiants à ne pas se limiter à des situations idéales (gaz parfait...).

Le **bloc 4** introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans pourront ensuite être effectués. On pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel et divergence introduits dans le cours d'électromagnétisme.

Dans le **bloc 5**, on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. On établit la relation de Bernoulli. Puis les pertes de charge dans les conduites sont prises en compte. On initie à ce sujet les étudiants à la lecture d'abaques. Dans un second temps, on tient compte des transferts thermiques pour exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

Le **bloc 6** permet un approfondissement du cours de première année, par l'étude de cycles industriels. On se limite à des calculs relatifs au modèle du gaz parfait ou à l'utilisation des diagrammes d'état si le fluide est réel. Aucune connaissance relative à la technologie des installations ou aux différents types de cycles n'est exigible.

Le **bloc 7** aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides. On se limite à l'étude de problèmes unidimensionnels.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation dp/dz = - µg.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Exprimer une résultante de forces de pression.
2. Expression différentielle des principes thermodynamiques.	
Échelle mésoscopique, transformation infinitésimale.	Découper un système en sous-systèmes élémentaires. Découper une transformation finie en une succession de transformations infinitésimales.
Premier principe pour un système fermé sous la forme dU + dEc = δW + δQ. Deuxième principe pour un système fermé sous la forme $dS = \delta S_{éch} + \delta S_{créée}$ avec $\delta S_{éch} = \Sigma \delta Q_i/T_i$.	Appliquer les principes pour obtenir une équation différentielle relative au système considéré.

Potentiel thermodynamique. Fonction enthalpie libre G.	Justifier que G est le potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées.
Identités thermodynamiques pour un système fermé de composition variable. Potentiel chimique.	Citer les expressions des différentielles de U, H, G. Définir la température et la pression thermodynamiques, définir le potentiel chimique. Distinguer les caractères intensif ou extensif des variables utilisées. Écrire les principes et les identités thermodynamiques par unité de masse du système. Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques.
Système fermé de composition constante.	Exprimer les identités thermodynamiques.
3. Diagrammes d'état des fluides réels purs.	
Notion de phase.	Définir et dénombrer les phases d'un système physico-chimique.
Évolution et équilibre d'un corps pur lors d'un changement d'état isotherme.	Écrire et utiliser les conditions d'évolution et d'équilibre en termes de potentiel chimique.
Enthalpie de changement d'état.	Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Calculer l'énergie récupérable par transfert thermique lors de la condensation totale d'un fluide à pression constante.
Variations élémentaires d'enthalpie et d'entropie au cours d'un changement d'état isotherme.	Lier mathématiquement les variations élémentaires de l'enthalpie et de l'entropie à l'enthalpie de changement d'état.
Règle des moments.	Utiliser la règle des moments.
Diagrammes de Clapeyron (P,v), entropique (T,s), de Mollier (h,s) et des frigoristes (log P,h).	Représenter, pour chaque diagramme, l'allure des courbes isothermes, isobares, isochores, isentropiques, isenthalpes. Établir l'équation de ces courbes dans la limite du gaz parfait, dans la limite du liquide incompressible et indilatable. Exploiter un diagramme pour déterminer une grandeur physique.
Tables thermodynamiques.	Exploiter les tables thermodynamiques pour calculer des grandeurs physiques dans le domaine diphasique, ou pour prévoir l'état physique d'un fluide.

4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant.	Associer le caractère a priori divergent ou rotationnel d'un écoulement à une carte de champ de vitesse fournie.
Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide de volume massique constant et uniforme en écoulement.
Écoulements laminaires.	**Approche documentaire :** Relier la nature de l'écoulement à la valeur du nombre de Reynolds. Distinguer, sur un document, un écoulement laminaire d'un autre type d'écoulement.
5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Caractériser un fluide parfait par un profil de vitesse uniforme dans une même section droite. Citer des ordres de grandeur de viscosité dynamique de gaz et de liquides (dans le cadre des machines hydrauliques et thermiques, des lubrifiants, …). Relier l'expression de la force surfacique de cisaillement au profil de vitesse. Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Lier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
Bilan de grandeurs énergétiques extensives.	Définir un volume et une surface de contrôle stationnaire. Énoncer et mettre en œuvre la conservation de l'énergie mécanique pour des systèmes ouverts et fermés.
Bilan d'énergie pour un fluide parfait, relation de Bernoulli.	Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe.

	Exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide incompressible.
	Approche documentaire : Analyser des méthodes et des dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d'un écoulement.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie due aux frottements. **Mettre en évidence une perte de charge.**
Travail indiqué massique w_i d'une machine.	Définir le travail indiqué massique comme la somme des travaux massiques autres que ceux de la force de pesanteur et des forces de pression d'admission et de refoulement. Relier la notion de travail indiqué massique à la présence de parties mobiles.
Premier et deuxième principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie	Établir et utiliser ces principes sous la forme • $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q$ • $\Delta s = s_{éch} + s_{créée}$. Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.
Systèmes à plusieurs entrées et sorties	Exprimer la conservation du débit massique. Exprimer le premier principe en utilisant les puissances indiquée et thermique.
6. Thermodynamique industrielle.	
6.1. Étude sommaire de quelques dispositifs élémentaires des installations industrielles.	
Compresseur et turbine calorifugés.	Établir et exploiter la variation d'enthalpie massique pour une transformation réversible. Établir et exploiter la variation d'enthalpie massique pour une transformation irréversible, le rendement à l'isentropique étant défini et fourni.
Mélangeur et séparateur isobares globalement calorifugés.	Établir et exploiter les relations entre enthalpies et débits massiques.
Échangeur thermique globalement calorifugé.	Établir et exploiter la relation entre les puissances thermiques reçues par les deux écoulements.
Détendeur calorifugé (laminage).	Établir et exploiter la nature isenthalpique de la transformation.
Tuyère calorifugée.	Établir la relation entre la vitesse de sortie des gaz et la variation d'enthalpie.
6.2. Cycles industriels.	
Moteurs, réfrigérateurs, pompes à chaleur.	Pour une machine dont les éléments

	constitutifs sont donnés, repérer les sources thermiques, le sens des échanges thermiques et mécaniques. Relier le fonctionnement d'une machine au sens de parcours du cycle dans un diagramme thermodynamique. Exploiter des diagrammes et des tables thermodynamiques pour déterminer les grandeurs thermodynamiques intéressantes. Définir et exprimer le rendement, l'efficacité ou le coefficient de performance de la machine. Citer des ordres de grandeur de puissances thermique et mécanique mises en jeu pour différentes tailles de dispositifs. Utiliser des documents ou des logiciels afin de discuter l'amélioration de cycles industriels : rôle du préchauffage, de la surchauffe, du choix du fluide.
7. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique.	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Lier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique dans le domaine de l'habitat.
Bilan enthalpique.	Établir une relation différentielle entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la chaleur sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Lier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion thermique par une analyse dimensionnelle.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.

2. Électronique

Ce module renforce et complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « signaux physiques » du programme de première année. Ainsi, les notions de filtrage et d'analyse spectrale sont réinvesties, en particulier dans les activités expérimentales. Le programme de deuxième année ajoute la rétroaction et le bouclage des systèmes linéaires dans le but d'aborder les notions suivantes :

- la stabilité,
- les oscillateurs,
- la réalisation de filtres actifs.

Ces différentes thématiques sont illustrées à l'aide de l'amplificateur linéaire intégré ALI (également appelé amplificateur opérationnel) dont l'étude n'est pas une fin en soi mais un outil permettant des réalisations expérimentales variées. Par ailleurs, des exemples de manifestations des non linéarités sont abordés à l'occasion de la saturation d'un amplificateur ou de la réalisation d'une fonction mémoire (comparateur à hystérésis).

Afin de compléter l'approche analogique des circuits électriques, un module à vocation expérimentale est consacré au traitement numérique des signaux à travers les sujets suivants :

- la conversion analogique numérique.
- l'échantillonnage et le repliement de spectre,
- le filtrage numérique.

Objectifs généraux de formation

Dans le prolongement de la première année, le passage d'une représentation temporelle à une représentation fréquentielle d'un signal est un objectif essentiel de la formation, cette capacité étant renforcée par une pratique abondante de l'analyse spectrale en TP.

Les fonctions de transfert et les diagrammes de Bode nécessaires à la compréhension des systèmes sont systématiquement fournis, l'accent étant mis prioritairement sur la compréhension des fonctions réalisées par des blocs et non par des composants particuliers. L'étude des circuits utilisant un ALI est volontairement limitée à des situations simples dont la compréhension ne nécessite pas l'emploi de technique de résolution sophistiquée.

L'étude expérimentale des systèmes mettant souvent en œuvre des instruments numériques d'acquisition, de mesure, ou de calcul, la formation est complétée par une initiation à l'électronique numérique. Cette ouverture est abordée de manière exclusivement expérimentale afin de sensibiliser les étudiants aux limites introduites par l'échantillonnage et la quantification lors d'une conversion analogique numérique.

Le **bloc 1** s'intéresse aux propriétés des systèmes linéaires déjà abordés en première année. Les capacités relatives au filtrage et à la décomposition harmonique d'un signal périodique sont révisées sans ajout de nouvelles compétences. L'étude est complétée par une analyse de la stabilité des systèmes du premier et du second ordre en examinant le régime transitoire associé à la relation différentielle.

Le **bloc 2** illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'identification de certains montages à des systèmes bouclés permet de faire le lien avec le cours d'automatique de Sciences Industrielles. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est uniquement évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non linéaire du système étudié.

Le **bloc 3** s'intéresse à une étude non exhaustive des oscillateurs en électronique. Les exemples sont choisis à l'initiative du professeur et les fonctions de transfert des filtres utilisés sont fournies. En TP, on complète l'étude par une analyse spectrale des signaux.

Le **bloc 4** est exclusivement étudié de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année. Le professeur introduira les thèmes proposés au fur et à mesure des besoins et en relation avec les autres sujets d'étude. Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement à l'aide d'une analogie stroboscopique, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.
Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction, ce dernier étant réalisé à l'aide d'une feuille de calcul traitant l'acquisition numérique d'une entrée analogique, un CNA restituant ensuite une sortie analogique. On étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Stabilité des systèmes linéaires	
Fonction de transfert d'un système entrée-sortie linéaire continu et invariant.	Transposer la fonction de transfert opérationnelle dans les domaines fréquentiel (fonction de transfert harmonique) ou temporel (relation différentielle).
Stabilité.	Discuter la stabilité d'un système d'ordre 1 ou 2 d'après les signes des coefficients de la relation différentielle ou de la fonction de transfert.
2. Rétroaction	
Modèle de l'ALI défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie, une saturation de l'intensité de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Modéliser un ALI fonctionnant en régime linéaire à l'aide d'un schéma bloc.
Montages amplificateur non inverseur et comparateur à hystérésis.	Analyser la stabilité du régime linéaire.
Vitesse de balayage.	**Identifier la manifestation de la vitesse limite de balayage d'un ALI.**
Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de fonctionnement en régime linéaire. Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Exprimer les impédances d'entrée de ces montages. Expliquer l'intérêt d'une forte impédance d'entrée pour une association en cascade d'étages à faible impédance de sortie.

Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime saturé.	Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple. Pour une entrée sinusoïdale, faire le lien entre la non linéarité du système et la génération d'harmoniques en sortie. Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis. Définir le phénomène d'hystérésis en relation avec la notion de mémoire.
3. Oscillateurs	
Oscillateur quasi-sinusoïdal réalisé en bouclant un filtre du deuxième ordre avec un amplificateur.	Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé. Analyser à partir de l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations. Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations. **Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.** **Approche documentaire** : en relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en terme de système bouclé oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.
Oscillateur de relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis.	Décrire les différentes séquences de fonctionnement. Exprimer les conditions de basculement. Établir la fréquence d'oscillation.
Générateur de signaux non sinusoïdaux.	**Réaliser un oscillateur de relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.**
4. Électronique numérique	
Échantillonnage. Condition de Nyquist-Shannon. Analyse spectrale numérique.	**Décrire le mouvement apparent d'un segment tournant observé avec un stroboscope. Expliquer l'influence de la fréquence d'échantillonnage.** **Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre dû à l échantillonnage lors de l'utilisation d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.** **Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une acquisition numérique afin de respecter la condition de**

	Nyquist-Shannon.
Filtrage numérique.	**Réaliser un filtrage numérique passe-bas d'une acquisition, et mettre en évidence la limitation introduite par l'échantillonnage.**

3. Optique

Le programme d'optique de la filière PT s'inscrit dans le prolongement de la partie « Signaux physiques » du programme de PTSI. Il s'agit pour les étudiants d'approfondir l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, conséquences de la nature ondulatoire de la lumière.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année PTSI, le formalisme utilisé constitue une avancée importante dans la modélisation des phénomènes décrits ; l'enseignant veillera particulièrement à privilégier les aspects expérimentaux et à utiliser tous les supports de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations. L'enseignant ne manquera pas non plus de rappeler que ces phénomènes, étudiés ici dans le cadre de l'optique, sont généralisables à tout comportement ondulatoire.

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young, de l'interféromètre de Michelson compensé (parallélisme compensatrice/séparatrice préréglé) et, dans le prolongement du programme de PTSI, de dispositifs d'interférences à *N* ondes.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes sont développées dans cette partie du programme :

- maîtriser la notion de phase d'une vibration harmonique et de sa variation au cours d'une propagation ;
- associer les caractéristiques géométriques d'un phénomène d'interférences (position et forme des franges, interfrange) à celles des sources et du milieu de propagation ;
- connaître certains ordres de grandeur propres aux phénomènes lumineux dans le domaine du visible (longueur d'onde, durée d'un train d'onde, temps d'intégration d'un capteur) ; faire le lien avec les problèmes de cohérence ;
- maîtriser les outils de l'optique géométrique (rayon de lumière, principe du retour inverse, lois de conjugaison) et de l'optique ondulatoire (chemin optique, surface d'onde, théorème de Malus) afin de conduire un calcul de différence de marche entre deux rayons de lumière dans des situations simples ;
- relier, pour le dispositif des trous d'Young, le manque de cohérence des sources à la diminution de la visibilité.

Le **bloc 1** introduit les outils nécessaires. Le programme utilise le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » ou « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau. L'intensité lumineuse est introduite comme une puissance par unité de surface. Le théorème de Malus (orthogonalité des rayons de lumière et des surfaces d'ondes) est admis.

Dans le **bloc 3**, les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur du front d'onde n'est exigible.

Dans le **bloc 4**, l'étude de l'interféromètre de Michelson en lame d'air permet de confronter théorie et expérience. L'étude de l'interféromètre de Michelson en coin d'air est abordée de manière exclusivement expérimentale. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson on suppose la séparatrice infiniment mince.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Modèle scalaire des ondes lumineuses.	
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus (admis).	Exprimer le retard de phase en un point en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.
Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon de lumière et de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon de lumière choisi.
Modèle d'émission. Relation (admise) entre la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale.	Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques sources de lumière. Utiliser la relation $\Delta f . \Delta t \approx 1$ pour lier la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la source.
Détecteurs. Intensité lumineuse. Facteur de contraste.	Exploiter la propriété qu'un capteur optique quadratique fournit un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration. Citer l'ordre de grandeur du temps d'intégration de quelques capteurs optiques. **Mettre en œuvre une expérience utilisant un capteur CCD.**
2. Superposition d'ondes lumineuses.	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Exploiter l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de *N* ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. **Modéliser expérimentalement un spectroscope à l'aide d'un réseau optique.**

	Lier qualitativement le nombre de traits d'un réseau à la largeur des franges brillantes.
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young.	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie. Ordre d'interférences *p*.	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. **Décrire et mettre en œuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young.** **Montrer la non localisation des franges d'interférences.**
Variations de l'ordre d'interférences *p* avec la position du point d'observation. Franges d'interférences. Interfrange.	Interpréter la forme des franges observées.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	**Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.**
Variations de l'ordre d'interférences *p* avec la position ou la longueur d'onde de la source ; perte de contraste par élargissement spatial ou spectral de la source.	Utiliser le critère de brouillage des franges $\Delta p > 1/2$ pour interpréter des observations expérimentales.
4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson.	
Interféromètre de Michelson éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges.	Citer les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air.
Lame d'air : franges d'égale inclinaison.	**Régler un interféromètre de Michelson compensé pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole fourni.** Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de la longueur d'onde, de l'épaisseur de la lame d'air équivalente et de l'angle d'inclinaison des rayons. **Mettre en œuvre un protocole pour accéder à l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence d'une raie et à l'écart spectral d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson.**
Étude expérimentale en coin d'air : franges d'égale épaisseur.	Utiliser l'expression fournie de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférence. **Analyser une lame de phase introduite sur un des trajets de interféromètre de Michelson. Interpréter qualitativement le spectre cannelé en lumière blanche.**

4. Électromagnétisme

Le programme d'électromagnétisme de la filière PT s'inscrit dans le prolongement des parties « Signaux physiques » et « Induction et forces de Laplace » du programme de PTSI. Il s'agit pour les étudiants de découvrir les lois locales et intégrales qui gouvernent les champs électrique et magnétique et certaines applications dans des domaines variés.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année de PTSI, le formalisme utilisé constitue, bien souvent, pour les étudiants une première découverte ; il convient pour l'enseignant d'être particulièrement attentif aux difficultés potentielles des étudiants et d'utiliser tous les outils de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations.

L'étude des champs électrostatique et magnétostatique est présentée en deux parties distinctes ; l'enseignant est libre, s'il le souhaite, de procéder à une présentation unifiée de la notion de champ statique. Pour les calculs de champs, l'accent est mis sur les situations à haut degré de symétrie qui permettent l'utilisation efficace des propriétés de flux ou de circulation.

Les équations locales des champs statiques sont introduites comme cas particuliers des équations de Maxwell.

La loi de Biot et Savart et la notion de potentiel vecteur ne relèvent pas du programme. Les relations de passage relatives au champ électromagnétique peuvent être exploitées, mais doivent être systématiquement fournies en cas de besoin.

Après une présentation des équations de Maxwell et des aspects énergétiques, le programme analyse le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide, la structure des champs associés et la réflexion des ondes sur un conducteur parfait. La propagation dans les milieux est abordée en se limitant à l'étude d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes sont développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les concepts de champ scalaire et de champ de vecteurs ;
- manipuler les opérateurs vectoriels relatifs aux champs scalaires et vectoriels ;
- citer quelques ordres de grandeur ;
- conduire des analyses de symétrie et d'invariance et calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation ;
- énoncer des lois de l'électromagnétisme sous formes locale et intégrale et faire le lien entre les deux formulations ;
- conduire des bilans énergétiques mettant en jeu matière et champ électromagnétique ;
- associer au phénomène de propagation un couplage entre les champs, une équation locale et des solutions dans des cas simples ;
- décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide et dans un milieu dispersif.

La notion de champ électrostatique a été introduite en classe de première S. Le **bloc 1** constitue un approfondissement des lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont donc centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.

L’accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss (admis) pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Une antisymétrie est la composée d'une symétrie plane et d'une opération de conjugaison de charge.

Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées.

Le condensateur plan est introduit mais l’étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme.

Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l’application du théorème de Gauss.

L’étude de la magnétostatique menée dans le **bloc 2** s’appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année de PTSI, les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique. La loi de Biot et Savart n’est pas introduite ; l’utilisation de celle-ci pour calculer un champ magnétostatique est donc exclue.

Les distributions de courants surfaciques ne sont pas introduites à ce niveau du programme, elles le sont uniquement à l’occasion de la réflexion d’une onde électromagnétique sur un métal parfait.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d’Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Dans le **bloc 3,** une vision cohérente des lois de l’électromagnétisme est présentée. Elle constitue une première approche quantitative du phénomène de propagation et permet également de revenir qualitativement sur l’induction étudiée en première année de PTSI. Le cadre adopté est celui de l'approximation des régimes quasi-stationnaires « magnétiques » où les effets des distributions de courants dominent ceux des distributions de charges.

Les lois locales de l’électrostatique relatives au potentiel constituent un support pertinent pour procéder à une approche numérique de la résolution d’une équation différentielle.

Dans le **bloc 4**, on s'intéresse à l'aspect énergétique de l'électromagnétisme. Aucun modèle relatif à la loi d’Ohm locale n’est exigible ; l’accent est mis sur les échanges d’énergie entre la matière et le champ électromagnétique, sur l’utilisation du flux du vecteur de Poynting pour évaluer une puissance rayonnée à travers une surface et sur les bilans d’énergie et de puissance.

Le **bloc 5**, articulé autour de la propagation des ondes électromagnétiques, est l’occasion d’illustrer l’efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

Si le modèle de l’onde plane est présenté dans le cadre de l’espace vide de courant et de charge, l'étude des ondes électromagnétiques dans un milieu ohmique permet d’enrichir les compétences des étudiants sur les phénomènes de propagation en abordant l’effet de peau.

La réflexion d’une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d’approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude efficace. La notion de densité de courant surfacique est introduite, mais le calcul de l’intensité à travers un segment ne relève pas du programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Électrostatique.	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.

Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ du champ électrostatique créé par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Analogies avec la gravitation.	Utiliser le théorème de Gauss dans le cas de la gravitation.
2. Magnétostatique	
Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.	Calculer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.
Champ magnétostatique. Principe de superposition.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ magnétostatique par superposition.
Symétries et invariances du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants.

	Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Citer quelques ordres de grandeur de champs magnétostatiques.
Applications au fil rectiligne « infini » de section non nulle et au solénoïde « infini ».	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de courants par une distribution « infinie ». Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne « infini » de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde « infini » en admettant que le champ est nul à l'extérieur. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ du champ magnétostatique créé par une distribution de courants. Associer les variations de l'intensité du champ magnétostatique à l'évolution de la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de ligne de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ magnétostatique.
3. Équations de Maxwell	
Principe de la conservation de la charge : formulation locale.	Établir l'équation locale de la conservation de la charge dans le cas à une dimension.
Équations de Maxwell : formulations locale et intégrale.	Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday. Écrire et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale. Relier qualitativement le couplage spatio-temporel entre champ électrique et champ magnétique au phénomène de propagation. Déduire l'équation locale de la conservation de la charge.

Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Approximation des régimes quasi-stationnaires (ou quasi-permanents) « magnétique ».	Comparer une durée typique d'évolution des sources à une durée de propagation de l'onde électromagnétique.
Cas des champs statiques : équations locales.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell.
Équation de Poisson et équation de Laplace de l'électrostatique.	Établir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique. **Approche numérique :** mettre en œuvre une méthode de résolution numérique pour déterminer une solution à l'équation de Laplace, les conditions aux limites étant données.
4. Énergie du champ électromagnétique	
Densité volumique de force électromagnétique. Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.	Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
Loi d'Ohm locale ; densité volumique de puissance Joule.	Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting : bilan d'énergie.	Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée. Effectuer un bilan d'énergie sous forme locale et intégrale. Interpréter chaque terme de l'équation locale de Poynting, l'équation locale de Poynting étant donnée.
5. Propagation	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	Reconnaître une onde plane polarisée rectilignement. **Mettre en évidence une polarisation rectiligne.**
Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique en régime lentement variable. Effet de peau.	Établir et interpréter l'expression de la grandeur caractéristique d'atténuation de l'onde électromagnétique dans un milieu ohmique.

Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies . Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	Utiliser la méthode de séparation des variables. **Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.**

5. Thermodynamique de la transformation chimique

La transformation de la matière a été abordée dès le début de la classe de PTSI ; le critère d'évolution d'un système chimique en transformation y a été présenté sans être démontré. Ce dernier a été utilisé au travers de l'étude des systèmes chimiques en transformation en solution aqueuse, étude restreinte au cas où une seule réaction modélise la transformation.

Le but de cette partie est double : d'une part aborder les transferts thermiques d'un système engagé dans une transformation chimique, et d'autre part établir et utiliser le critère d'évolution spontané d'un système chimique.

La fonction G et la notion de potentiel chimique ont été introduites dans la partie 1 (thermodynamique et mécanique des fluides). On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale $\mu_i(T, \text{composition}) = \mu_i°(T) + RT\ln(a_i)$ qui fait référence aux expressions des activités vues en première année. L'établissement de cette expression est hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure n'est pas abordée. On se limite aux cas d'une espèce chimique pure, d'une espèce en solution aqueuse très diluée et d'une espèce en mélange de gaz parfaits avec référence à l'état standard.

Les grandeurs standard de réaction sont introduites. On se place systématiquement dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. D'une part, le calcul de ces grandeurs à 298 K à partir de tables de données thermodynamiques rend possible une estimation du transfert thermique d'un système engagé dans une transformation physico-chimique qui peut être confrontée à l'expérience. D'autre part, les grandeurs standard de réaction permettent la détermination de la valeur de la constante thermodynamique K° caractéristique d'une réaction, valeur qui était simplement donnée en première année. C'est ainsi l'occasion de revenir sur la détermination de la composition du système physico-chimique en fin d'évolution.

Le calcul de la variance est l'occasion, pour chaque système étudié, d'identifier méthodiquement les variables intensives et d'en déduire le nombre de degrés de liberté du système ; l'utilisation du théorème de Gibbs ne relève pas du programme.

La notion d'affinité chimique n'est pas utilisée, le sens d'évolution spontanée d'un système hors d'équilibre, à température et pression fixées, est déterminé par le signe de $\Delta_r G$.

Enfin, l'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système chimique permet d'aborder la problématique de l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. L'étude de tout ou partie d'une unité de synthèse industrielle est conduite à l'aide d'une approche documentaire.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- distinguer modélisation d'une transformation chimique (réaction chimique et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système (tableau d'avancement, comparaison entre quotient de réaction et constante d'équilibre, état d'équilibre final ou transformation totale) prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- utiliser des tables de données thermodynamiques ;
- confronter des grandeurs calculées avec des mesures expérimentales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Application du premier principe à la transformation chimique	
État standard. Enthalpie standard de réaction. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Loi de Hess.	Calculer l'enthalpie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques et de la loi de Hess.
Effets thermiques pour une transformation isobare : • transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi \, \Delta_r H°$) ; • transformation chimique exothermique ou endothermique.	Prévoir le sens du transfert thermique entre le système en transformation chimique et le milieu extérieur. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale mettant en jeu des effets thermiques d'une transformation chimique.**
2. Application du deuxième principe à la transformation chimique	
Activité.	Donner l'expression du potentiel chimique d'un constituant en fonction de son activité.
Enthalpie libre de réaction. Enthalpie libre standard de réaction. Relation entre $\Delta_r G$, $\Delta_r G°$ et Q_r ; évolution d'un système chimique. Entropie standard de réaction. Entropie standard de réaction $\Delta_r S°$.	Relier création d'entropie et enthalpie libre de réaction lors d'une transformation d'un système physico-chimique à p et T fixées. Prévoir le sens d'évolution à p et T fixées d'un système physico-chimique dans un état donné à l'aide de l'enthalpie libre de réaction Déterminer les grandeurs standard de réaction à partir des tables de données thermodynamiques.

	Déterminer les grandeurs standard de réaction d'une réaction dont l'équation est combinaison linéaire d'autres équations de réaction. Interpréter ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction.
Constante d'équilibre ; relation de Van't Hoff.	Établir la relation de Van't Hoff dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique à une température quelconque. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique d'une réaction par combinaison de constantes d'équilibres thermodynamiques d'autres réactions. **Mettre une œuvre une démarche expérimentale pour déterminer la valeur d'une constante d'équilibre en solution aqueuse.**
État final d'un système : équilibre chimique ou transformation totale.	Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.
Variance : degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	Reconnaître si une variable intensive est ou non un facteur d'équilibre. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat.
Optimisation d'un procédé chimique : • par modification de la valeur de K° ; • par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Identifier les paramètres d'influence et leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable. **Approche documentaire :** à partir de documents décrivant une unité de synthèse industrielle, analyser les choix industriels aspects environnementaux inclus.

6. Électrochimie

L'approche adoptée dans cette partie est principalement qualitative, et en dehors de l'étude thermodynamique d'une pile, elle ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique.

Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.
Ces courbes sont utilisées pour justifier ou prévoir le fonctionnement de dispositifs mettant en jeu la conversion énergie chimique-énergie électrique ou énergie électrique-énergie chimique , qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles

électrochimiques, piles à combustibles, phénomènes de corrosion humide) ou forcées (électrolyseurs et accumulateurs).

L'ensemble des aspects étudiés donne lieu à des activités expérimentales qui visent à illustrer les phénomènes présentés et à souligner l'intérêt des dispositifs électrochimiques pour la détermination de grandeurs thermodynamiques et électrochimiques.

Les approches documentaires permettent de mettre en évidence la complexité de ces dispositifs de conversion d'énergie, au-delà de l'aspect strictement électrochimique.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :
- choisir de manière rigoureuse et décrire le système physico-chimique étudié ;
- élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Approche qualitative de la cinétique électrochimique	
Surtension.	Décrire le montage à trois électrodes permettant de mesurer une surtension.
Allure des courbes intensité-potentiel ou densité de courant-potentiel : • systèmes rapides et systèmes lents ; • nature de l'électrode ; • courant limite de diffusion ; • vagues successives ; • domaine d'inertie électrochimique du solvant.	Relier vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant. Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir des courbes intensité-potentiel. Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. À partir de relevés expérimentaux, associer l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif et à la surface immergée de l'électrode. Donner l'allure qualitative de branches d'oxydation ou de réduction à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions. **Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant des courbes intensité-potentiel.**
2. Phénomènes de corrosion humide	
Transformations spontanées : notion de potentiel mixte.	Positionner un potentiel mixte sur un tracé de courbes intensité-potentiel.
Potentiel de corrosion, intensité de courant de corrosion, densité de courant de corrosion. Corrosion uniforme en milieu acide ou en milieu neutre oxygéné.	Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion uniforme à l'aide de données expérimentales, thermodynamiques et cinétiques. Citer des facteurs aggravants de la corrosion.

Corrosion différentielle par hétérogénéité du support ou du milieu.	Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion différentielle faisant intervenir deux métaux à l'aide de courbes intensité-potentiel.
Protection contre la corrosion : • revêtement ; • anode sacrificielle ; • protection électrochimique par courant imposé.	Exploiter des tracés de courbes intensité-potentiel pour expliquer qualitativement : • la qualité de la protection par un revêtement métallique ; • le fonctionnement d'une anode sacrificielle. **Mettre en œuvre un protocole illustrant les phénomènes de corrosion et de protection.**
3. Énergie chimique et énergie électrique : conversion et stockage	
3.1. Conversion d'énergie chimique en énergie électrique	
Approche thermodynamique.	Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Citer la relation entre la tension à vide d'une pile et l'enthalpie libre de réaction. Déterminer la capacité d'une pile en Ah.
Approche cinétique.	Utiliser les courbes intensité-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide. Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale utilisant des piles.**
3.2. Conversion d'énergie électrique en énergie chimique	
Caractère forcé de la transformation. Électrolyseur.	Utiliser les courbes intensité-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'un électrolyseur et prévoir la valeur de la tension de seuil.
Recharge d'un accumulateur.	Utiliser les courbes intensité-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur. **Approche documentaire** : à partir de documents sur des accumulateurs (lithium ion, nickel-métal hydrure,…), comparer la constitution, le fonctionnement, et l'efficacité de tels dispositifs.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de physique chimie de la classe de PTSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. Domaine optique

- Polariseur.
- Interféromètre de Michelson motorisé.
- Capteur CCD.

2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique avec analyseur de spectre.
- Carte d'acquisition dont l'API est publiée.
- Émetteur et récepteur dans le domaine des ondes centimétriques.

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de la classe de PT sont d'une part ceux qui figurent dans l'annexe 2 du programme de la classe de PTSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » n'a pas fait l'objet d'une rubrique en première année, les expressions des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en PTSI et réutilisée en classe de PT. On étend la décomposition d'un signal périodique comme somme de ses harmoniques à l'expression d'un signal non périodique sous forme d'une intégrale (synthèse spectrale) ; aucun résultat n'est exigible. On souligne en revanche la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion. L'accent sera mis sur le rôle des conditions aux limites.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles sont mobilisées principalement dans le cours de thermodynamique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse vectorielle	
Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction *f* est perpendiculaire aux surfaces iso-*f* et orienté dans le sens des valeurs de *f* croissantes.
Divergence.	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel.	Citer et utiliser le théorème de Stokes . Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire.	Définir Δf = div (**grad** *f*). Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs.	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : **rot**(**rotA**) = **grad**(div**A**) -**ΔA** .
Cas des champs proportionnels à exp(iωt- i**k.r**) ou à exp(i**k.r**-iωt)	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide de l'opérateur i**k**.
2. Analyse de Fourier	
Décomposition d'une fonction périodique en série de Fourier.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial.
Synthèse spectrale d'un signal non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).
3. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielle connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine.

	Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
4. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivée partielle.	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.

Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des

	éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités,etc…).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Calcul numérique.	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples. Exploitation d'une représentation graphique. Schémas et figures.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes. Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log. Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression. Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues. Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.