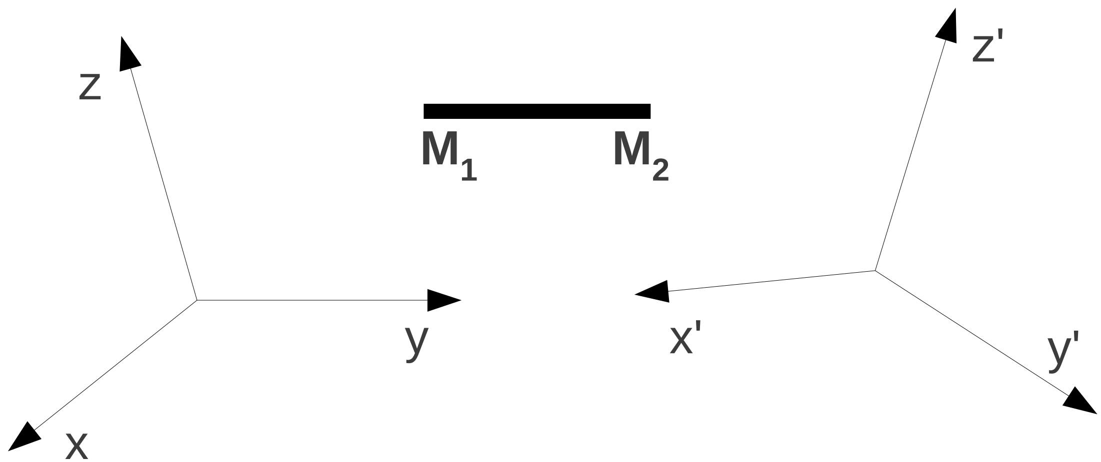
Principe de relativité

Transformations et invariants :

- la distance $\mathbf{M_1M_2}$ est un invariant vis-à-vis d'un changement d'observateur
- $(M_1 M_2)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2$



- La forme mathématique des lois physiques est invariante vis-à-vis de certaines transformations, ex. RFD : $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{g}$

Principe de relativité

Notion d'événement et transformations :

- ensemble des 4 grandeurs scalaires **(t, x, y, z)**

- les transformations d'espace-temps considérées classiquement sont :

  - La translation du système d'axes : $\vec{r}\,'=\vec{r}+\vec{a}$
  - La rotation du système d'axes : $\vec{r}\,'=[R]\vec{r}$
  - La translation dans le temps : $t'=t+t_0$
  - Le changement de référentiel galiléen (translation rectiligne uniforme / référentiel de Copernic)

- Rq1 : le mouvement de particules dans un champ de force est invariant par rapport à un renversement du temps (en l'absence de frottement)

- Rq2 : la plupart des phénomènes physiques sont invariants vis-à-vis d'une symétrie plane (transformation de parité)

Principe de relativité

Enoncé du principe de relativité restreinte :

- les lois physiques sont invariantes vis-à-vis des translations d'espace-temps, des rotations d'espace et des changements de référentiel galiléen.

- Rq : restreinte ⇔ on se limite à ces transformations : la relativité générale (Einstein, 1916) pose que la physique est invariante vis-à-vis de toutes les transformations des systèmes de coordonnées (⇒ théorie de la gravitation)

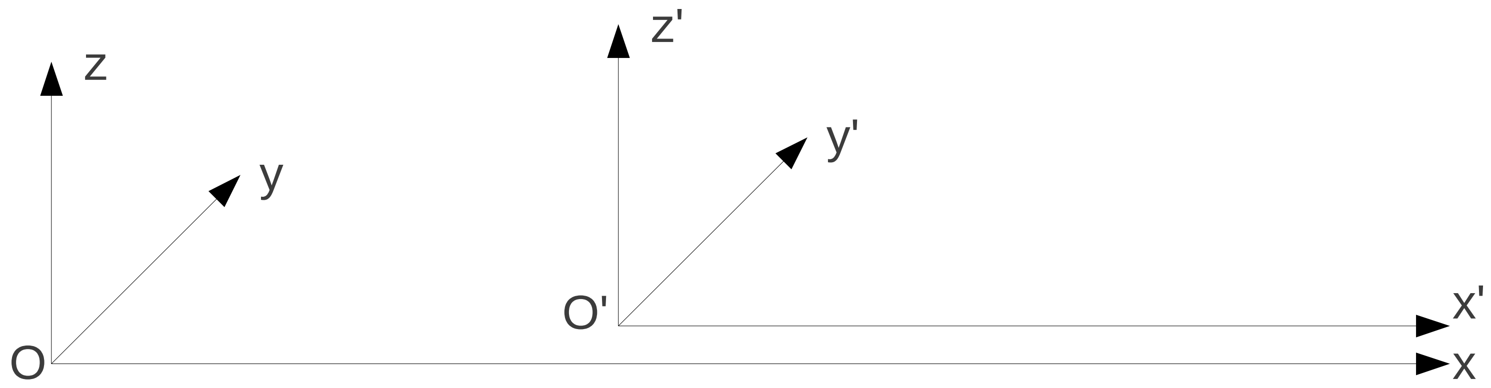
Postulats de la relativité restreinte (Einstein, 1905) :

1) <u>toutes</u> les lois physiques (mécanique classique, électromagnétisme) sont invariantes vis-à-vis changements de référentiel galiléen.

2) les équations de Maxwell étant invariantes vis-à-vis changements de référentiel galiléen, la vitesse de la lumière dans le vide l'est aussi : $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$
⇒abandon d'un temps absolu

3) validité de la mécanique classique pour $v \ll c$

La transformation de Lorentz



A l'origine des temps (t = t' = 0), les origines O et O' coïncident.

Transformation spéciale de Lorentz :

- la direction des axes Ox et O'x' coïncide avec celle de la vitesse relative v_e

- on définit le facteur de Lorentz : $\gamma_e = 1/\sqrt{1 - v_e^2/c^2}$

- transformation des coordonnées (t, x, y, z) en (t', x', y', z') :

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma_e \left(x - v_e t\right) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma_e \left(t - v_e x / c^2\right) \end{aligned}}$$

La transformation de Lorentz

Transformation spéciale de Lorentz inverse :

- le changement de référentiel inverse s'obtient par $v_e \Leftrightarrow -v_e$ $\left(\gamma_e = 1/\sqrt{1-v_e^2/c^2}\right)$

- transformation des coordonnées (t', x', y', z') en (t, x, y, z) :

$$x = \gamma_e \left(x' + v_e t'\right)$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma_e \left(t' + v_e x'/c^2\right)$$

- on introduit aussi le coefficient : $\beta_e = v_e / c$

La transformation de Lorentz

Intervalle d'espace-temps :

- soient deux événements (t_1, x_1, y_1, z_1) et (t_2, x_2, y_2, z_2) on appelle intervalle d'espace-temps la quantité :

$$(\Delta s)^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right]$$

- intérêt : Δs est invariant par changement de référentiel galiléen :

$$c^2 (t_2 - t_1)^2 - \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right] =$$
$$c^2 (t'_2 - t'_1)^2 - \left[(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 \right]$$

- Rq1 : la transformation de Galilée a deux invariants : $(\Delta \vec{r})^2$ et (Δt)
alors que la transformation de Lorentz laisse invariant Δs où l'espace et le temps sont liés : $(\Delta s)^2 = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta \vec{r})^2$
- Rq2 : l'intervalle est aussi invariant sous les translations d'espace-temps, les rotations d'espace, les symétries planes

La transformation de Lorentz

Cône de lumière :

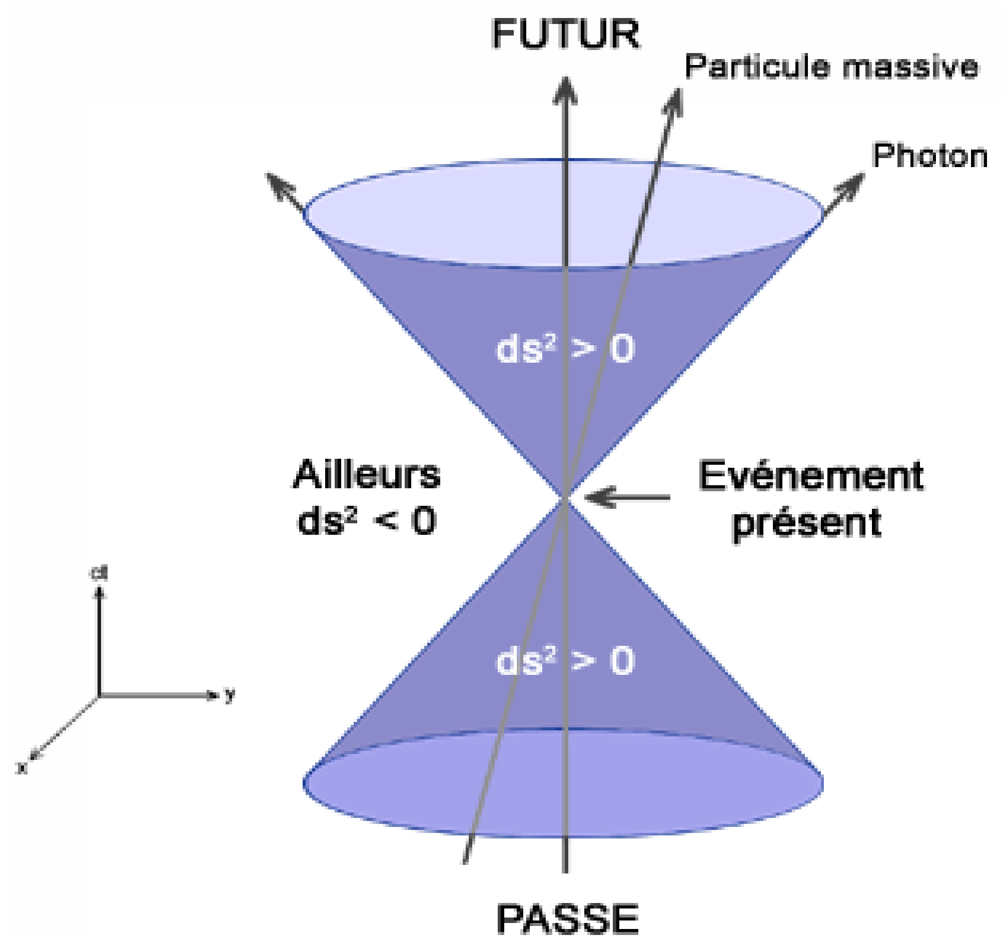
- la relation entre deux événements est déterminé par le signe de $(\Delta s)^2$:

- $(\Delta s)^2 < 0$ intervalle du genre espace : deux événements ne peuvent être reliés entre eux par un signal physique quelconque (pas de lien causal)
- $(\Delta s)^2 > 0$ intervalle du genre temps : deux événements peuvent être reliés entre eux par un signal physique et leur ordre temporel est conservé lors d'un changement de référentiel galiléen :
  - $(\Delta t) > 0$ futur par rapport à un événement pris comme origine (0,0,0,0)
  - $(\Delta t) < 0$ Passé
- $(\Delta s)^2 = 0$ définit, dans un espace à 4 dimensions, un cône, appelé le <u>cône de lumière</u>.

La transformation de Lorentz

Cône de lumière :

- la classification des événements est une relation d'ordre, préservée par les changements de référentiel galiléen



Notion de temps propre

Simultanéité et localisation :

- soient deux événements vus dans deux référentiels dans les conditions de la transformation spéciale de Lorentz ; on pose (t_1, x_1, y_1, z_1) et (t_2, x_2, y_2, z_2) dans (R) et (t'_1, x'_1, y'_1, z'_1) et (t'_2, x'_2, y'_2, z'_2) dans (R'), puis $\Delta x = x_2 - x_1$ etc.

- d'après la transformation spéciale de Lorentz on sait que :

$$\Delta x = \gamma_e \left(\Delta x' + v_e \Delta t' \right)$$
$$\Delta y = \Delta y'$$
$$\Delta z = \Delta z'$$
$$\Delta t = \gamma_e \left(t' + v_e \Delta x' / c^2 \right)$$

- 1er cas : événements non simultanés mais localisés au même endroit dans (R')

$$\Delta x' = \Delta y' = \Delta z' = 0, \Delta t' \neq 0$$
$$\Rightarrow \Delta x = \gamma_e \left(v_e \Delta t' \right), \Delta y = \Delta z = 0, \Delta t = \gamma_e \left(\Delta t' \right)$$

Dans (R) les événements ne sont plus au même endroit (ex. les ailes d'un oiseau en vol repassent par la même position au même endroit dans le référentiel lié à l'oiseau, mais pas dans le référentiel d'un observateur lié au sol).

Notion de temps propre

Simultanéité et localisation :

- 2ème cas : événements simultanés mais en des lieux différents dans (R')

$$\Delta x' \neq 0, \Delta y' = \Delta z' = 0, \Delta t' = 0$$
$$\Rightarrow \Delta x = \gamma_e (\Delta x'), \Delta y = \Delta z = 0$$
$$\Delta t = \gamma_e (v_e \Delta x' / c^2) \neq 0\,!$$

Dans (R) les événements ne sont plus simultanés, ce qui est nouveau par rapport à la cinématique classique.

- horloge du référentiel (R') $\stackrel{\text{def}}{=}$ système périodique fixe dans (R') de période $\Delta t'_0$
- <u>période propre</u> de l'horloge $\stackrel{\text{def}}{=}$ $\Delta t'_0$

- période de cette horloge dans (R) : $\Delta t = \gamma_e (\Delta t'_0) > \Delta t'_0$ (<u>dilatation du temps</u>)

-Rq1 : Δt n'est pas à une période propre (horloge en mouvement dans (R))
- Rq2 : si réciproquement Δt_0 est une période propre dans (R), alors $\Delta t' = \gamma_e (\Delta t_0)$ est "dilatée" également

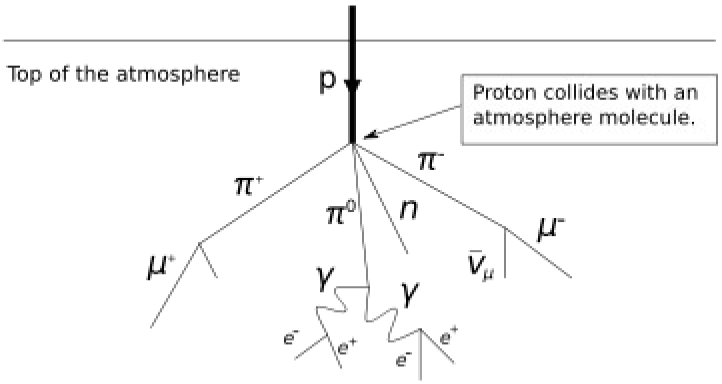
Notion de temps propre

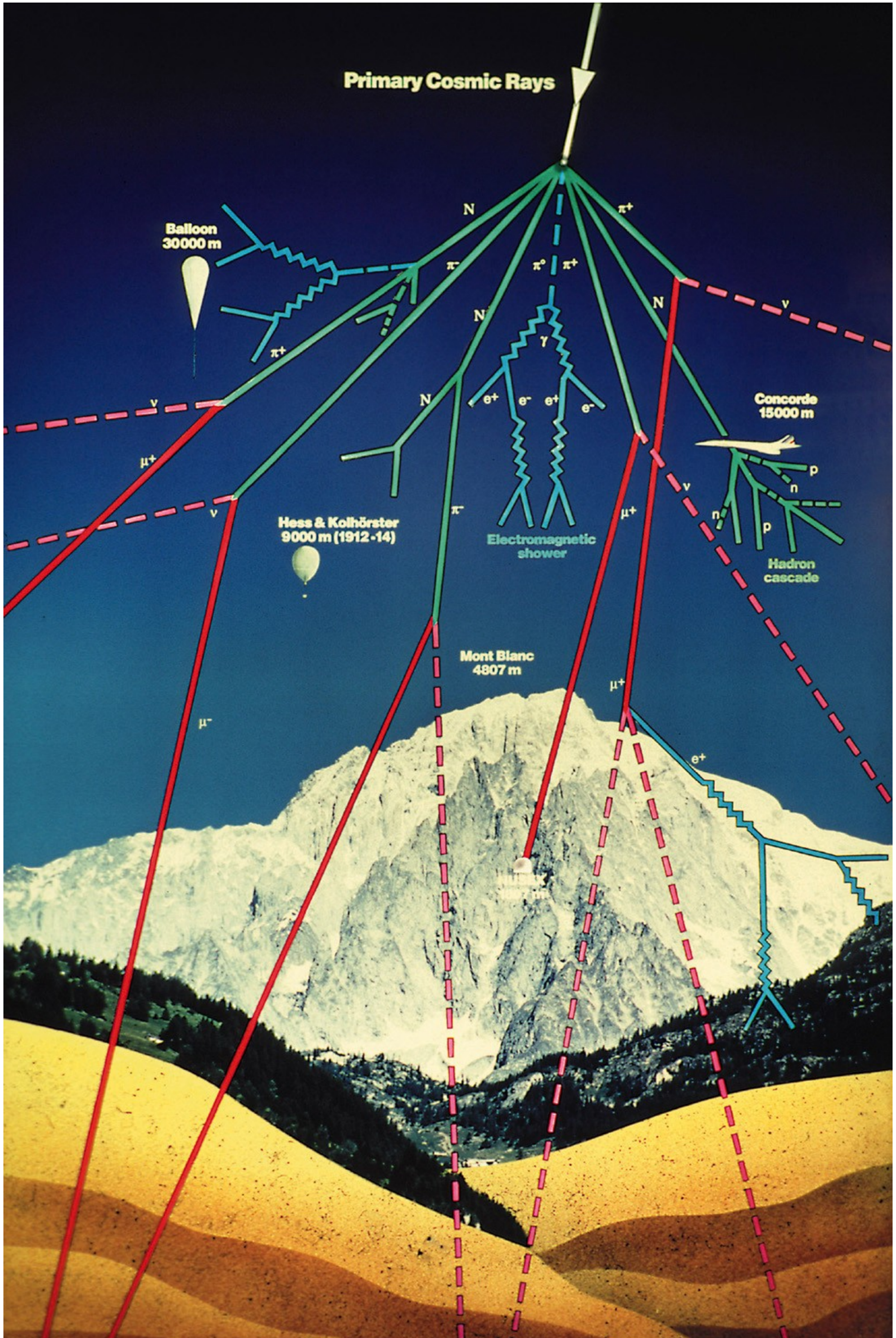
Confirmation expérimentale :

- expérience de comptage des muons atmosphériques (particules instables)
http://acces.ens-lyon.fr/clea/lunap/Relativite/relativite-restreinte-principes-et-applications/Trad_Muons_Frisch-Smith.pdf
http://www.scivee.tv/node/2415
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/PC/87/8/Montpellier_Relativite_muons_fiche2_222878.pdf
- désintégration des muons : $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$

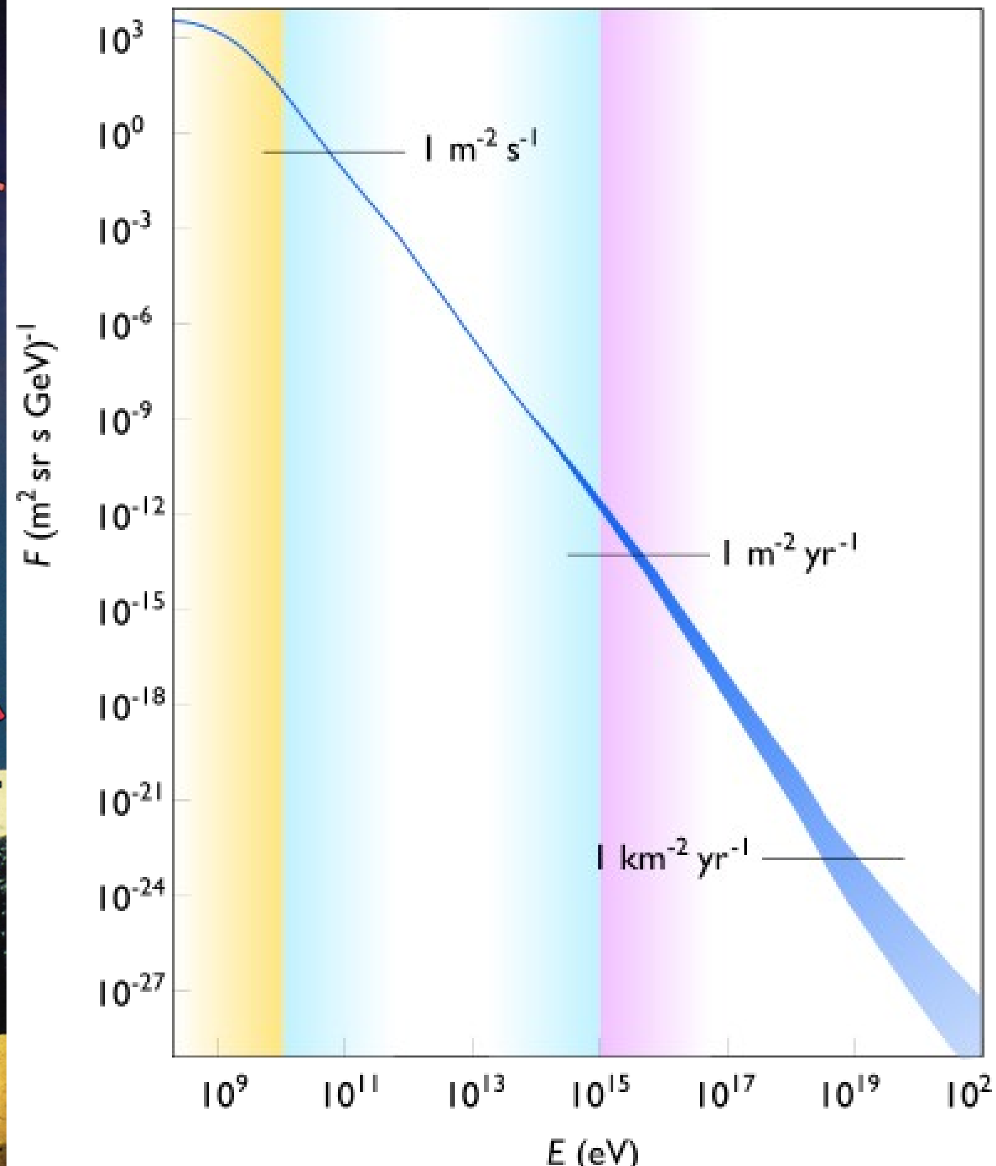
$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$$

- masse des muons : ~200 masse des électrons (leptons)
- production des muons dans l'atmosphère





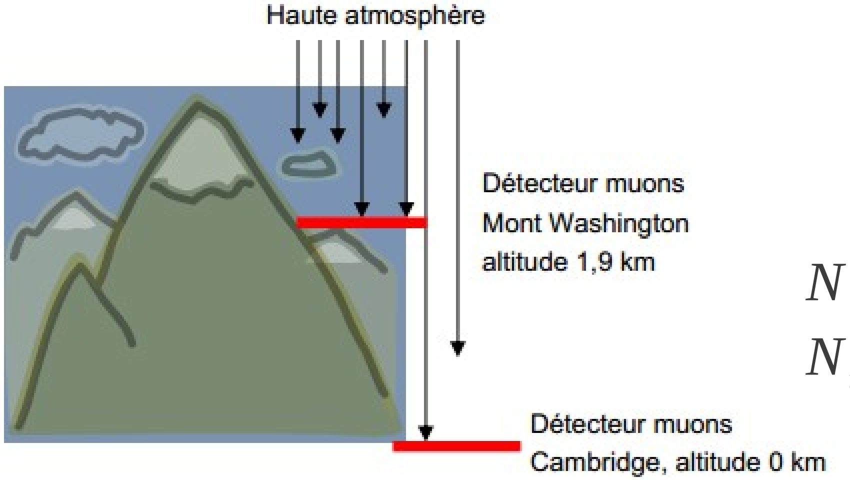
Production et flux de particules atmosphériques



Notion de temps propre

Confirmation expérimentale :

- pour des muons au repos on mesure τ_0 = 2.2 µs.
- muons en mouvement ? *v/c* = 0,9952 soit une durée de vol *h/v* = 6,4 µs
- comparaison des taux de muons mesurés en altitude et au sol



$$N_0 = 563\,\mu/h$$

$$N_{théo}(\Delta t) = N_0 \exp(-\Delta t/\tau_0) = 31\,\mu/h \ll N_{mes} = 408\,\mu/h$$

- interprétation : Δt est un temps impropre car mesuré dans un référentiel par rapport auquel les muons sont en mouvement :

$\Delta t = \gamma_e(\Delta t'_0) \Rightarrow \Delta t'_0 = \Delta t \sqrt{(1 - v^2/c^2)} = 9{,}8\,10^{-2}\,\Delta t$ et :

$$N_{théo}(\Delta t'_0) = N_0 \exp(-\Delta t'_0/\tau_0) = 423\,\mu/h$$

Notion de temps propre

Paradoxe des jumeaux ?

- paradoxe de Langevin : deux observateurs munis d'horloges identiques placés initialement dans le même référentiel galiléen (R) se séparent à t=0, l'un des deux montant dans une fusée (référentiel (R'))
- (R') accélère jusqu'à $v \simeq c$, se translate à v, fait demi-tour, se translate à v en sens inverse, décélère et s'immobilise à nouveau ; on suppose que les phases de translation sont prédominantes par rapport aux accélérations/décélérations.

- la comparaison des temps propres $\Delta\tau$ (du voyageur) et impropres Δt (de l'observateur) conduit normalement à $\Delta t = \gamma(\Delta \tau) > \Delta \tau$
le jumeau voyageur a moins vieilli que le jumeau resté au sol.

- le paradoxe vient de l'analyse inverse : du point de vue du jumeau voyageur, c'est l'observateur, fixe dans (R), qui bouge et qui doit donc vieillir moins vite que lui ! Mais ce raisonnement est faux car (R) et (R') ne jouent pas des rôles symétriques : (R) est galiléen et (R') ne l'est pas. "L'expérience des jumeaux permet juste de déterminer lequel des deux jumeaux est dans un référentiel galiléen" (von Laue).

Dynamique relativiste

Cinématique relativiste :

- quantité de mouvement d'une particule de masse m, de vitesse v : $\vec{p}=\gamma m \vec{v}$

- énergie totale d'une particule de masse m, de vitesse v : $E=\gamma m c^2$

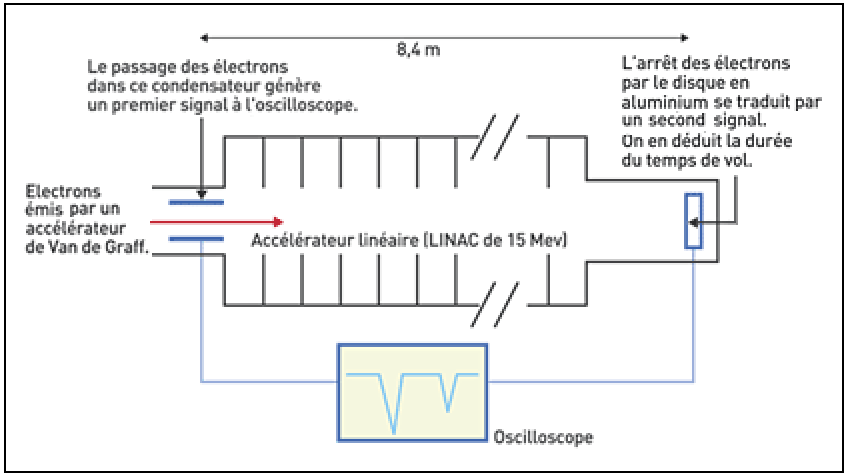
- énergie cinétique : $E_{cin}=E-E_0=\gamma m c^2-m c^2=(\gamma-1) m c^2$

- Rq : limite classique : $v \ll c \Rightarrow \gamma \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} \rightarrow m \vec{v}$

$$\Rightarrow \quad E_{cin} \rightarrow 1/2\, m v^2$$

Théorèmes généraux :

- PFD : $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt}=\sum \vec{f}}$
- TEC : $\boxed{\delta E_{cin}=\sum \delta W}$



Dynamique relativiste

Energie cinétique :

- vérification expérimentale de l'expression de l'énergie cinétique $E_{cin} = (\gamma - 1) m c^2$

- expérience de Bertozzi (1964) :