Agrégation Interne Physique-Chimie **2012-2013**

Thermodynamique – Ondes

- Agreg externe 1984 (2. Ondes et thermodynamique.)
- Agreg interne 2005

Agreg externe 1984 :

2.1. *Compressibilité des fluides.*

Soit une mole d'un fluide (liquide ou gaz), caractérisé par son équation d'état : $f(p, V, T) = 0$, où p, V et T désignent respectivement la pression, le volume et la température thermodynamique.

2.1.1. Définir les coefficients de compressibilité isotherme χ_T et adiabatique χ_S.

2.1.2. Donner la formule de Reech reliant χ_S/χ_T au rapport γ des chaleurs molaires à pression constante et à volume constant.

2.1.3. Calculer χ_T et χ_S lorsque le fluide est assimilable à un gaz parfait.

Préciser les valeurs de χ_S pour des gaz parfaits mono et diatomiques dans les conditions ordinaires de température et de pression.

2.2. *Conductivité thermique d'un fluide.*

2.2.1. Définir le vecteur densité de courant thermique $\vec{j_q}$ et rappeler la loi de Fourier reliant $\vec{j_q}$ au gradient de température dans un milieu homogène et isotrope. On notera K la conductivité thermique du milieu.

Pour estimer l'ordre de grandeur de la conductivité K d'un gaz, de masse molaire M, on utilise le modèle simple suivant :

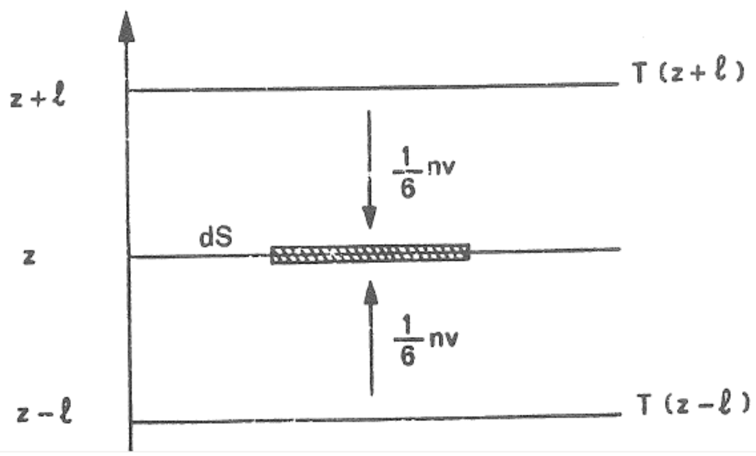
— les molécules, en nombre n par unité de volume, sont assimilées à des sphères dures de rayon r;

— les vitesses des molécules ont toutes le même module, soit v.

(Il ne sera pas nécessaire de distinguer entre vitesse moyenne et vitesse quadratique moyenne.)

2.2.2. Définir et calculer le libre parcours moyen l d'une molécule en fonction de n et $\sigma = 4\pi r^2$. Préciser l'ordre de grandeur de l dans les conditions ordinaires de température et de pression.

2.2.3. Si la température du gaz n'est pas uniforme, un transfert de chaleur apparaît. On suppose que T ne dépend que de la variable z et on considère le schéma suivant (cf. fig. 2).



Le flux moyen de molécules traversant l'unité de surface, à la cote z, pendant l'unité de temps, dans un sens donné et représenté sur la figure vaut $\dfrac{n.v}{6}$.

Calculer, grâce à ce modèle, la quantité de chaleur qui traverse un élément de surface dS, situé à la cote z, pendant l'unité de temps. En déduire la conductivité thermique K en fonction de n, l, v, C_v, chaleur molaire à volume constant et $\mathcal{N}$ nombre d'Avogadro.

2.2.4. Calculer l'ordre de grandeur de la conductivité K de l'hélium, dans les conditions ordinaires de température et de pression. On prendra : $r = 10^{-10}$ m et $M_{He} = 4.10^{-3}$ kg.mol^{-1}. Comparer à la valeur expérimentale 0,14 W.m^{-1}.K^{-1}.

2.3. *Équation de propagation des ondes.*

Soit un fluide de viscosité négligeable, dont on étudie le mouvement par rapport à un référentiel galiléen dans lequel ce fluide est initialement au repos. Les grandeurs relatives à l'élément de fluide qui se trouve au point M, à l'instant t, sont : la vitesse $\vec{v}$(M, t), la masse volumique ρ(M, t), la pression p(M, t) et la densité volumique des forces extérieures agissant sur le fluide $\vec{f}$(M, t).

2.3.1. Par la méthode de votre choix, établir les relations générales :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\,(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,.\,\vec{\nabla})\,\vec{v}\right) = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\,p + \vec{f}$$

où l'on a introduit l'opérateur scalaire :

$$(\vec{v}\,.\,\vec{\nabla}) = v_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial}{\partial z}$$

N.B. : On pourra, éventuellement, se limiter au cas unidimensionnel. Dans toute la suite de cette question n° 2, on supposera :

— que le fluide précédent est contenu dans un cylindre de section droite d'aire A, d'axe horizontal $x'Ox$;

— que l'on peut négliger les effets de parois;

— que les forces extérieures sont prises nulles.

On posera $\vec{v} = v.\vec{u}_x$, où $\vec{u}_x$ est le vecteur unitaire de l'axe $x'Ox$.

2.3.2. Écrire les deux équations auxquelles satisfont les variables $\vec{v}\,(x, t)$, $\rho\,(x, t)$ et $p\,(x, t)$.

2.3.3. Montrer que la résolution du problème nécessite l'introduction d'une équation supplémentaire décrivant l'évolution thermodynamique du fluide. On se limitera aux deux cas particuliers suivants :

— évolution isotherme notée « T »;

— évolution adiabatique réversible notée « S ».

Dans chacune de ces hypothèses, montrer que p et ρ sont liées par une relation de la forme $\dfrac{dp}{d\rho} = c^2$,

où c est une grandeur que l'on exprimera en fonction de χ_T ou χ_S (selon le cas) et de ρ.

Préciser la nature physique de c.

2.3.4. A l'équilibre, la pression dans le fluide est uniforme et vaut p_0 (on néglige l'action de la pesanteur), la masse volumique a partout une même valeur ρ_0.

On étudie les *petits* mouvements du fluide au voisinage de l'équilibre. La pression est alors $p(x, t) = p_0 + p'(x, t)$, la masse volumique $\rho(x, t) = \rho_0 + \rho'(x, t)$ avec $\left|\dfrac{p'}{p_0}\right| \ll 1$ et $\left|\dfrac{\rho'}{\rho_0}\right| \ll 1$.

Dans chacune des hypothèses « T » ou « S », montrer que, moyennant des approximations justifiables, les grandeurs v, p' et ρ' satisfont à l'équation des ondes à une dimension. On introduira les valeurs c_{0T} ou c_{0S} de c pour $p = p_0$, $\rho = \rho_0$. Exprimer la vitesse v d'un point du fluide soumis à une onde progressive de célérité c_0 en fonction de c_0, ρ' et ρ_0.

2.3.5. Calculer les vitesses de propagation du son c_{0T} et c_{0S} dans l'air, dans les conditions ordinaires de température et de pression. (On considérera l'air comme un gaz parfait de masse molaire M, avec $M = 29.10^{-3}$ kg.mol^{-1}.)

Comparer les valeurs trouvées à la valeur expérimentale $c_0 = 347$ m.s^{-1} et conclure.

2.3.6. Pour préciser les conditions thermodynamiques de la propagation des ondes acoustiques, on considère une onde plane, de longueur d'onde λ, se propageant dans le cylindre décrit en 2.3.2.

Soit alors une portion de fluide de longueur $\lambda/2$, comprise entre un maximum et un minimum de pression. On note $\Delta\theta$ la différence de température entre les extrémités de cette portion de fluide.

Estimer, approximativement, la quantité de chaleur traversant la section droite du cylindre pendant le temps mis par l'onde pour se propager sur $\lambda/2$.

Calculer, d'autre part, la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de cette portion de fluide de $\Delta\theta$.

Montrer alors que l'évolution est adiabatique si l'inégalité suivante est satisfaite :

$$\lambda \gg \frac{2.K.M}{\rho_0 . C_v . c_{0S}}$$

où les différentes grandeurs mises en jeu ont été précédemment définies :

— pour un gaz, en faisant porter la condition sur λ et l, libre parcours moyen, on conclura sur la validité de l'hypothèse adiabatique;

— pour un liquide (en généralisant le cas de l'eau, pour laquelle :

$\rho_0 = 10^3$ kg.m^{-3}, $\chi_S = 4{,}4.10^{-10}$ Pa^{-1}, $K = 0{,}6$ W.m^{-1} . K^{-1} et $\dfrac{C_v}{M} = 4{,}18.10^3$ J . kg^{-1}.K^{-1}).

on précisera de même la validité de cette hypothèse.

Le phénomène d'absorption généralement constaté peut-il être attribué à la conduction thermique?

Citer d'autres mécanismes pouvant expliquer ce phénomène d'absorption.

Agreg interne 2005 :

A. APPLICATIONS DES PRINCIPES DE LA THERMODYNAMIQUE

A. I. Étude des systèmes fermés

A.I.1. Principes et définitions

A.I. 1.1. Rappeler l'énoncé du premier principe de la thermodynamique, pour un système fermé évoluant entre deux états d'équilibre thermodynamique : on notera E l'énergie mécanique (d'origine cinétique et/ou potentielle) du système.

A.I. 1.2. Rappeler l'énoncé du deuxième principe de la thermodynamique, pour un système fermé évoluant entre deux états d'équilibre thermodynamique.

A.I.1.3. Rappeler la définition d'un gaz parfait. Donner l'expression des fonctions d'état énergie interne U, enthalpie H, entropie S(T,V) et S(T,P) de ce gaz (T : température thermodynamique, V volume molaire, P pression). On introduira pour cela les capacités thermiques appropriées, qui seront supposées constantes dans le domaine de température considéré.

A.I.2. Application : transformation isotherme d'un gaz parfait

On considère une mole de gaz parfait placé dans un cylindre vertical de section S et de grande hauteur, fermé par un piston horizontal mobile sans frottement. Le cylindre, aux parois diathermes, est plongé dans un thermostat de température uniforme et constante T_0. À l'état initial le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur, sa pression est notée P_0.

A.I.2.1. On ajoute alors très progressivement des masselottes sur le piston, jusqu'à ce que la masse finale déposée soit égale à M ; on fait alors l'hypothèse que la transformation subie par le gaz est réversible.

A.I.2.1.1. Déterminer la pression P_1 du gaz dans son état d'équilibre final.

A.I.2.1.2. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et le flux thermique Q reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de T_0, P_0 et P_1.

A.I.2.1.3. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter.

A.I.2.2. À partir du même état initial, on ajoute brutalement l'intégralité de la masse M ; on fait alors l'hypothèse que la pression extérieure exercée sur le piston varie suivant une fonction échelon (figure 1).

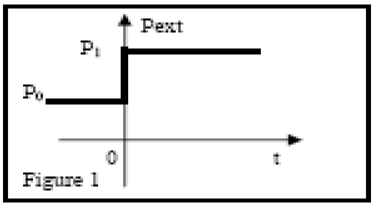


Figure 1

A.I.2.2.1. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et le flux thermique Q reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de T_0, P_0 et P_1.

A.1.2.2.2. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter : on pourra s'aider d'une représentation graphique faisant intervenir les fonctions $f(x) = \ln(x)$ et $g(x) = x-1$.