Examen Physique des Particules

durée : 1h30 — *Aucun document autorisé* — *Calculatrices autorisées*

Diffusion de hadrons. Ce problème propose d'étudier les caractéristiques de la diffusion électro-faible de certains hadrons.

Données numériques :

- facteur de "conversion" : $\hbar c = 197$ MeV.fm
- 1 barn (b) $= 10^{-24}$ cm^2
- masse des leptons chargés : $m_e = 511$ keV, $m_\mu = 105.7$ MeV, $m_\tau = 1.78$ GeV

Règles de Feynman de l'interaction électrofaible :

- Pour les lignes externes d'un graphe :
  - à chaque particule de spin $\frac{1}{2}$ entrante, on associe : $u(p, s)$
  - à chaque particule de spin $\frac{1}{2}$ sortante, on associe : $\bar{u}(p, s)$
  - à chaque anti-particule de spin $\frac{1}{2}$ entrante, on associe : $\bar{v}(p, s)$
  - à chaque anti-particule de spin $\frac{1}{2}$ sortante, on associe : $v(p, s)$
  - à chaque particule de spin nul entrante, on associe une constante N_a
  - à chaque particule de spin nul sortante, on associe une constante N_a
  - à chaque anti-particule de spin nul entrante, on associe une constante N_a
  - à chaque anti-particule de spin nul sortante, on associe une constante N_a
- Pour les lignes internes d'un graphe :
  - propagateur de photon : $\frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2}$
  - propagateur de fermion : $\frac{\gamma^\mu q_\mu + m}{q^2 - m^2}$
  - propagateur de boson massif : $-i\frac{g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m^2}}{q^2 - m^2}$
- Pour les vertex :
  - entre un photon et 2 fermions de même charge e : $-ie\gamma^\mu$
  - entre un photon et 2 bosons de même charge e et de quadri-impulsions p_a et p'_a : $-ie(p_a + p'_a)^\mu$
  - entre un boson intermédaire $W^\pm$ et 2 fermions : $-i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)$

Théorèmes de traces et propriétés des matrices gamma :

$$\mathrm{Tr}\left[1_{4\times4}\right] = 4$$
$$\mathrm{Tr}\left[\text{nbr impair de } \gamma\right] = 0$$
$$\mathrm{Tr}\left[\gamma^\mu\gamma^\nu\right] = 4\left(g^{\mu\nu}\right)$$
$$\mathrm{Tr}\left[\gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma^\beta\gamma^\nu\right] = 4\left(g^{\alpha\mu}g^{\beta\nu} - g^{\alpha\beta}g^{\mu\nu} + g^{\alpha\nu}g^{\beta\mu}\right)$$

$$\left\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\right\} = \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$$
$$\left(\gamma^0\right)^2 = 1 \text{ and } \left(\gamma^i\right)^2 = -1$$
$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0$$

Première partie : (5 points)

I-1- Définir les termes *hadron*, *méson*, *baryon*, *lepton*.

I-2- Les kaons sont des mésons contenant un quark étrange. Sachant que ce sont les mésons étranges les plus légers que l'on peut construire, donner leur composition probable dans un modèle de quarks.

I-3- Dans quel type de multiplet d'isospin peut-on les ranger?

I-4- Equilibrer les réactions suivantes (on choisira ou précisera la charge et distinguera le cas échéant les anti-particules des particules) :

- $\tau \longrightarrow e + \nu + \nu$
- $K^0 \longrightarrow \pi + e + \nu$
- $\tau \longrightarrow \pi + \pi + \nu$
- $\mu + e \longrightarrow \nu + \nu$

I-5- Proposer les graphes de Feynman décrivant les mécanismes dominants des réactions suivantes :

1. $\nu_e + e^- \longrightarrow \nu_e + e^-$
2. $e^+ + \mu^- \longrightarrow e^+ + \mu^-$

Seconde partie : diffusion électron-proton (6 points)

Préambule On considère la réaction de diffusion élastique électron (masse m)-proton (masse M). Les états des particules considérées sont caractérisés par leur quadrivecteur énergie-impulsion k, k', p et p' et par leur spin s, s', r et r' :

$$e^-(k,s) + p(p,r) \to e^-(k',s') + p(p',r')$$

$q \equiv k - k' = p' - p$ est la quadri-impulsion de transfert.

Des arguments d'invariance de Lorentz et de conservation du courant nous conduisent à écrire le tenseur protonique $P^{\mu\nu}$ qui intervient dans le calcul de l'amplitude invariante sous la forme :

$$P^{\mu\nu} = 4A(q^2)\left[p^\mu - \left(\frac{(p.q)}{q^2}\right)q^\mu\right]\left[p^\nu - \left(\frac{(p.q)}{q^2}\right)q^\nu\right] + 2M^2B(q^2)\left[-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right]$$

où les fonctions A et B ne dépendent que du carré du moment de transfert q.
On montre que la section efficace différentielle se met, après calcul, sous la forme suivante :

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{ns}\left(A(q^2) + B(q^2)\tan^2(\theta/2)\right)$$

θ représente l'angle de diffusion de l' électron par rapport à la direction incidente (le proton étant initialement considéré au repos). Le terme $\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{ns}$ représente la section efficace de diffusion sur un "proton" sans structure.

On définit également des fonctions alternatives appelées :

- fonction de charge de Dirac : $F_1(q^2)$
- fonction de moment magnétique anormal de Pauli : $F_2(q^2)$

Elles sont définies dans l'expression du "courant" protonique :

$$\langle p', s'|J^\mu|p, s\rangle = (+e)NN'\bar{u}(p', s')\left[\gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\kappa F_2(q^2)}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu\right]u(p, s)$$

avec : N, N' facteurs de normalisation des états, $F_1(0) = F_2(0) = 1$ et

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}i\left[\gamma^\mu, \gamma^\nu\right] = \frac{1}{2}i\left(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu\right)$$

II-1- Quel rôle jouent les fonctions $A(q^2)$ et $B(q^2)$? Comment appelle-t-on ces fonctions?

II-2- Vérifier que le tenseur $P^{\mu\nu}$ est transverse, c'est-à-dire qu'il vérifie :

$$q_\mu P^{\mu\nu} = q_\nu P^{\mu\nu} = 0$$

II-3- Que représentent les composantes de type espace du tenseur $\sigma^{\mu\nu}$?

II-4- Quelles valeurs de F_1 et κ redonnent le cas d'un "proton ponctuel"?

II-5- Pour donner une signification physique à ces facteurs de forme on utilise la "décomposition du courant de Gordon" :

$$\bar{u}(p', s')\gamma^\mu u(p, s) = \bar{u}(p', s')\left(\frac{(p + p')^\mu}{2M} + i\frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M}\right)u(p, s)$$

Démontrer cette égalité en considérant que $u(p, s)$ et $u(p', s')$ sont les spineurs du proton initial et du proton final respectivement.

II-6- En utilisant cette décomposition de Gordon, montrer l'existence, dans l'expression du courant protonique, de termes dépendant de F_1, F_2 et κ représentant :

- l'interaction avec une particule chargée sans spin ("interaction de charge"),
- l'interaction avec le moment magnétique de spin.

II-7- Justifier que le moment magnétique du proton vaut $\mu_p = 1 + \kappa$. Que représente le terme κ?

Troisième partie : diffusion pion-pion (9 points)

Dans cette partie on se propose de calculer la section efficace de diffusion

$$\pi^+(p_a) + \pi^-(p_b) \longrightarrow \pi^+(p_c) + \pi^-(p_d)$$

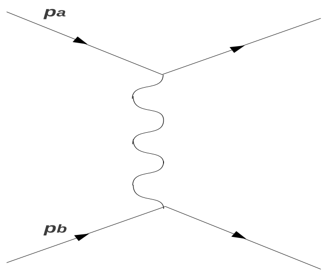
Les pions seront considérés fictivement comme des particules ponctuelles n'ayant que des interactions électromagnétiques.

III-1- Dans un premier temps, on étudie la réaction entre particules <u>indiscernables</u> suivante : $\pi^+(p_a) + \pi^+(p_b) \longrightarrow \pi^+(p_c) + \pi^+(p_d)$. Justifier que l'on considère deux diagrammes de Feynman, dits diagramme direct et croisé (voir Figure, page suivante).

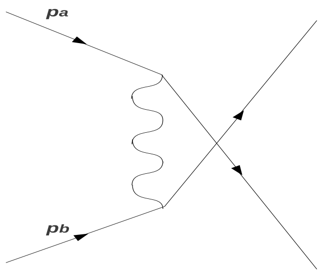
III-2- Compléter ces deux diagrammes de Feynman en indiquant clairement les paramètres physiques à considérer.

III-3- Proposer un graphe équivalent au diagramme croisé.

III-4- Exprimer l'amplitude invariante $T_{\pi^+\pi^+}(p_a, p_b; p_c, p_d)$ correspondant aux deux diagrammes direct et croisé en fonction des quadri-impulsions.



Direct



Croisé

III-5- En appliquant la prescription habituelle de Feynman pour les anti-particules, trouver une relation entre l'amplitude invariante $T_{\pi^+\pi^-}(p_a, p_b; p_c, p_d)$ du processus $\pi^+(p_a) + \pi^-(p_b) \longrightarrow \pi^+(p_c) + \pi^-(p_d)$ et l'amplitude invariante $T_{\pi^+\pi^+}(p_a, p_b; p_c, p_d)$ calculée à la question précédente.

III-6- Représenter les diagrammes correspondant au processus $\pi^+(p_a) + \pi^-(p_b) \longrightarrow \pi^+(p_c) + \pi^-(p_d)$ en s'appuyant sur le résultat précédent. On explicitera en détail sur les diagrammes toutes les règles de Feynman à considérer. Proposer une interprétation alternative du diagramme "croisé" dans ce cas.

III-7- Donner l'expression de $|T|^2$ en fonction des variables de Mandelstam $s = p_a + p_b$, $t = p_a - p_c$ et $u = p_a - p_d$.

III-8- Donner l'expression de $|T|^2$ à la limite ultra-relativiste, que l'on précisera. Quelle limite inférieure en énergie peut-on envisager pour que cette approximation soit valable?

III-9- Justifier que la section efficace différentielle (par unité d'angle solide) s'écrive dans le référentiel du centre de masse :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s}\overline{|T|^2}$$

En déduire l'expression de la section efficace totale.