

Introduction

L'œil est un extraordinaire appareil à former des images. La compréhension de son fonctionnement complexe a conduit à en donner une modélisation simplifiée, qui a servi elle-même comme base dans la réalisation d'appareils à stocker les images comme les appareils photographiques. Mais pour y parvenir, il fallait aussi connaître et modéliser les interactions de la lumière avec la matière, tant dans les sources de lumière que dans les milieux où la lumière se propageait, ou encore dans les capteurs chargés de la mettre en évidence, et décrire son parcours dans les milieux.

Plan du chapitre 3**A. Les mots-clés****B. Les sources de lumière**

1. Spectroscopie - Spectroscope	x
2. Caractères des sources au travers de leur spectre	x
3. Spectrométrie - Spectromètre	x
4. Généralités sur les spectres d'émission, en lien avec les sources	x
5. Source ponctuelle monochromatique	x

C. Indice d'un milieu transparent

1. Propagation dans le vide.....	x
2. Milieu matériel ou MHTI.....	x
3. Vitesse de l'onde électromagnétique (ou lumineuse) dans le milieu matériel	x

D. Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux**E. Les principes de l'optique géométrique****F. Lois de Snell-Descartes (1621-1637)**

1. Réflexion et transmission.....	x
2. Lois de la réflexion dioptrique et métallique.....	x
3. Lois de la réfraction	x

G. Angle de réfraction limite - Réflexion totale

1. Angle de réfraction limite en un point d'incidence.....	x
2. Réflexion totale en un point d'incidence	x

H. Loi de Képler (1611)**I. Interprétation de la loi de la réfraction à l'aide du modèle ondulatoire****J. Formation des images****K. Le miroir plan: un système rigoureusement stigmatique et aplanétique**

1. Image dans un miroir plan.....	x
2. Réalité et virtualité dans le cas du miroir plan	x
3. Construction d'une image.....	x
4. Relation de conjugaison - Grandissement transversal	x

L. Aplanétisme des systèmes centrés

1. Le stigmatisme approché.....	x
2. Les conditions de Gauss	x

M. Les lentilles minces

1. Lentilles sphériques.....	x
2. Lentilles sphériques minces.....	x
3. Propriétés des lentilles minces, dans les conditions de Gauss	x
4. Construction de l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique	x
5. Relations de conjugaison et grandissement transversal.....	x
6. Relation $D \geq 4f'$	x
7. Associations de lentilles minces.....	x

N. L'œil

1. Description de l'œil.....	x
2. Le modèle de l'œil réduit	x
3. L'accommodation	x
4. Le pouvoir séparateur de l'œil.....	x

Méthodes

.....	x
-------	---

Exercices	x
-----------------	---

A. Les mots-clés

L'observation courante nous montre que la lumière est émise par la matière, ce que l'on appelle des **sources** (filament de l'ampoule électrique, gaz chauffé dans les flammes ou excité dans les tubes de type néon...), qu'elle se **propage** à travers un ou des milieux (air, eau, verre...) jusqu'aux **récepteurs** (œil, plaque photographique, cellule CCD dans les caméras ou appareils de photographie numériques...) où elle se manifeste par son action. En optique, il est fréquent que l'on place sur le chemin de la lumière un ou plusieurs **systèmes optiques** (lentille, miroir, lame semi-transparente...) pour donner de l'**objet** une **image** valorisée (image donnée par une loupe, une lunette astronomique...).

Ce chapitre se donne pour but de passer en revue cette chaîne optique qui conduit à la formation des images dans l'approximation de l'**optique géométrique**, avec pour base les **miroirs plans** et **lentilles** comme systèmes optiques.

B. Les sources de lumière

B.1. Spectroscopie – Spectroscopie

Pour analyser et connaître une source de lumière, il faut réaliser son spectre. Un bon exemple de spectre est l'arc-en-ciel où la lumière blanche du soleil se disperse dans les gouttelettes d'eau des nuages en ses différentes composantes colorées, du violet au rouge, de **manière continue**.

1. On utilise habituellement le mot « dispersion », sans rappeler qu'il porte sur la couleur en ajoutant le mot « chromatique ».

L'image de la composition en couleurs d'une lumière constitue un spectre de cette lumière. La dispersion chromatique¹ de la lumière blanche fournit son spectre.

L'obtention d'un spectre nécessite la présence d'un milieu dispersif agissant par **réfraction** ou **diffraction** de la lumière et l'appareil qui permet de **voir** le spectre est le **spectroscopie**. Au laboratoire on trouve des spectroscopes à réfraction utilisant le prisme et des spectroscopes à diffraction utilisant un réseau.

Conformément au programme nous nous limitons au spectroscopie à réseau dont le principe de fonctionnement est donné en [figure 1](#).

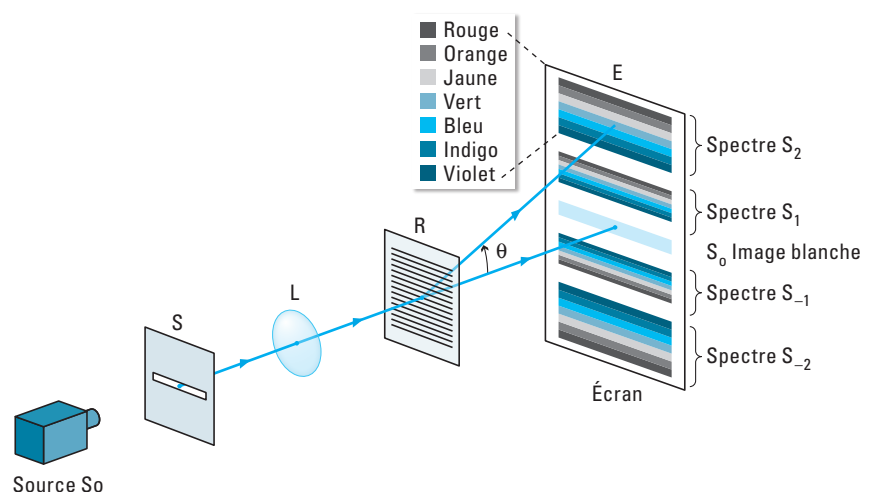


Fig. 1. Principe d'un spectroscopie à réseau².

2. Lors de la réflexion de la lumière sur un cd, les pistes gravées sur le cd agissent comme un réseau, et décomposent la lumière incidente.

Une source de lumière blanche S_0 éclaire une fente source S que la lentille L transforme en faisceau de lumière parallèle qui rencontre le réseau, surface transparente dans laquelle sont gravés des traits opaques parallèles entre eux

3. Conformément à la partie diffraction et interférence, on montre que pour un réseau de paramètre a , l'angle θ sous lequel on voit une certaine couleur, dans un ordre m donné, est $\sin(\theta) = m \frac{\lambda}{a}$, où λ est la longueur d'onde associée à la couleur considérée. Dans cette direction il y a interférence constructive des ondes diffractées par les fentes du réseau. L'ordre du spectre est m .

et séparés par la distance a , de l'ordre de quelques micromètres. Ce réseau agit par diffraction et interférences sur la lumière qu'il reçoit. On observe sur l'écran une frange centrale blanche, montrant que dans cette direction il n'y a pas de dispersion, et des spectres colorés, repérés par leur ordre m^3 ($-2 ; -1 ; 1 ; 2 ; \dots$), de part et d'autre de cette frange centrale. Dans un ordre donné le rouge est plus dévié que le bleu.

L'interprétation de cette expérience de dispersion par le réseau relève du modèle de l'optique ondulatoire.

B.2. Caractères des sources au travers de leur spectre

En utilisant un spectroscopie on peut former les spectres de différentes sources et ainsi caractériser ces sources.

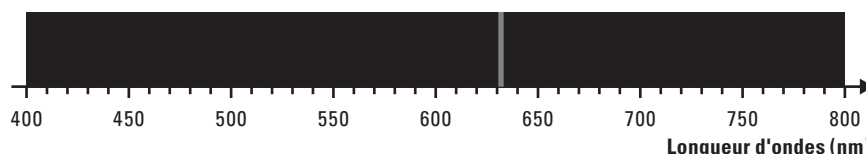


Fig. 2. Spectre de la lumière « rouge-orangée » émise par le laser utilisé au laboratoire.

Observation : le spectre de la lumière du laser (figure 2) présente une seule bande lumineuse fine qui ne peut pas être décomposée par un spectroscopie. Cette bande est appelée raie. La lumière émise par le laser est dite **monochromatique** (une seule couleur).

Définition 1

On appelle lumière monochromatique une lumière qui ne peut être décomposée par un prisme ou un réseau ; son spectre ne comprend qu'une seule **raie** de couleur. Une lumière monochromatique, appelée **radiation**, est caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide, notée λ , mesurée en mètres.

Ainsi, le spectre de la lumière du laser nous montre que cette lumière est monochromatique, de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 632,8 \text{ m}$.

Ces notions permettent de donner une représentation en couleur et en longueur d'onde du spectre de la lumière vue par l'œil, appelé spectre visible (figure 3)⁴, toute petite partie des ondes électromagnétiques qui s'étendent du domaine des rayons X ($\lambda = 10^{-14} \text{ m}$) aux ondes hertziennes ($\lambda = 10^4 \text{ m}$).

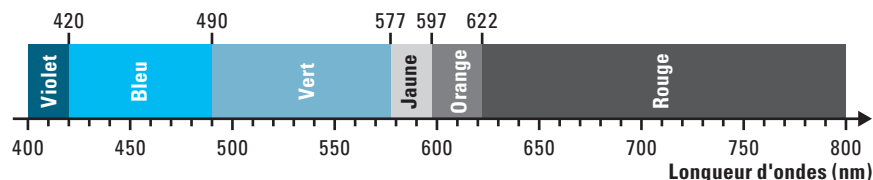


Fig. 3. Les différents domaines de couleur du visible et leur relation avec les longueurs d'ondes.

Intéressons nous maintenant aux spectres d'autres sources (figures 4 et 5).

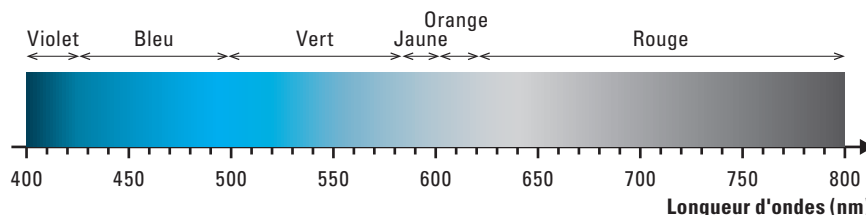


Fig. 4. Spectre de la lumière d'une lampe de bureau, issue d'un filament porté à l'incandescence.

4. La décomposition des domaines de couleur selon Newton en rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo et violet est conventionnelle, car on ne passe pas de manière discontinue d'une couleur à une autre. C'est une simple référence, le choix du nombre « sept » étant lié à sa volonté d'aligner cette description sur celle de la gamme musicale à sept notes.

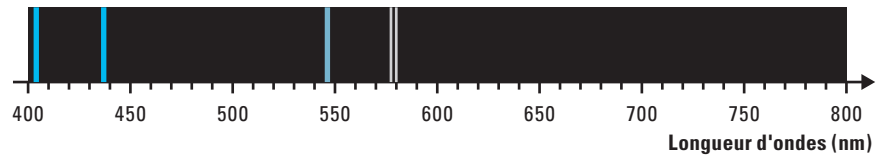


Fig.5. Spectre de la lumière émise par la vapeur de mercure (lampe à décharge)⁵.

5. Les lampes à décharge ou lampes spectrales sont remplies d'un gaz soumis à des arcs électriques. Les électrons émis par les électrodes, ainsi que ceux du gaz, sont accélérés par le champ électrique de la haute tension et percutent les atomes du gaz qui changent alors de niveau d'énergie. Ces atomes se désexcitent ensuite en émettant de la lumière caractéristique du gaz, pour former un spectre de raies.

Observation : les spectres de la lumière issue de la lampe de bureau et de la vapeur de mercure sont composés de plusieurs lumières colorées monochromatiques.

Ces sources de lumière sont dites polychromatiques.

Définition 2

Une lumière polychromatique est composée de plusieurs lumières monochromatiques superposées. Son spectre est formé de plusieurs raies.

Observations : les raies du spectre du mercure sont séparées. Les longueurs d'onde ont des valeurs discrètes. On dit que le spectre est **discontinu**.

Le spectre de la lumière de la lampe de bureau est formé de raies réparties de manière continue sur un large intervalle. On dit que le spectre est **continu**.

Définition 3

Un spectre est discontinu lorsque les raies qui résultent de l'analyse spectrale sont fines et bien séparées les unes des autres. Les longueurs d'onde correspondantes ont des valeurs discrètes. Lorsque les raies sont jointives sur un large intervalle de longueur d'onde, le spectre est dit continu.

Ainsi le spectre de la lumière de la lampe à vapeur de mercure nous montre que cette lumière est polychromatique discontinue (spectre de raies), formée de quatre raies (principales) monochromatiques de longueurs d'ondes 579 nm (doublet jaune), 546 nm (vert), 435 nm (indigo), 404 nm (violet). Le spectre de la lumière de la lampe de bureau est continu, l'intensité principale d'émission se situant entre 520 nm et 720 nm (les couleurs des radiations sont mises dans cet intervalle).

B.3. Spectrométrie – Spectromètre

6. Le spectre solaire est appelé spectre de Fraunhofer, qui fut le premier (1811) à étudier précisément la première analyse de la lumière solaire faite par Wollaston.

Réalisons le spectre de la lumière du Soleil⁶ (figure 6).

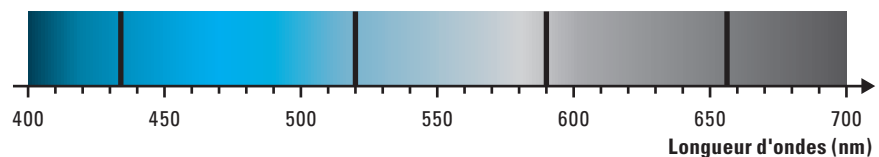


Fig. 6. Spectre de la lumière du Soleil.

7. On peut seulement mesurer l'intensité correspondant à un domaine limité autour d'une certaine longueur d'onde. En effet, la notion de raie spectrale de longueur d'onde unique est invalidée par le principe d'Heisenberg en mécanique quantique. Toute raie, même hyperfine, a une certaine largeur dans le domaine des longueurs d'onde.

Nous venons de voir que les radiations peuvent être plus ou moins intenses, ce qui est un autre caractère des sources. Par exemple, la lampe de bureau a une lumière plutôt rouge, en comparaison de la lumière blanche du Soleil. En effet, son spectre comporte moins de radiations bleues, et les radiations bleues présentes semblent moins intenses.

Pour obtenir la répartition de l'intensité des raies en fonction de la longueur d'onde on utilise un **spectromètre**, de même principe que le spectroscopie, mais qui mesure l'intensité des raies⁷ au lieu de seulement les montrer.

Définition 4

Un spectromètre est un appareil qui donne le spectre en intensité lumineuse de la source en fonction de la longueur d'onde.

Pour la lumière de la lampe de bureau, à incandescence, on obtient le spectre en intensité de la [figure 7](#) et pour la lumière du Soleil celui de la [figure 8](#).

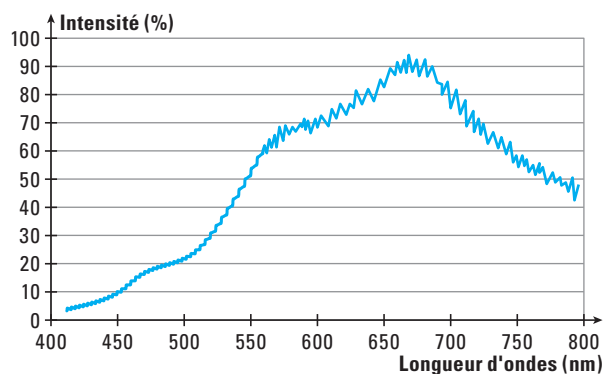


Fig.7. Spectre en intensité pour la lumière de la lampe de bureau.

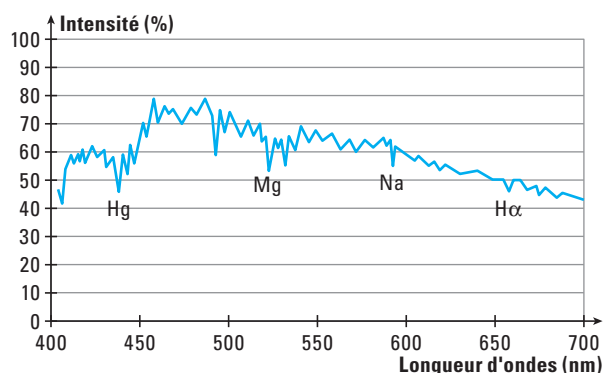


Fig. 8. Spectre en intensité pour la lumière du Soleil⁸.

8. On peut s'étonner que l'intensité représentée en ordonnée soit ici une proportion. Il s'agit d'une proportion en intensité d'une source de référence considérée comme un corps noir, et qui sert de référence interne lors du calibrage du spectromètre pour corriger les défauts introduits par la chaîne optique du spectromètre (sensibilité du capteur, dimension de la fente diffractante en entrée, propagation dans la fibre optique...).

Observation : les spectres en intensité confirment l'impression physiologique de dominante rouge associée à la lumière de la lampe de bureau : l'intensité des radiations bleues est faible comparée à celles émises dans le rouge. Le spectre du Soleil est lui équilibré en composition de radiations rouge, vertes et bleues. Cette lumière stimule de manière égale les cônes récepteurs rouges (R), verts (V) et bleus (B) de la rétine ([figure 9](#)) qui perçoit la lumière comme blanche, comme le prévoit la synthèse additive des couleurs.

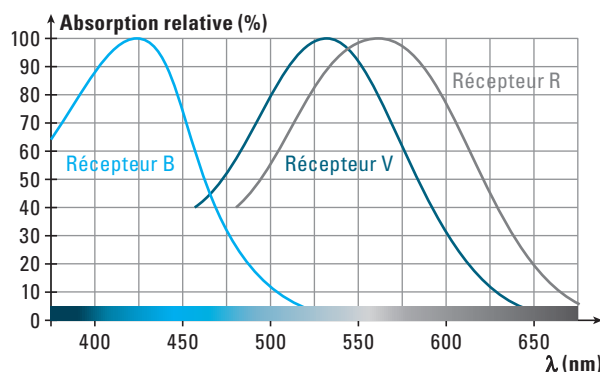


Fig. 9. Courbe R, V et B d'absorption des cônes récepteurs des couleurs.

B.4. Généralités sur les spectres d'émission ou d'absorption en lien avec les sources

Un **spectre continu** signe généralement une **source thermique** dans laquelle un matériau dense est porté à haute température (filament de tungstène dans les lampes à incandescence, hydrogène dans les couches externes du Soleil...). Les spectres thermiques dépendent peu de la nature du matériau chauffé mais surtout de sa température, liée à l'agitation des atomes qui se comportent alors comme des dipôles oscillant harmoniquement et rayonnant de l'énergie. Ces spectres continus d'origine thermique correspondent quasiment à celui du corps noir⁹. L'énergie des oscillateurs est proportionnelle au quantum $E = h\nu$ ¹⁰ mais le nombre d'oscillateurs est tel que leur énergie forme un quasi-continuum. Les raies d'émission ont alors des fréquences trop voisines pour être distinguées.

Quand la température augmente, la couleur dominante de la source évolue du rouge vers le bleu. La lumière blanche est celle d'une source thermique à la température de 6 000 K.

Un **spectre de raies** signe généralement une **source à niveaux quantifiés distincts**¹¹, la plupart du temps atomique, où un élément chimique, le plus souvent un gaz monoatomique, est excité par échange d'énergie avec le milieu, et se désexcite selon la quantification des niveaux d'énergie. C'est le cas des « lampes spectrales » du laboratoire (à vapeur de mercure, de sodium, de cadmium, néon, hélium...). Un spectre de raies dépend très peu de la température et permet une analyse de la composition de la source (astronomie, chimie au laboratoire). Le **laser**¹² se distingue des autres sources de ce type par son mode d'émission. Si pour les autres sources l'émission est spontanée, incohérente et non dirigée, celle du laser est stimulée, cohérente, dirigée et quasi-monochromatique, d'éclairement comparable à celui du rayonnement solaire.

Dans les **spectres d'absorption**, une substance éclairée absorbe les radiations qu'elle est capable d'émettre. Les raies de l'élément absorbant apparaissent noires sur fond de spectre de la lumière qui éclaire la substance. Dans le cas de substances moléculaires (NO_{2g} par exemple) on peut observer la présence de bandes noires (et non plus de raies) d'absorption. Ceci est dû à ce que la molécule peut non seulement vibrer mais aussi tourner sur elle-même. Les niveaux d'énergie atteints, somme des énergies de vibration et de rotation sont extrêmement nombreux, rapprochés en énergie et forment là aussi un quasi-continuum. Le nombre de transitions quantifiées devient très important. Les raies d'absorption ont alors des fréquences trop voisines pour être distinguées.

Ainsi, dans le spectre de la lumière solaire, autant en spectroscopie (figure 6) qu'en spectrométrie (figure 8), on distingue des bandes d'absorption qui sont des raies noires sur le fond continu (figure 6) et des creux du spectre en intensité (figure 9), avec correspondances des longueurs d'onde dans les deux spectres. La lumière issue du Soleil rencontre des éléments chimiques du Soleil capables d'absorber certaines radiations, qui se trouvent ainsi manquantes dans le spectre. Ces manques sont caractéristiques d'éléments qui donneraient le même spectre d'émission que celui observé en absorption. Dans les figures 6 et 8 on met ainsi en évidence des constituants du Soleil avec une raie d'absorption double à 589 nm caractéristique de l'élément sodium, un triplet caractéristique de l'élément magnésium à 516 nm, 517 nm, 518 nm, et les raies H_α à 656 nm et H_β à 434 nm caractéristiques de l'élément hydrogène.

9. Un corps noir est un corps idéal dont le spectre ne dépend que de la température. Il absorbe toute la lumière qui lui arrive et ne la réfléchit pas. Il émet un rayonnement thermique qui s'accompagne d'un maximum d'intensité pour une certaine longueur d'onde λ_{max} donnée par loi de Wien $\lambda_{\text{max}} T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ K.m}$ où T est la température du corps, en kelvin. La puissance totale rayonnée est proportionnelle à T^4 .

10. C'est l'interprétation des spectres continus qui a permis à Planck d'affirmer qu'une radiation monochromatique de fréquence ν transporte de l'énergie par grains, dont le nombre dépend de l'intensité de la source, chaque grain transportant la même énergie élémentaire indivisible (ou quantum d'énergie) $E = h\nu$. Ainsi, ce qui différencie deux radiations monochromatiques, c'est la valeur du quantum d'énergie. Dans cette interprétation, c'est le **modèle corpusculaire** de la lumière (photon) qui est utilisé.

11. Distincts, à notre échelle. L'émission et aussi l'absorption sont liées à la quantification des niveaux d'énergie de l'atome selon la relation quantique :

$$E_p - E_n = h\nu_{pn} = h \frac{c}{\lambda_{pn}}$$

Dans cette interprétation on lie le modèle corpusculaire de la lumière ($h\nu_{pn}$) au modèle ondulatoire $h \frac{c}{\lambda_{pn}}$ par la présence de λ_{pn} .

12. Laser est l'acronyme de Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation.

B.5. Source ponctuelle monochromatique

Définition 5

Une source est dite ponctuelle si ses dimensions sont très petites, comparées à la distance entre la source et le récepteur.

C'est donc la distance d'observation qui sert de référence.

Une étoile, autre que le Soleil, vue de la Terre, est un exemple de source ponctuelle, de même qu'un grain de sable observé dans la main.

Par contre, le Soleil vu de la Terre est une source étendue que l'on étudie en la considérant formée de sources ponctuelles.

Définition 6

Une source est monochromatique si elle émet une seule radiation, ou de manière équivalente, une lumière de longueur d'onde précise, d'une seule fréquence.

Une source est ponctuelle monochromatique si elle cumule les deux qualités définies précédemment¹³.

13. Chacune de ces modélisations, ponctuelle, monochromatique, est du domaine de l'idéalité mais demeure extrêmement utiles pour simplifier l'étude des phénomènes physiques lumineux.

C. Indice d'un milieu transparent

C.1. Propagation dans le vide

Propriété 1

Si une radiation électromagnétique monochromatique de fréquence ν , de période T , se propage dans le vide (absence de milieu matériel), la vitesse c de l'onde électromagnétique dans le vide est **indépendante de la fréquence** de l'onde, **indépendante du référentiel galiléen** d'étude, et **fixée exactement** à la valeur $c = 299\,792\,458$ m/s. C'est une constante fondamentale¹⁴.

14. La question de la valeur de la vitesse de la lumière a été réglée en 1983 quand le Système International d'unités a donné la définition du mètre suivante : le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ seconde.

C.2. Milieu matériel ou MHTI

Définition 7

Le milieu matériel où se propage la lumière est supposé :

- **homogène**

Un milieu est **homogène** si ses propriétés physiques sont les mêmes en tout point du milieu.

- **transparent**

Un milieu transparent est un milieu non absorbant.

L'onde peut en effet subir une absorption dans le milieu¹⁵.

- **isotrope**

Un milieu est **isotrope** si ses propriétés en un point ne dépendent pas de la direction considérée en ce point¹⁶.

15. Voir les courbes d'absorbance en chimie et le paragraphe sur les spectres d'absorption.

16. Une propriété doit être ajoutée, qui est toujours supposée : le milieu est **linéaire**. Si la perturbation imposée au milieu par l'onde est petite, la célérité v de l'onde ne dépend pas de la valeur de la perturbation ou de la forme du signal ; le milieu est alors dit linéaire.

Un milieu linéaire, homogène, transparent et isotrope est désigné par l'abréviation MLHTI, ou plus simplement MHTI.

C.3. Vitesse de l'onde électromagnétique (lumineuse) dans le milieu matériel

17. Foucault avait montré précédemment que la vitesse de la lumière dans l'eau, était plus petite que dans l'air, un autre MHTI.

Michelson montra que la vitesse de la lumière dans l'eau, un MHTI, est plus petite que la vitesse de la lumière dans le vide¹⁷.

Propriété 2

Lorsque la lumière se propage dans un MHTI, sa vitesse est changée par rapport au vide; ce changement dépend du milieu et de la fréquence de l'onde.

On définit les propriétés optiques du milieu par son **indice de réfraction absolu** noté n .

Définition 8

On appelle indice de réfraction absolu n d'un milieu MHTI le rapport de la célérité c d'une onde lumineuse monochromatique dans le vide à sa célérité v dans le milieu considéré. On a donc: $n = \frac{c}{v}$ avec $n \geq 1$ puisque $c \geq v$.

Relation entre les longueurs d'onde dans le vide et dans un milieu matériel.

On a pour le vide: $\lambda = cT = \frac{c}{v}$ et pour le milieu $\lambda_{\text{milieu}} = vT = \frac{v}{v}$, en notant λ la longueur d'onde dans le vide.

La fréquence étant la même dans les deux milieux, on a $v = \frac{c}{\lambda} = \frac{v}{\lambda_{\text{milieu}}}$ soit

Résultat 1

$$\lambda = \frac{c}{v} \lambda_{\text{milieu}} = \frac{c \lambda_{\text{milieu}}}{v} = n \lambda_{\text{milieu}}$$

Comme $n \geq 1$, alors $\lambda \geq \lambda_{\text{milieu}}$. Un milieu matériel comprime donc les longueurs d'onde.

On convient de toujours donner les longueurs d'onde dans le vide. Si on veut connaître la longueur d'onde dans le milieu, il faut diviser la donnée par l'indice n (figure 10).

	Milieu	Indice
Solides	Verre de type flint	1,620
	Verre de type crown	1,516
	Quartz fondu	1,4584
	Diamant	2,4173
	Chlorure de sodium	1,5442
	Glace	1,309
	Verre à lunette	de 1,5 à 1,9
	Plexiglass	1,492
	Verre organique	de 1,5 à 1,7
Liquides	Eau à 20 °C	1,3330
	Éthanol	1,359
	Disulfure de carbone	1,6277
Gaz	Air sec	1,000293
	Dioxyde de carbone	1,000448
	Eau	1,000249

Fig.10. Indices de différentes substances pour la radiation jaune du sodium.

Notons que les gaz constituant l'air sont très faiblement dispersifs. De plus les indices des trois gaz approchent la valeur 1 qui est celle du vide. L'air pourra donc servir de modèle pour le vide d'indice $n = 1$.

Notons aussi que l'indice optique dépend de la couleur comme le montre le tableau de la figure 11, et dépend donc de la longueur d'onde, et de la fréquence.

Définition 9

Un milieu transparent est dispersif si son indice optique dépend de la fréquence de l'onde.

On comprend alors pourquoi le prisme est un milieu dispersif susceptible de mettre en évidence le spectre d'une lumière.

Pour les verres de l'optique, dans le visible, Cauchy a établi la relation $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ où A et B sont des constantes positives. L'indice optique est d'autant plus faible que la longueur d'onde est grande (figure 11).

Indice	n_B	n_R
Couleur	bleue	rouge
Longueur d'onde	486,1 nm	656,3 nm
Vide	1	1
Air sec à 0 °C	1,000294	1,000291
Eau à 20 °C	1,3371	1,3311
Verre de type flint	1,674	1,654
Verre de type crown	1,521	1,513

Fig.11. Variation de l'indice avec la longueur d'onde

D. Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux

Il existe plusieurs modèles pour décrire la lumière : géométrique, ondulatoire, corpusculaire. Le premier qui s'est imposé est le modèle géométrique dénommé ainsi car la lumière, dans ce modèle, est supposée se propager en ligne droite dans les MHTI ; les constructions d'images à partir des objets sources relèvent de la simple géométrie. Le postulat fondamental de l'optique géométrique peut se formuler ainsi : **dans un MHTI, la lumière se propage en ligne droite.**

Définition 10

La droite support de la lumière, orientée dans le sens de la lumière, est appelée rayon lumineux.

Toute tentative pour isoler un rayon lumineux tel que défini se solde par un échec. Si l'on considère un faisceau cylindrique de lumière dans lequel les rayons lumineux sont tous parallèles entre eux et que l'on réduit la surface de ce faisceau en interposant une ouverture de diamètre réglable, un diaphragme, on n'arrive jamais à isoler le rayon lumineux de la définition. La diffraction intervient (voir chapitre n°??) et la tache lumineuse sur l'écran, au lieu de diminuer, augmente sous l'effet de la diffraction (aspect ondulatoire de la lumière).

18. Vérifions si la source laser du laboratoire vérifie ou pas l'approximation de l'optique géométrique. Le diamètre de sortie du faisceau de la source laser est de l'ordre de $d_c = 0,5 \text{ mm}$. Prenons le cas le plus défavorable pour notre calcul, celui de la longueur d'onde du visible la plus grande, celle de la lumière rouge, $\lambda = 800 \text{ nm}$.

On obtient $\frac{d_c}{\lambda} \approx 600$, ce rapport vérifiant bien $\frac{d_c}{\lambda} \gg 1$ il est donc

possible d'utiliser le modèle ondulatoire de la lumière et la notion de rayon lumineux. Le faisceau cylindrique du laser (fig. 12) peut donc être vu comme un faisceau de rayons parallèles, on dira plus simplement une « lumière parallèle ».

La limite de la notion de rayon lumineux est fixée par la diffraction.

Or, il a été vu au chapitre ?? que la diffraction ne se manifeste pas si la longueur d'onde λ de la lumière est petite devant les dimensions caractéristiques d_c du système que rencontre la lumière.

Définition 11

On peut utiliser le modèle de l'optique géométrique, et donc le rayon lumineux, si $\lambda \ll d_c$ ou $\frac{d_c}{\lambda} \gg 1$.¹⁸

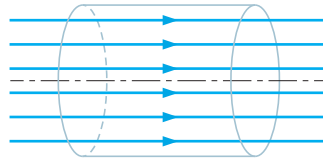


Fig. 12. Faisceau cylindrique de lumière. Si le faisceau est éteint il porte le nom de pinceau lumineux.

E. Les principes de l'optique géométrique

Propriété 3

Principe d'indépendance des rayons lumineux

Lorsque deux rayons lumineux se rencontrent, ils n'interagissent pas : un rayon lumineux ne peut être dévié par un autre rayon lumineux.

Propriété 4

Principe de propagation rectiligne de la lumière

Dans un milieu transparent et homogène la lumière se propage en ligne droite.

Propriété 5

Principe du retour inverse de la lumière

Dans un milieu transparent, isotrope, homogène ou non homogène, le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur un même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points (figures 13a et 13b).

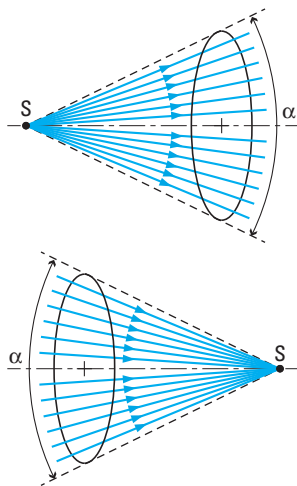


Fig. 13a et 13b. La notion de source ponctuelle S conduit à la notion de faisceau conique divergent d'angle au sommet α et par retour inverse à la possibilité de création d'une source S ponctuelle par un faisceau conique convergent comme en figure 13.

Conséquence :

Propriété 6

Principe des moindres temps (ou principe de Fermat (1657))

La lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours soit localement minimale¹⁹.

Dans le cas de la propagation dans un milieu homogène d'indice n , pour un parcours de longueur L d'un point A à un point B, la durée de parcours est $\Delta t = \frac{L}{v}$. Suivant le principe des moindres temps, Δt est minimale si L est minimal. Or, le parcours minimal est la ligne droite²⁰. On a donc $L = d(AB) = AB$ et $\Delta t = \frac{AB}{v}$. Comme $v = \frac{c}{n}$, alors $\Delta t = \frac{nAB}{c}$.

19. « Localement » signifie ici « pour un petit morceau de trajectoire ». Ceci permet de traiter le cas de la propagation dans des milieux inhomogènes où l'indice varie (passage d'un volume local où l'indice est n_1 au milieu local voisin où l'indice est n_2).

20. Nous retrouvons ici le principe de propagation rectiligne. À noter que le principe de Fermat, basé sur un principe philosophique « La nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus simples » est un principe puissant de la physique. Sous l'action de Maupertuis et Lagrange, il deviendra le principe de moindre action qui, repris par de Broglie, conduira à la dualité onde corpuscule traduite par l'équation de Schrödinger base de la mécanique quantique.

21. Snell en 1621 puis Descartes en 1637 trouvent expérimentalement les lois de la réfraction de la lumière dans les milieux matériels.

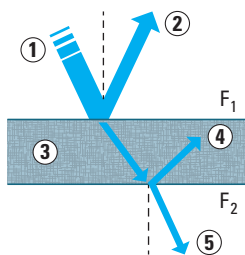


Fig. 14. Réflexion et transmission du son à la rencontre d'une cloison.

Type d'onde :

① incidente sur la frontière F1 ;
② réfléchie sur F1 ; ③ transmise par F1 ; ④ réfléchie par la frontière F2 ; ⑤ transmise par F2.

F. Lois de Snell-Descartes (1621-1637)²¹

F.1. Réflexion et transmission

Les lois de Snell-Descartes régissent la réflexion et la transmission de la lumière lorsque celle-ci passe d'un milieu MHTI à un autre (passage de la lumière au travers d'une vitre par exemple).

Réflexion et transmission ne constituent pas des phénomènes particuliers à la lumière, mais communs aux ondes.

Une onde se propageant dans un milieu rencontre tôt ou tard un autre milieu qui forme une frontière. Sur la frontière, l'**onde incidente** donne naissance à (figure 14) :

- une onde renvoyée par la frontière, appelée **onde réfléchie** ; cette onde se propage donc dans le même milieu que l'onde incidente, mais elle s'éloigne de la frontière ;
- une onde qui traverse la frontière et se propage dans le deuxième milieu, appelée **onde transmise**, qui s'éloigne de la frontière.

Ce vocabulaire se traduit en termes de rayons associés à l'onde ; on parle donc de rayon incident, de rayon réfléchi, de rayon transmis (ou réfracté) par la frontière.

Cas de la lumière :

- le rayon transmis est appelé **rayon réfracté** ;
- la frontière est un **dioptre** ou un **miroir**.

Définition 12

On appelle **dioptre** la surface de séparation de deux milieux transparents, à travers laquelle la lumière peut se réfracter et se réfléchir.

Ce dioptre, généralement de forme quelconque, est le plus souvent de forme plane (comme les vitres) ou sphérique (comme les lentilles).

Définition 13

On appelle **miroir** une surface formée d'un dépôt métallique (couramment en argent ou en aluminium, opaque à la lumière) déposé sur un support qui n'est pas lui-même traversé par la lumière.

En figure 15 nous prenons comme exemple expérimental celui de la réflexion-réfraction d'un pinceau lumineux (figure 12) émis par une source S_0 (supposée monochromatique), se propageant dans l'air (milieu ① d'indice n_1) et rencontrant la surface d'un dioptre plan air-plexiglas appartenant à un demi-cylindre en plexiglass (milieu ② d'indice n_2).

Définition 14

On appelle :

I , le point d'incidence, point de contact du rayon incident avec le dioptre ;
 \vec{N} , la normale au dioptre, perpendiculaire menée à une petite surface dS de la surface du dioptre entourant le point I ;
 Π_i , le plan d'incidence, plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre au point d'incidence ;
 angle d'incidence i_1 , l'angle entre le rayon incident et la normale au dioptre.

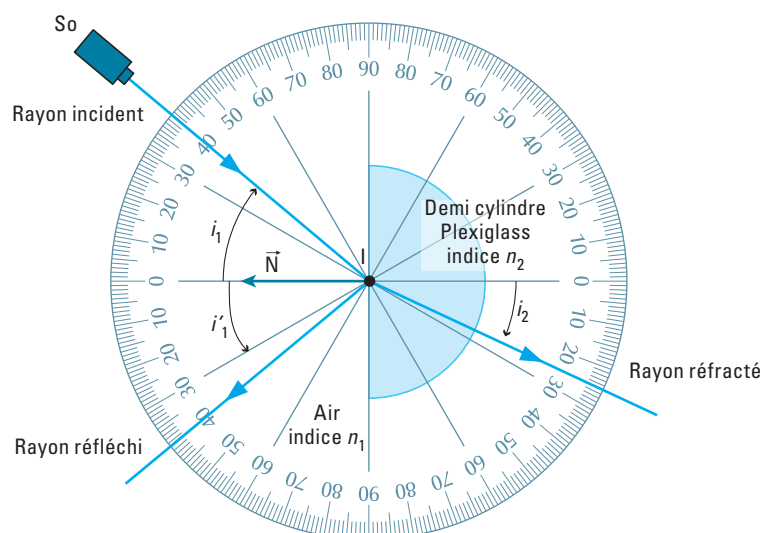


Fig. 15. Réflexion et réfraction d'un pinceau lumineux sur un demi-cylindre en plexiglass. Le rayon incident donne naissance à un rayon réfléchi et un rayon transmis. La surface du dioptré est ici un plan, orthogonal au plan de figure et passant par le point I.

F.2. Lois de la réflexion dioptrique et métallique

Première loi : le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence.

Deuxième loi : l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence $i'_1 = i_1$.

C'est bien ce que nous vérifions sur l'exemple de la [figure 15](#) : le plan d'incidence est le plan de la feuille et $i'_1 = 40^\circ = i_1$.

F.3. Lois de la réfraction

Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.

L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 vérifient la relation :

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ où n_1 et n_2 sont les indices optiques des milieux 1 et 2.

Calculons l'indice n_2 du plexiglass à partir de l'expérience évoquée en [figure 15](#).

$$n_2 = \frac{n_1 \sin i_1}{\sin i_2} \text{ soit } n_2 = \frac{1 \times \sin 40}{\sin 25} = 1,5, \text{ valeur conforme au tableau de la figure 10.}$$

Définition 15

Un milieu d'indice n_1 est dit **plus réfringent** qu'un milieu d'indice n_2 si $n_1 > n_2$.

Propriété 7

Lorsque la lumière passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent, dans le second milieu le rayon **se rapproche de la normale**²².

Propriété 8

La loi du retour inverse de la lumière permet de dire que lors du passage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, dans le second milieu le rayon **s'écarte de la normale**.

²² Les relations $n_2 > n_1$ et $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i'_2$, avec i_1 et i_2 toujours compris entre 0° et 90° , conduisent à $i_2 < i_1$.

G. Angle de réfraction limite Réflexion totale

G.1. Angle de réfraction limite en un point d'incidence

Ce cas correspond au passage d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2 avec $n_1 < n_2$ (cas du passage air-eau) ; le second milieu est plus réfringent que le premier.

23. Car $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ et que la fonction $x \mapsto \sin x$ est strictement croissante pour $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Si $n_2 > n_1$ alors $i_2 < i_1$ ²³.

Lorsque i_1 atteint la valeur maximale de 90° , i_2 atteint la valeur limite $i_{2\text{lim}}$ telle que : $n_1 \sin(90^\circ) = n_2 \sin(i_{2\text{lim}})$ soit encore : $\sin(i_{2\text{lim}}) = \frac{n_1}{n_2}$, que nous pouvons écrire :

Résultat 2

$$i_{2\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{n_1}{n_2} \right).$$

Exemple : cas du passage de la lumière de l'air dans le verre type crown :

24. Dans l'écriture $41,8^\circ$, il faut lire 41 degrés et 0,8 degré décimaux, ce qui se traduit par 41° et $0,8 \times 60 = 48$ minutes d'angle. On a donc : $41,8^\circ = 40^\circ 48'$.

$$i_{2\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{1}{1,50} \right) \approx 41,8^\circ \text{ soit environ } 42^\circ.$$

Il existe donc une zone de l'espace située dans le verre qui ne peut jamais être atteinte par la lumière arrivant en I. La région du verre qui peut être atteinte est limitée par un cône d'angle au sommet en I égal à :

$$i_{2\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \quad (\text{fig. 16})$$

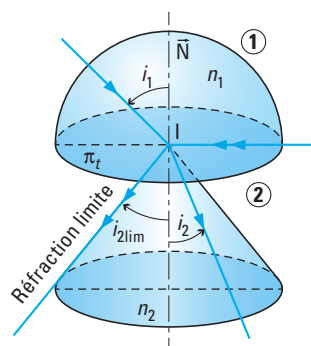


Fig. 16. Cône de réfraction en I.

25. L'angle $i_{1\text{lim}}$ est bien sûr celui que l'on a nommé $i_{2\text{lim}}$ dans l'étude précédente.

G.2. Réflexion totale en un point d'incidence

Ce cas correspond au passage d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2 , avec $n_1 > n_2$ (cas du passage eau-air). Plutôt que de refaire toute l'étude, utilisons le principe du retour inverse de la lumière. Cela revient, dans le cas du paragraphe G.1. et de la figure 16 à inverser le sens de la lumière et à permuter les indices 1 et 2.

Tous les rayons incidents situés à l'intérieur du cône de réfraction en I (fig. 16) sont réfractés dans le second milieu.

Lorsque $i_1 = i_{1\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$ ²⁵ on a : $i_2 = 90^\circ$. L'angle i_2 est à son maximum.

Cependant, dans le nouveau milieu ① (ex milieu 2) nous pouvons avoir des angles d'incidence plus grands que la valeur de $i_{1\text{lim}}$ (en dehors du cône défini en G.1.). Qu'arrive-t-il à ces rayons ?

S'ils sont transmis, ils doivent vérifier la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \text{ soit aussi } \sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1.$$

Supposons que $i_1 > i_{1\text{lim}}$ ce qui donne aussi $\sin i_1 > \sin i_{1\text{lim}}$ et donc :

$$\sin i_2 > \frac{n_1}{n_2} \sin(i_{1\text{lim}}).$$

Comme $\sin(i_{1\text{lim}}) = \sin \left[\text{Arc sin} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \right] = \frac{n_2}{n_1}$ nous avons $\sin i_2 > \frac{n_1}{n_2} \times \frac{n_2}{n_1}$;

c'est-à-dire $\sin i_2 > 1$, ce qui est impossible.

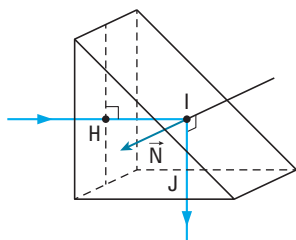


Fig. 17. Prisme en verre crown: l'angle limite de réfraction est égal à 42° .

Comme en I l'angle d'incidence vaut 45° , il y a donc réflexion totale en I. Ceci permet de changer la direction de parcours de la lumière, comme dans les jumelles où ce type de prisme est utilisé. Par réflexion totale on peut donc guider la lumière (par fibre optique comme en endoscopie, en télécommunications).

26. Dans le cas des angles grands, Képler n'a pas fait le lien avec la fonction sinus (pourtant connue à l'époque). L'écart entre la valeur exacte de la fonction $\sin i$ et son approximation à i (**mesuré en radian**) est d'environ 0,5 % pour un angle de 10° et de 1 % pour un angle de 15° . On convient qu'un « angle petit » est inférieur ou égal à 10° .

27. Loi intéressante, notamment pour les milieux où se propagent des ondes sans que l'indice n soit physiquement défini par manque de vitesse de référence (au contraire de l'indice optique défini par rapport à c), comme dans le cas des ondes de gravité à la surface de l'eau de la cuve à ondes.

28. Comme image, associons à la figure 18a une chaîne de personnes se tenant par la main et marchant sur le sable à la même vitesse; la partie de la chaîne entrée dans l'eau changerait de direction car la vitesse de déplacement dans l'eau est différente de celle sur le sable.

Ainsi, les rayons tels que $i_1 > i_{\text{lim}}$ ne peuvent être transmis dans le milieu ② dans le cas où $n_1 > n_2$.

Les rayons sont alors totalement réfléchis dans le milieu ① ; on dit qu'il y a **réflexion totale** (voir une application à la figure 17).

H. Loi de Képler (1611)

Si les angles d'incidence et de réfraction sont petits, le rapport des angles d'incidence et de réfraction est constant pour un changement de milieu donné, ce qui s'écrit :

Résultat 3

$$\frac{i_2}{i_1} = \text{cte} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Cette loi, découverte par Képler, n'est vraie que pour les petits angles d'incidence ou de réfraction, ceux pour lesquels $\sin i_1 \approx i_1$ et $\sin i_2 \approx i_2$ ²⁶.

I. Interprétation de la loi de la réfraction à l'aide du modèle ondulatoire

Modèle géométrique : la relation de Descartes $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ admet une formulation équivalente: comme $n_1 = \frac{c}{v_1}$ et $n_2 = \frac{c}{v_2}$ on a $\frac{\sin(i_1)}{v_1} = \frac{\sin(i_2)}{v_2}$ ²⁷.

Modèle ondulatoire : sur la figure 18a nous observons à la surface de la cuve à ondes **la réfraction** d'une onde de gravité rectiligne qui passe d'un milieu 1 à un milieu 2 en rencontrant une surface de séparation (un dioptré) rectiligne Σ qui crée une zone de forte hauteur d'eau dans le milieu 1 et une faible hauteur dans le milieu 2. On peut assimiler les lignes claires à des crêtes de vague. On donne en figure 18b une représentation graphique de la même situation. Il est important d'observer que la crête est transmise du milieu 1 au milieu 2 sans déformation : **elle garde son identité rectiligne**.

L'immobilisation stroboscopique des crêtes dans le milieu 1 et dans le milieu 2 nous montre que la fréquence (et la période) des ondes dans les deux milieux est la même. La distance de deux crêtes consécutives (donc la longueur d'onde) dans le milieu 2 étant plus faible que dans le milieu 1, la vitesse y est plus faible : $v_2 < v_1$ puisque $\lambda = cT$. Une même crête constitue une surface **équiphase**, au sens de la propagation unidimensionnelle rencontrée dans les chapitres précédents, appelée « **surface d'onde** » en physique des ondes. Une même onde rectiligne subit un changement de direction lorsque l'onde aborde le dioptré, en raison des vitesses de propagation différentes dans les deux milieux ²⁸.

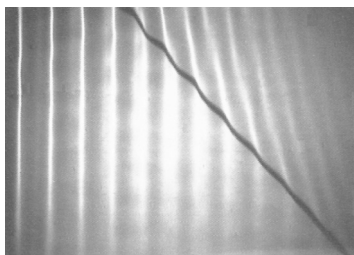


Fig. 18a

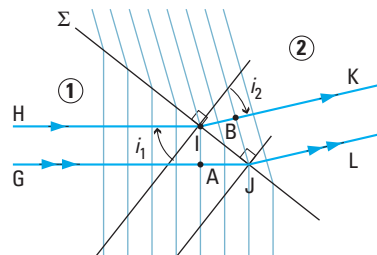


Fig. 18b

Fig. 18. Ondes de gravité sur la cuve à ondes : interprétation ondulatoire de la loi de Descartes.

Le théorème de Malus affirme que les rayons sont normaux aux surfaces d'onde, ce qui permet de tracer les rayons HIK et GJL associés aux ondes rectilignes, ainsi que les angles i_1 et i_2 (nous venons de passer à la description géométrique de l'onde par le rayon). Intéressons-nous à la portion de crête IA dans le milieu 1 qui évolue en crête JB dans le milieu 2. Comme la crête IA est équiphasée et que la crête JB l'est aussi, cela signifie que les durées de propagation de l'onde pour aller de I à B et de A à J, sont les mêmes.

On a donc $\frac{AJ}{v_1} = \frac{IB}{v_2}$. Or

$$AJ = IJ \cos\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) = IJ \sin(i_1) \text{ et } IB = IJ \cos\left(\frac{\pi}{2} - i_2\right) = IJ \sin(i_2)$$

$$\text{ce qui donne } \frac{IJ \sin(i_1)}{v_1} = \frac{IJ \sin(i_2)}{v_2} \Leftrightarrow \frac{\sin(i_1)}{v_1} = \frac{\sin(i_2)}{v_2}.$$

Nous retrouvons la relation de Descartes du modèle géométrique sous sa forme équivalente.

La démonstration vaut aussi pour une onde lumineuse avec ses rayons lumineux et ses plans d'onde (en lieu et place des ondes rectilignes).

L'optique géométrique, apparemment construite indépendamment des autres domaines de la physique, est en fait une branche de l'optique ondulatoire qui est elle-même une branche de la physique des ondes comme on vient de le voir avec la validité des lois de Snell-Descartes dans le cas des ondes de gravité.

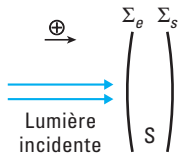


Fig. 19. Représentation d'un système optique et orientation de l'espace. Σ_e face d'entrée, Σ_s face de sortie.

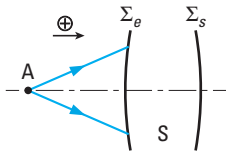


Fig. 20. Point objet.

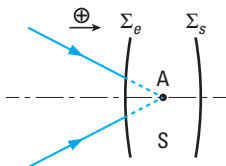


Fig. 21. Point objet.

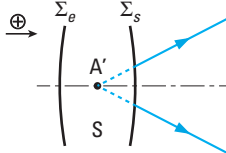


Fig. 22. Point image.

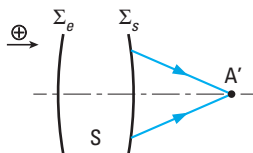


Fig. 23. Point image.

J. Formation des images

Définition 16

Un **système optique** (S) est un ensemble de milieux homogènes et transparents séparés par des dioptries ou par des miroirs, qui donne d'un **objet** AB une **image** A'B'.

Convention d'orientation de l'espace. Nous choisissons comme sens positif le sens réel de parcours de la lumière que nous dirigeons conventionnellement de la gauche vers la droite du dessin (fig. 19). Les angles sont orientés dans le sens trigonométrique.

Un **rayon incident** se dirige vers (S), dans le sens de propagation de la lumière et un **rayon émergent** s'éloigne de (S), dans ce même sens.

Définition 17

Un point A est un **point objet** pour le système (S) s'il se trouve à l'intersection de rayons lumineux incidents sur le système (figure 20) ou à l'intersection de leurs prolongements (figure 21).

Définition 18

Un point A' est un **point image** pour le système s'il se trouve à l'intersection de rayons lumineux émergents du système (figure 22) ou à l'intersection de leur prolongement (figure 23).

Définition 19

Un objet est un ensemble étendu de points objets et une image un ensemble étendu de points images.

29. Les notions de rayon incident, rayon émergent, d'image, d'objet, de réalité et de virtualité, d'espace image, d'espace objet, sont relatifs à un système optique donné et n'ont de signification que par rapport à ce système et par rapport à un sens de propagation de la lumière. Toute nouvelle problématique, par exemple l'ajout d'un second système optique (S') à la suite de (S), formant ainsi un nouveau système $S'' = \{S \cup S'\}$, doit conduire à une analyse pour redéfinir ces notions.

Un **objet réel** est un objet situé avant la face d'entrée du système et une **image réelle** est une image située après la face de sortie du système (fig. 24). De même, un **objet virtuel** est un objet situé après la face d'entrée du système et une **image virtuelle** est une image située avant la face de sortie du système (fig. 24).²⁹

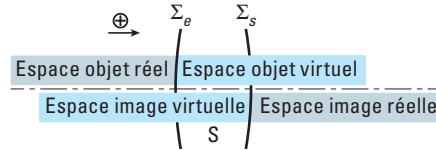


Fig. 24. Espace objet et images réels et virtuels.

Les images se forment habituellement sur une surface (négatif photographique, détecteur CCD, rétine, écran...) et nous souhaitons qu'elles soient ressemblantes aux objets observés. Il faut pour cela que le système optique donne **un point image unique de tout point objet**.

Nous introduisons donc pour chaque point objet A une **correspondance** avec un point image, correspondance réalisée par le système optique (S), que l'on peut traduire par l'idéogramme suivant : $A \xrightarrow{S} A'$. Par définition, A' est l'image du point objet A , donnée par S .

Définition 20

Un système optique (S) est dit **rigoureusement stigmatique** pour un point objet A (réel ou virtuel) et le point image A' correspondant (réel ou virtuel) si tous les rayons incidents passant par A émergent du système optique en passant par le point image A' .

Par loi du retour inverse de la lumière on obtient aussi : $A' \xrightarrow{S} A$.

Définition 21

On dit que les points A et A' forment un **couple de points conjugués** pour le système optique (S) rigoureusement stigmatique, et il existe une **relation de conjugaison** algébrique qui lie la position de l'objet et celle de son image.

K. Le miroir plan : un système rigoureusement stigmatique et aplanétique

K.1. Image dans un miroir plan

Considérons un point objet A dont on cherche l'image A' dans le miroir M (fig. 25). Procédons à une construction de rayon émergent correspondant à un rayon incident donné AI (fig. 26).

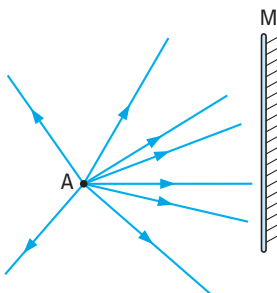


Fig. 25. Situation de départ : un miroir plan est éclairé par un point objet, ici réel.

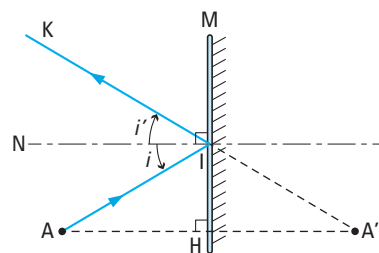


Fig. 26. Construction du rayon émergent correspondant à un rayon incident AI donné.

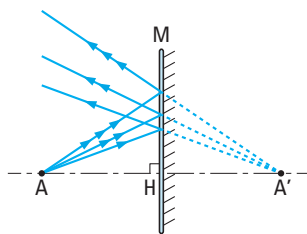


Fig. 27. Tracé de l'image de A dans le miroir.

Utilisons la loi de Snell-Descartes pour tracer le rayon réfléchi IK lors de la réflexion en I : nous avons donc $i' = i$. Traçons aussi la perpendiculaire AH au miroir en A. IK et AH se coupent en un point A'.

AI étant une sécante aux deux parallèles IN et AA', nous avons $\widehat{HAI} = \widehat{NIA} = i$. De même, A'K sécante à IN et AA', nous donne : $\widehat{HA'I} = \widehat{NIK} = i'$. On a donc $\widehat{HAI} = \widehat{HA'I}$. Ainsi, les triangles AIH et A'IH sont égaux puisqu'ils ont un côté égal HI compris entre deux angles égaux $\widehat{AHI} = \widehat{A'HI}$ et $\widehat{HIA} = \widehat{HIA'}$. En conséquence, $AH = HA'$.

A' est donc le **symétrique** de A par rapport au miroir M.

La démonstration précédente ne dépend pas du point d'incidence I choisi sur le miroir (fig. 27) ce qui permet d'énoncer :

Résultat 4

Un miroir plan donne d'un point objet A une image A' symétrique de A par rapport au plan du miroir.

En conséquence, pour obtenir le rayon émergent correspondant à un rayon incident issu de A et arrivant en I quelconque sur le miroir, il suffit de tracer le symétrique A' de A puis le rayon IK ayant la droite A'I pour support (fig. 27).

Résultat 5

Dans le cas du système optique miroir plan, tout rayon incident (utile) passant par le point objet A se réfléchit en passant par le point image A' symétrique de A par rapport au plan du miroir.

Ainsi, tout point objet possède une image rigoureusement stigmatique dans le miroir plan qui est le seul système rigoureusement stigmatique pour tout point de l'espace objet.

K.2. Réalité et virtualité dans le cas du miroir plan

Les résultats du paragraphe J appliqués à la situation de la figure 28 montrent que le point A, origine d'un faisceau incident conique divergent, est un point objet réel pour le système optique miroir plan.

L'espace situé à gauche du miroir est l'espace objet réel. L'objet est bien réel car se situant dans cet espace.

A', origine d'un faisceau émergent conique divergent est un point image virtuelle pour le miroir plan. L'espace image réelle se confond ici avec l'espace objet réel puisque la lumière est contrainte de revenir dans le milieu d'arrivée : ceci est une propriété des systèmes qui contiennent des miroirs.

L'image A' se situe dans l'espace image virtuelle : elle est donc bien virtuelle.³⁰

Peut-on obtenir une image réelle avec un miroir plan ?

Le principe du retour inverse de la lumière appliqué à l'exemple précédent nous montre que c'est possible (figure 29) : le faisceau incident est un cône convergent, l'objet est virtuel et l'image est réelle.

30. En ce sens, le point objet de la figure 20 est réel, celui de la figure 21 est virtuel ; le point image de la figure 22 est virtuel, celui de la figure 23 est réel.

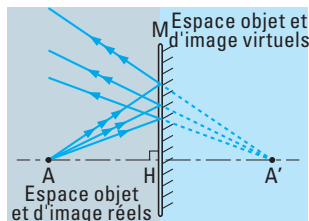


Fig. 28. Réel ou virtuel ?

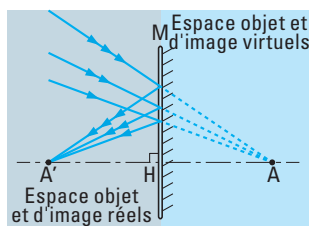


Fig. 29. Réel ou virtuel ?

K.3. Construction d'une image

Définition 22

D'une manière générale, dans le cas où il y a stigmatisme rigoureux pour deux points A et A', si l'on souhaite déterminer A' connaissant A (ou le contraire), **deux rayons provenant de A suffisent** pour déterminer le point image A' qui se trouve à l'intersection des rayons émergents correspondants.

K.4. Relation de conjugaison Grandissement transversal

Résultat 6

Relation de conjugaison

Dans le cas du miroir plan, la relation de conjugaison s'écrit : $\overline{HA'} = -\overline{HA}$ où H est le projeté de A sur le miroir plan.

Remarque : pour un dioptré plan, c'est-à-dire avec changement de milieu, nous montrerons à l'exercice 11 que la relation de conjugaison est :

Résultat 7

$$n_1 \overline{HA_2} = n_2 \overline{HA_1}.$$

Grandissement transversal

Soit un objet de direction AB perpendiculaire à la normale au miroir passant par le point objet A : cet objet est dit **transverse** et par construction son image est aussi transverse (fig. 30).

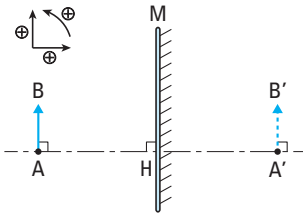


Fig. 30. Image d'un objet transverse.

31. Algébrique signifie que la grandeur est signée.

Définition 23

Pour le miroir, et pour tout système optique, le grandissement transversal γ , pour le couple conjugué objet AB \xrightarrow{M} image A'B', est le rapport de la dimension algébrique³¹ de l'image, à celle de l'objet : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

Si $\gamma > 0$ l'image est dite **droite** et si $\gamma < 0$ l'image est dite **renversée**.

Dans le cas du miroir plan, A'B' étant le symétrique de AB par rapport au miroir, alors $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ et $\gamma = 1$.

L'image transversale donnée par un miroir plan est toujours droite, de dimension égale à l'objet.

L. Aplanétisme des systèmes centrés

Définition 24

Un **système centré** est un système optique qui admet un axe de révolution que l'on nomme **axe optique**. C'est le cas de la plupart des systèmes optiques (œil, lunette de Galilée, loupe, appareil de photographie...). **Tout rayon arrivant suivant l'axe optique n'est pas dévié.**

Définition 25

Pour un système optique (S) stigmatique centré, il y a **aplanétisme rigoureux** si pour tout objet ABC du plan perpendiculaire à l'axe optique, l'image A'B'C' donnée par (S) est **plane et perpendiculaire à l'axe optique**.

La figure 30 nous montre que le **miroir plan est rigoureusement aplanétique**. Il y a conservation du stigmatisme dans un plan transverse.

L.1. Le stigmatisme approché

Si le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tout point objet, il n'en va pas de même des autres systèmes optiques. Prenons l'exemple de la lentille L de la figure 31, éclairée par un faisceau large issu du point objet A et traçons les rayons deux fois réfractés en appliquant la loi de Snell-Descartes sur les dioptrés S_1 et S_2 .

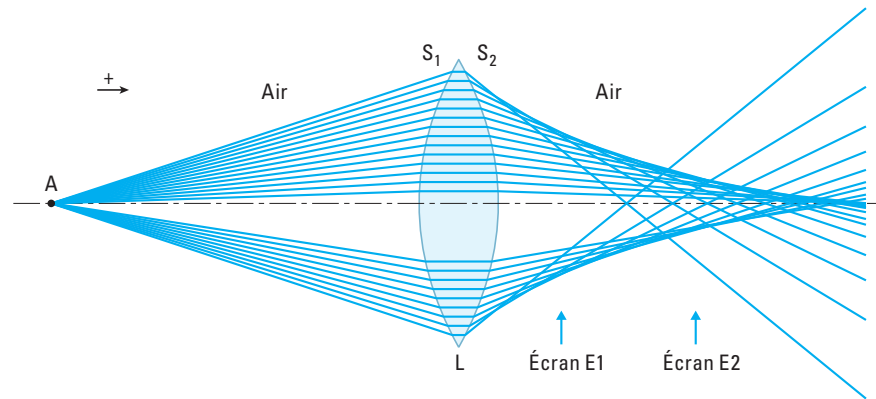


Fig. 31. Recherche de l'image d'un point objet A donné par une lentille.

L'image A' de A doit se trouver sur l'axe optique (voir définition 23). Nous observons que les rayons marginaux, qui passent au bord de la lentille, sont plus déviés que les rayons centraux, et convergent près de la lentille, en des points dépendant de l'angle d'incidence des rayons considérés.

Si dans l'espace image on déplace le long de l'axe optique un écran perpendiculaire à cet axe, on observe des taches circulaires dont l'aspect dépend de la position de l'écran le long de l'axe optique (figures 32a et 32b).

La lentille, telle qu'utilisée, ne vérifie pas les conditions de stigmatisme rigoureux. Un point objet ne donne pas un point image.

Ceci n'est en fait pas gênant outre mesure. En effet, l'image obtenue va être reçue par un capteur. Or, celui-ci possède une structure granulaire (bâtonnets sur la rétine, grains de la pellicule photographique, pixel sur un capteur CCD)³².

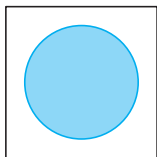


Fig. 32a. Écran E1 de la figure 31 : on observe un disque uniformément éclairé.

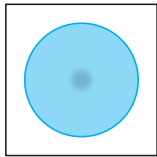


Fig. 32b. Écran E2 de la figure 31 : on observe un disque uniformément éclairé et une tache circulaire plus intense au centre.

32. Dimensions des « grains » des capteurs : cellule photosensible de la rétine, de 3 à 5 microns – photographie, de 10 à 100 microns – CCD, de 1 à 5 microns.

Définition 26

Tant que la dimension de la tache image due à l'absence de stigmatisme rigoureux peut être considérée **plus petite** que la dimension du « grain » du capteur, alors un point de l'objet aura donné un point de l'image du capteur. On dit dans ce cas que **le stigmatisme est approché**.

L.2. Les conditions de Gauss

Cependant, les « grains » des capteurs sont petits.

Problématique : quelle contrainte doit-on imposer au système optique pour que la tache formée soit la plus petite possible ?

Si nous observons en figure 33 un agrandissement de la figure 32, nous voyons que les rayons **peu éloignés et peu inclinés** sur l'axe optique convergent dans un petit volume autour de A' et donnent alors sur un écran une tache de lumière concentrée.

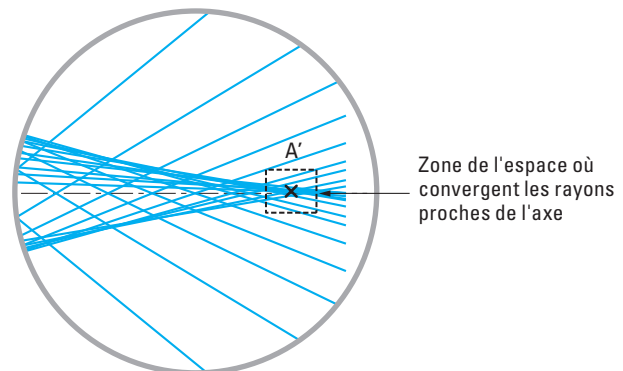


Fig. 33. Seuls les rayons peu éloignés et peu inclinés sur l'axe optique convergent autour d'un point A' .

33. En pratique, le rayon sera estimé peu incliné sur l'axe si l'angle qu'il fait avec l'axe ne dépasse pas 10° , et peu éloigné de l'axe si son point d'impact sur le système optique se produit à une distance de l'axe très petite devant une dimension caractéristique du système (ici le rayon de courbure de la lentille).

34. Les angles étant supposés petits, nous pourrions utiliser les développements limités des fonctions trigonométriques et utiliser des relations approchées :

$$\sin x \approx x; \cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} \approx 1; \tan(x) \approx x.$$

Ces remarques sont généralisables aux autres systèmes et constituent les **conditions de Gauss**.

Définition 27

Pour un système centré il suffit de réaliser les conditions de Gauss pour que le système soit stigmatique approché. Pour ceci, les rayons incidents doivent être :

- faiblement inclinés sur l'axe optique;
- peu éloignés de l'axe³³.

On résume ces deux conditions en disant que les rayons incidents doivent être **paraxiaux**³⁴.

Dans la pratique, on utilise un **diaphragme** que l'on ferme pour placer le faisceau d'entrée dans les conditions de Gauss. Ceci faisant on diminue l'éclairement du système optique, et donc de l'image. Il faut donc trouver un réglage optimum de ces paramètres, sans oublier que l'on souhaite rester dans le modèle du rayon lumineux, c'est-à-dire sans diffraction.

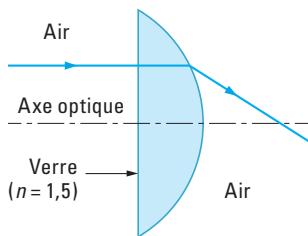


Fig. 35. Convergence dans le cas d'une lentille sphérique plan convexe.

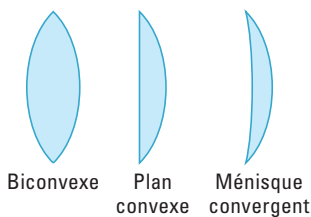


Fig. 36. Lentilles à bords minces.

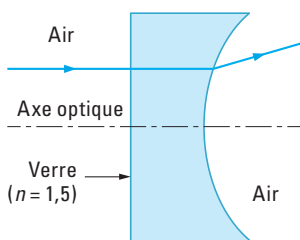


Fig. 37. Divergence dans le cas d'une lentille plan concave.

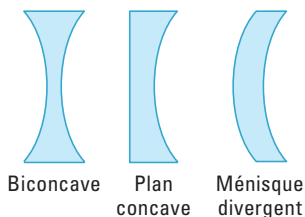


Fig. 38. Lentilles à bords épais.

M. Les lentilles minces

M.1. Lentilles sphériques

Une lentille est un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux dioptries sphériques (de centres C_1 et C_2 , de rayon R_1 et R_2) ou limité par un dioptre sphérique et un dioptre plan. L'axe de révolution de cette lentille d'épaisseur e est son axe optique (figures 34a et 34b).

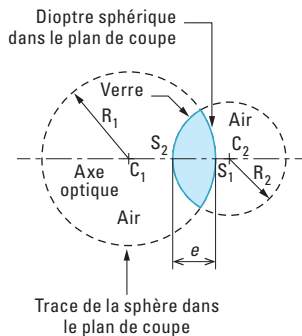


Fig. 34a. Lentille biconvexe.

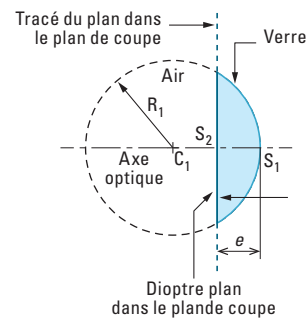


Fig. 34b. Lentille plan convexe.

Il existe deux catégories de lentilles :

- **Les lentilles convergentes** : le rayon lumineux émergent de la lentille est dévié vers l'axe optique comme le montre la figure 35.

On distingue trois types de lentilles convergentes, **toutes à bords minces** (figure 36).

- **Les lentilles divergentes** : le rayon lumineux émergent de la lentille s'écarte de l'axe optique comme le montre la figure 37.

On distingue trois types de lentilles divergentes, **toutes à bords épais** (figure 38).

Les lentilles sphériques réelles présentent un point particulier appelé **centre optique** noté **O** :

- ce point est situé entre S_1 et S_2 pour une lentille biconvexe;
- tout rayon dont le trajet intérieur à la lentille passe par le centre optique, ressort de la lentille parallèlement à la direction du rayon incident voir (figure 39).

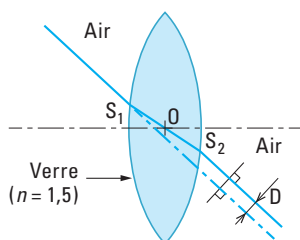


Fig. 39. Trajectoire d'un rayon lumineux incident passant par O.

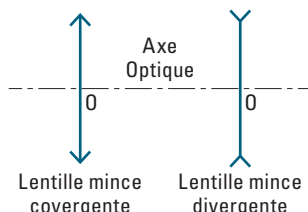


Fig. 40. Symboles des lentilles minces convergentes ou divergentes.

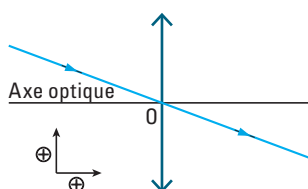


Fig. 41. Trajectoire d'un rayon lumineux passant par le centre optique O d'une lentille mince.

35. Un point à l'infini sur l'axe envoie sur la lentille un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique.

36. Si l'image est à l'infini sur l'axe, le faisceau émergent est un faisceau de lumière parallèle à l'axe.

M.2. Lentilles sphériques minces

Propriété 9

Une lentille sphérique est dite mince lorsque son épaisseur e est très petite devant les rayons de courbure R_1 et R_2 des dioptries délimitant la lentille et devant la distance séparant les deux centres de courbure.

Conventionnellement, les lentilles minces sont représentées par les symboles de la [figure 40](#).

M.3. Propriétés des lentilles minces, dans les conditions de Gauss

M.3.1. Centre optique d'une lentille mince

Si la lentille réelle représentée en [figure 39](#) peut être considérée comme mince, alors les sommets S_1 et S_2 qui délimitent le dioptre sont quasiment confondus avec le centre optique O. Le décalage latéral D ([figure 39](#)) est alors nul.

Propriété 10

Tout rayon lumineux passant par le centre optique O d'une lentille mince n'est pas dévié.

Le point O est donc à l'intersection de l'axe optique et du plan de la lentille mince comme le montre la [figure 41](#).

Remarque : les résultats précédents sont également valables pour une lentille divergente.

M.3.2. Foyers principaux – Plans focaux

Une lentille est un système centré focal : il possède des foyers.

Définition 28

Le **foyer principal image F'** est le point image de l'axe optique dont l'objet est à l'infini sur l'axe³⁵ ([figure 42a](#) et [42b](#)).

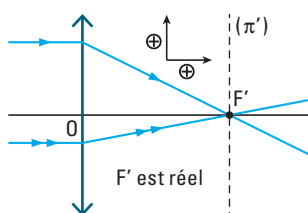


Fig. 42a. Foyer image d'une lentille mince convergente.

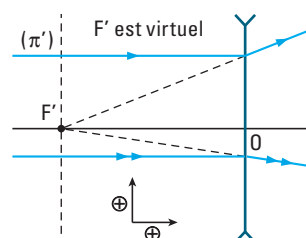


Fig. 42b. Foyer image d'une lentille mince divergente.

Définition 29

Le **foyer principal objet F** d'une lentille mince est le point objet de l'axe optique dont l'image est à l'infini sur l'axe³⁶ ([figure 43a](#) et [43b](#)).

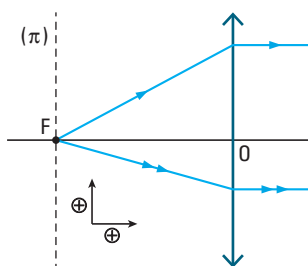


Fig. 43a. Foyer objet d'une lentille mince convergente.

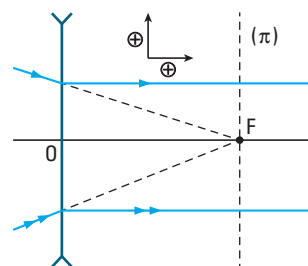


Fig. 43b. Foyer objet d'une lentille mince divergente.

Remarques :

– le point d'intersection des deux rayons incidents est virtuel pour la lentille divergente (figure 43b). Convention : pour obtenir ce point, on prolonge en traits pointillés les **supports** deux rayons émergents : ces supports de rayons ne sont pas des rayons qui eux se propagent réellement dans le système.

– lorsque le milieu optique possède le même indice de chaque côté de la lentille, **F** et **F'** sont symétriques par rapport au centre optique³⁷.

37. Attention ! F' n'est pas l'image de F .

Définition 30

Le plan perpendiculaire à l'axe optique en F est appelé **plan focal objet** (plans π sur les figures 43a et 43b). Le plan perpendiculaire à l'axe optique en F' est appelé **plan focal image** (plans π' sur les figures 42a et 42b).

M.3.3. Foyers secondaires

Définition 31

Un faisceau de rayons parallèles issus de l'espace objet, inclinés sur l'axe optique, donne un faisceau émergent de rayons dont les supports se croisent en un point image Φ' du plan focal image. Φ' , appelé **foyer secondaire image**, est obtenu par intersection du plan focal image et du rayon non dévié³⁸, parallèle au faisceau incident et passant par le centre optique (figures 44a et 44b).

38. Le rayon non dévié est tracé en trait mixte et le support en pointillés. L'un comme l'autre sont des aides pour le tracé mais ne représentent pas un rayon lumineux réel.

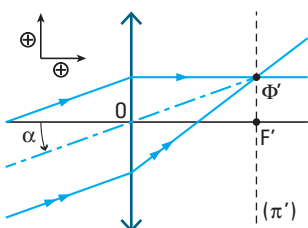


Fig. 44a. Point objet situé à l'infini vu sous un angle α . Cas d'une lentille convergente.

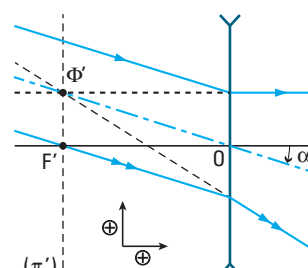


Fig. 44b. Point objet situé à l'infini vu sous un angle α . Cas d'une lentille divergente.

Définition 32

L'image d'un point Φ , appelé **foyer secondaire objet**, appartenant au plan focal objet et situé hors de l'axe optique, est rejetée à l'infini dans la direction du rayon non dévié passant par Φ et O (figures 45a et 45b).

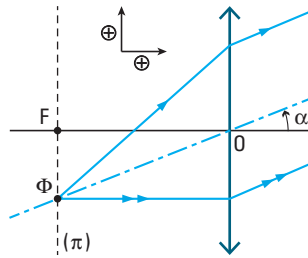


Fig. 45a. Image située à l'infini et vue sous un angle α .
Cas d'une lentille convergente.

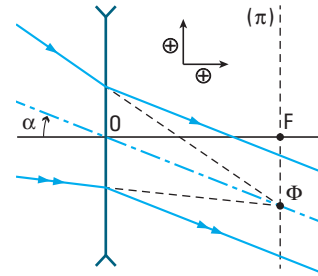


Fig. 45b. Image située à l'infini et vue sous un angle α .
Cas d'une lentille divergente.

M.3.4. Distances focales

Définition 33

Les mesures algébriques \overline{OF} et $\overline{OF'}$ sont appelées respectivement **distance focale objet** et **distance focale image** de la lentille. On les note : $f = \overline{OF}$; $f' = \overline{OF'}$ et on a la relation $f = -f'$, lorsque le milieu est le même des deux côtés de la lentille.

Pour une lentille convergente : $f' > 0$ (c'est-à-dire $f < 0$). Pour une lentille divergente : $f' < 0$ (c'est-à-dire $f > 0$). Une distance focale³⁹ s'exprime en mètres (m).

M.3.5. Vergence

Définition 34

La vergence V d'une lentille est l'inverse de la distance focale image.
Ainsi : $V = \frac{1}{f'}$.

Unité : une vergence s'exprime en dioptries (δ) avec $1 \delta = 1 \text{ m}^{-1}$.

Exemple : une lentille de vergence -5 est divergente et sa distance focale image f' vaut $-0,2 \text{ m}$.

M.4. Construction de l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique

Pour la construction du parcours de rayons correspondant à un rayon incident donné nous renvoyons au point méthode de ce chapitre.

Nous souhaitons déterminer l'image $A'B'$ d'un objet AB , perpendiculaire à l'axe optique d'une lentille convergente (fig. 46a).

Nous construisons dans un premier temps l'image A' de A en utilisant un rayon incident quelconque passant par A (fig. 46b : utiliser la définition 30).

Pour construire l'image de B , deux rayons particuliers parmi les trois suivants sont suffisants (figure 46c) :

- celui qui passe par le centre de la lentille et qui n'est pas dévié ;
- celui qui passe par F et ressort parallèle à l'axe optique ;
- celui qui arrive sur la lentille, parallèlement à l'axe optique et qui émerge en passant par F' .

Possédant A' et B' , on trace l'image $A'B'$ (figure 46d).

³⁹. Il faut noter que selon l'usage cette grandeur est appelée « distance » bien qu'il s'agisse d'une grandeur algébrique.

Remarque : Nous aurions pu trouver plus simplement cette image en ne déterminant que l'image B' de B . En effet, l'aplanétisme étant admis pour la lentille, A' est aussi la projection orthogonale de B' sur l'axe optique. En pratique, c'est la démarche à utiliser.

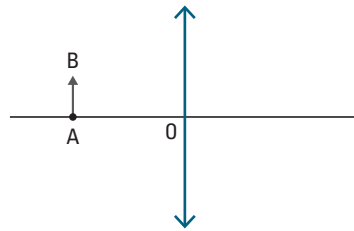


Fig. 46a.

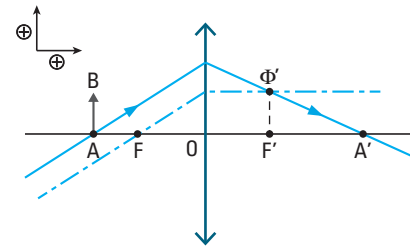


Fig. 46b. Le support de rayon forme avec le rayon incident un faisceau parallèle qui doit converger au foyer secondaire image. Comme le support de rayon passe par F , il ressort parallèlement à l'axe. Ainsi on trouve le foyer secondaire image où converge le rayon issu de A qui coupe l'axe optique en A' .

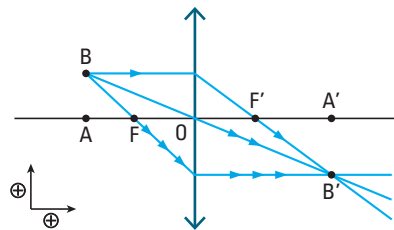


Fig. 46c. Le rayon parallèle à l'axe ressort en passant par le foyer image. Celui passant par le centre optique n'est pas dévié. Celui qui passe par F ressort parallèlement à l'axe.

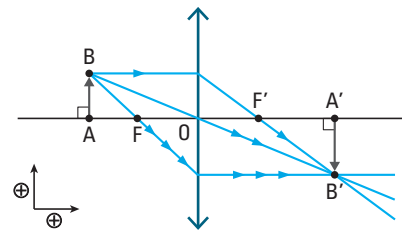


Fig. 46d. On trace l'image $A'B'$.

Fig. 46. Construction de l'image d'un objet dans le cas d'une lentille convergente.

De même, 2 rayons particuliers suffisent à déterminer l'image $A'B'$ d'un objet AB pour une lentille divergente (figure 47) :

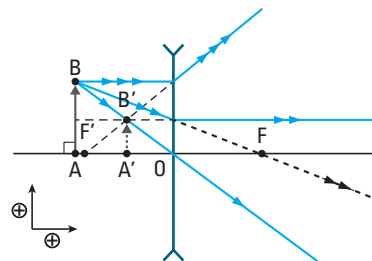


Fig. 47. Construction de l'image d'un objet dans le cas d'une lentille divergente.

Le rayon incident parallèle à l'axe ressort en semblant provenir du foyer image F' . Celui qui semble passer par le foyer objet F ressort parallèlement à l'axe. BO n'est pas dévié. L'image $A'B'$ est virtuelle, donc notée en pointillés.

Selon la position de l'objet AB par rapport aux foyers et au centre optique de la lentille, la nature de l'image⁴⁰ $A'B'$ (réelle ou virtuelle) et son orientation vont évoluer. Nous donnons sur les figures 47, 48 et 49 quelques cas de figures possibles :

40. Sur la figure 48a, l'image étant orientée dans le même sens que l'objet, elle est dite droite.

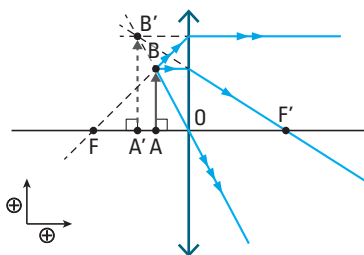


Fig. 48a

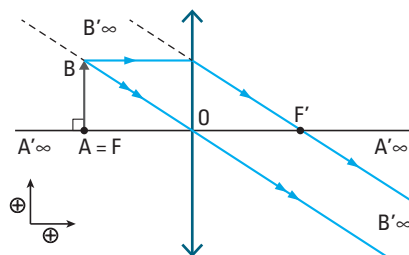


Fig. 48b

Fig. 48 Images d'un objet données par une lentille convergente.

Remarque : Si l'objet AB est dans les plans focaux (objet ou image), son image est rejetée à l'infini (à $\pm \infty$). C'est le cas sur la figure 48b.

Sur la figure 49a, l'objet AB est virtuel, l'image réelle est droite.

Sur la figure 49b, l'image est virtuelle et de sens opposé à l'objet : elle est dite renversée. En pratique, lorsque l'objet AB est virtuel, les rayons incidents sont issus d'un autre système optique situé à gauche de la lentille étudiée.

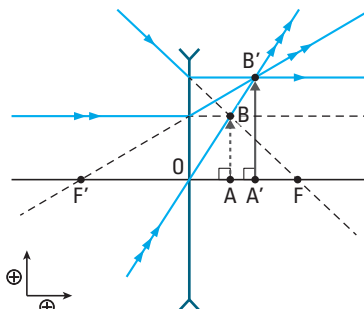


Fig. 49a

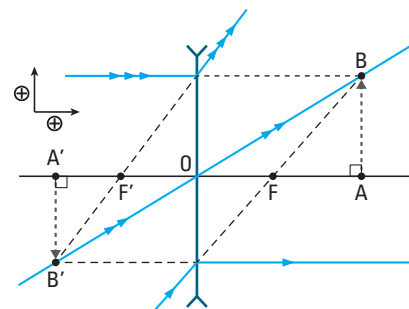


Fig. 49b

Fig. 49. Images d'un objet données par une lentille divergente. Dans les deux cas l'objet est virtuel. Il a été formé par un autre système optique : donc des rayons l'atteignaient avant que l'on interpose la lentille divergente. Le tracé des rayons émergents correspondants à ces rayons incidents formant l'objet, vont donner l'image. Évidemment on choisit des rayons incidents très particuliers : passant par le centre optique, passant ou se dirigeant vers un foyer, parallèle à l'axe...

M.5. Relations de conjugaison et grandissement transversal⁴¹

41. Dans le cadre du programme, la démonstration de ces relations n'est pas exigible.

Pour une lentille convergente (ou divergente), suite à un tracé géométrique de l'image A'B' d'un objet AB (figure 50), par des relations de Thalès algébrisées, on trouve deux relations de conjugaison selon l'origine choisie sur l'axe optique :

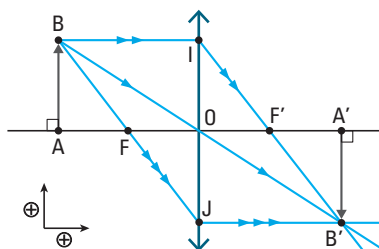


Fig. 50. Construction géométrique permettant la détermination des relations algébriques.

Résultat 8

– **origine au centre optique O de la lentille mince**

$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$; avec γ le grandissement transversal défini au paragraphe K.4.

$$\left(\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \right)^{42}$$

C'est la relation de conjugaison de Descartes.

42. Attention, $\overline{OA'}$ et \overline{OA} sont des valeurs algébriques, donc de signe positif ou négatif, selon l'orientation par rapport au sens de la lumière. Bien que cela n'apparaisse pas de manière explicite, f' est aussi une grandeur algébrique, positive ou négative, selon la nature de la lentille, convergente ou divergente (voir paragraphe M.3.4).

Résultat 9

– origine aux foyers de la lentille

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}$$

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2 = ff' \quad 43.$$

C'est la relation de conjugaison de Newton.

43. Ici il y a une double origine; F' pour repérer A' et F pour repérer A .

Application 1

Dans une expérience d'optique, l'image d'un objet virtuel est formée à l'aide d'une lentille divergente de distance focale $|f'| = 20$ cm. L'objet est à 25 cm de la lentille. Calculer la distance entre la lentille et l'image en précisant sa nature.

Solution

Vu l'énoncé, la relation de Descartes avec origine au centre optique est la plus adaptée. Ainsi :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{et donc : } \overline{OA'} = \frac{\overline{OF'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OF'} + \overline{OA}} = \frac{-20 \times 25}{-20 + 25} = -100 \text{ cm.}$$

$\overline{OA'} < 0$ donc A' est dans l'espace objet, c'est-à-dire avant la lentille : l'image est virtuelle et renversée (voir figure 49b).

Application 2

La distance minimale d_m de vision nette d'un œil sans défaut est égale à 25 cm. Un individu ayant cette faculté place son œil au foyer image d'une loupe de vergence égale à 25 δ et observe un insecte. À quelle distance de la loupe se trouve l'insecte si l'image est nette et se forme au plus près de l'œil ?

Solution

Commençons par effectuer une construction géométrique en utilisant le fait que l'image formée par une loupe est nécessairement virtuelle et agrandie :

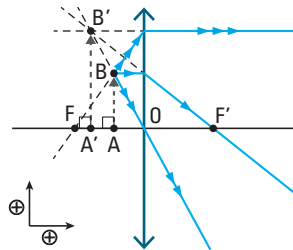


Fig. 51. Système optique étudié (voir aussi la figure 48a).

La relation de Newton est la plus adaptée. Avec $\overline{F'A'} = -d_m = -25$ cm et $f' = \frac{1}{25} = 0,04$ m = 4 cm.

Appliquons la relation de Newton : $\overline{FA} = \frac{-f'^2}{\overline{F'A'}} = \frac{-4^2}{-25} = 0,64$ cm.

D'où : $\overline{OA} = \overline{OF} + \overline{FA} = -4 + 0,64 = -3,36$ cm.

L'insecte représenté par AB doit donc être placé à 3,36 cm en avant de la lentille.

M.6. Relation $D \geq 4f'$

Problématique : la distance focale f' d'une lentille convergente étant donnée, quelle est la condition sur la distance D entre l'objet et l'écran pour que l'on puisse obtenir une image nette sur l'écran ?

Avec ces hypothèses, sur la figure 50 un écran est placé en A'B', un objet AB est placé à la distance D de l'écran et la lentille forme l'image de AB en A'B'. Pour simplifier les notations, posons $x = \overline{OA}$ et $x' = \overline{OA'}$.

On doit donc exprimer simultanément que A' est le conjugué de A et que $\overline{AA'} = \text{cte} = D$. Ce qui donne : $\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ et $x' - x = D$ puisque $x < 0$.

En éliminant x' par exemple, on obtient :

$$\frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \text{ soit } f'x - (D+x)f' - x(D+x) = 0 \text{ et enfin } x^2 + Dx + Df' = 0.$$

Il existe donc au moins une position de la lentille donnant une image nette sur l'écran si l'équation du second degré admet au moins une racine, c'est-à-dire si le discriminant de l'équation est positif ou nul. Or, $\Delta = D^2 - 4Df'$ est positif ou nul si $D \geq 4f'$.

Résultat 10

La lentille convergente permet d'obtenir une image nette si la distance objet écran est supérieure ou égale à quatre fois la distance focale.

Si $D > 4f'$, $\Delta > 0$; il existe deux positions de la lentille qui donnent une image nette sur l'écran. Si $D = 4f'$, il existe une seule position de la lentille, très particulière puisque $\gamma = -1$.

M.7. Associations de lentilles minces

M.7.1. Lentilles accolées

Deux lentilles de même axe optique sont accolées si leurs centres optiques sont confondus.

44. A_1B_1 est une image intermédiaire.

Un objet AB a une image A_1B_1 au travers de la première lentille⁴⁴ L_1 . A_1B_1 est un objet pour la lentille L_2 qui en donne l'image A_2B_2 , ce que nous résumons selon l'idéogramme : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_2$.

On peut écrire les relations de Descartes pour chacune des deux lentilles :

$$\text{Lentille } L_1 : \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1} \quad \text{et} \quad \gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}.$$

$$\text{Lentille } L_2 : \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_1}}.$$

$$\text{d'où : } \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = \gamma_1\gamma_2.$$

A_2B_2 est aussi l'image de AB à travers l'ensemble des deux lentilles. L'ensemble des deux lentilles accolées est donc équivalent à une unique lentille L, de distance focale f' telle que :

$$A \xrightarrow{L} A_2 \text{ avec : } \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'}.$$

La vergence V de l'ensemble de deux lentilles accolées est égale à la somme des vergences des deux lentilles : $V = V_1 + V_2$.

Retenons : étudier un ensemble de lentilles passe par l'utilisation des images intermédiaires qui conduisent à l'image définitive. On choisira la relation de conjugaison la plus intéressante en fonction des indications de l'énoncé.

M.7.2. Lentilles non accolées

Les centres optiques des deux lentilles sont éloignés d'une distance d fixe (fig. 52). Nous nous proposons de déterminer la position du foyer image F' de cet ensemble de deux lentilles non accolées qui est mis en évidence par la construction suivante en utilisant la définition 26 :

O_1, O_2, f'_1, f'_2 et d sont ici supposés connus. Un rayon incident parallèle à l'axe optique pour le système (L_1, L_2) émerge en coupant l'axe optique au foyer image F' du système.

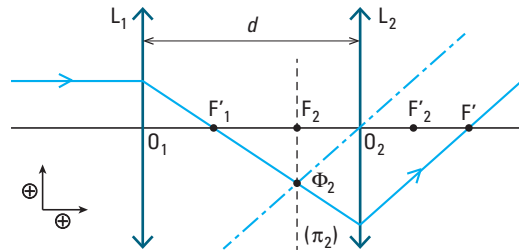


Fig. 52. Détermination graphique de la position du foyer image F' du doublet non accolé.

À la sortie de L_1 , le rayon lumineux parallèle à l'axe passe par F'_1 , foyer image de L_1 . En utilisant par exemple le point Φ_2 , on construit le rayon sortant de L_2 dont l'intersection avec l'axe optique définit le foyer image F' de l'ensemble du système optique. F' est donc le conjugué de F'_1 pour la lentille L_2 .

Nous pouvons également déterminer la position de ce foyer image F' par un calcul algébrique en appliquant la relation de Newton pour la lentille L_2 pour la conjugaison de F'_1 et F' :

$$\overline{F_2 F'_1} \cdot \overline{F'_2 F'} = -f'^2_2$$

avec :
$$\overline{F_2 F'} = \overline{F_2 O_2} + \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'_1} = f'_2 - d + f'_1.$$

Ainsi :
$$\overline{F'_2 F'} = \frac{f'^2_2}{d - f'_1 - f'_2} \quad (4)$$

Les paramètres d, f'_1, f'_2 étant connus, la relation (4) permet donc de trouver la position du foyer image du doublet de lentilles.

Cas particulier : si le foyer image de la lentille d'entrée est confondu avec le foyer objet de la seconde lentille, tout rayon incident parallèle à l'axe optique ressort du doublet parallèlement à l'axe optique. De même, l'image d'un faisceau parallèle incident sur le système optique est un faisceau émergent parallèle : le système optique est dit **afocal**.

N. L'œil

N.1. Description de l'œil

L'œil (figure 53) est un globe sensiblement sphérique limité sur sa plus grande partie par la **sclérotique**, membrane blanche, épaisse et résistante, quasi-indéformable. La partie avant de cette membrane, la **cornée**, est transparente et constitue la fenêtre d'entrée pour la lumière.

Une deuxième membrane, la **choroïde**, transforme l'œil en chambre noire, diaphragmée par l'**iris**⁴⁵. L'ouverture de ce diaphragme est la **pupille**, circulaire, dont le diamètre peut varier de 2 mm à 8 mm suivant l'intensité de la lumière reçue par l'œil.

Le **cristallin**, lentille biconvexe de distance focale variable, faite d'un corps élastique transparent, partage le globe oculaire en deux compartiments remplis de substances transparentes, l'**humeur aqueuse**, contre la cornée, et l'**humeur vitrée** dans le deuxième compartiment qui est tapissé intérieurement par la rétine. Les **muscles ciliaires** agissent pour déformer le cristallin. Une

45. C'est la couleur de l'iris qui donne aux yeux leur couleur. Le trou de la pupille paraît noir car il constitue l'ouverture sur une chambre noire...

zone réduite de la **rétine**, la **tache jaune**, comporte les cellules visuelles sensibles à la lumière (cônes et bâtonnets), convertit le signal lumineux en signal électrique et communique avec le cerveau par l'intermédiaire du **nerf optique**. Le cerveau décode l'information.

Au début de ce chapitre les liens entre l'œil et l'appareil photographique ont été évoqués : pour compléter la description précédente, ajoutons que la **paupière** joue le rôle d'obturateur⁴⁶.

46. Diamètre du globe oculaire, $D \approx 25 \text{ mm}$ – distance cristallin-rétine, $L \approx 15 \text{ mm}$ – indice des humeurs vitrée et aqueuse, $n_h \approx 1,336$ – indice du cristallin, $n_{cr} \approx 1,40$ – indice de la cornée, $n_c \approx 1,376$ – vergence de la cornée, 43δ – vergence minimale du cristallin, 16δ – rapport de la plus grande intensité détectable à la plus petite, 10^9 – nombre de cellules photosensibles sur la rétine, $2,5 \times 10^6$ – diamètre moyen des cellules, $4 \times 10^{-6} \text{ m}$ – angle du cône de vision moyen, 45° – récepteurs de sensibilité maximale dans le jaune le jour ($\lambda = 555 \text{ nm}$) et dans le bleu la nuit ($\lambda = 500 \text{ nm}$).

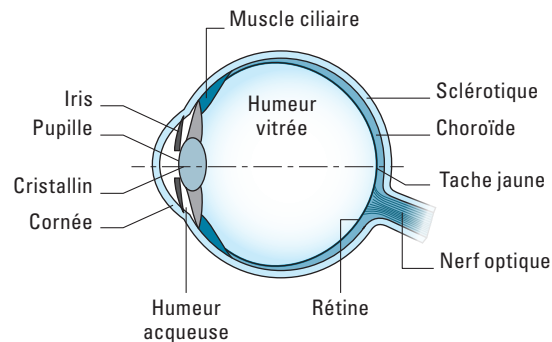


Fig. 53. Coupe de l'œil.

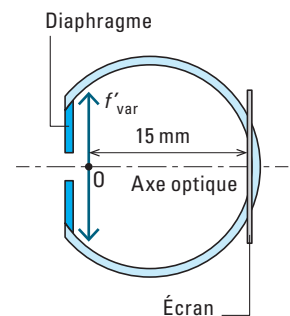


Fig. 54. L'œil réduit.

N.2. Le modèle de l'œil réduit

Les rayons lumineux sont déviés par la cornée et le cristallin. Le système optique complet de l'œil étant complexe, on utilise donc un modèle simplifié appelé **œil réduit**, formé d'une lentille mince convergente de distance focale variable f'_{var} équivalente à l'ensemble cornée/cristallin supposé baigner dans l'air. Dans ce modèle, un écran à la distance $L = 15 \text{ mm}$ de la lentille modélise la rétine (figure 54) et un diaphragme modélise l'iris.

Nous nous limitons dans la suite à l'étude de l'œil « normal », c'est-à-dire dépourvu de défauts (myopie, hypermétropie, presbytie...).

N.3. L'accommodation

Pour être vu correctement, un objet doit donner une image nette sur la rétine. Pour cela, comme la distance L est constante, l'œil doit s'accommoder de la position de l'objet en faisant varier la distance focale b'_{var} . C'est le phénomène d'**accommodation de l'œil** : les muscles ciliaires agissent alors sur le cristallin pour modifier ses rayons de courbures.

Pour observer un objet A_1B_1 à l'infini, l'œil est au repos : le cristallin n'est pas déformé par les muscles ciliaires qui sont au repos. L'image d'un objet à l'infini se forme alors sur la rétine en F'_1 (figure 55) et $f'_1 = L$.

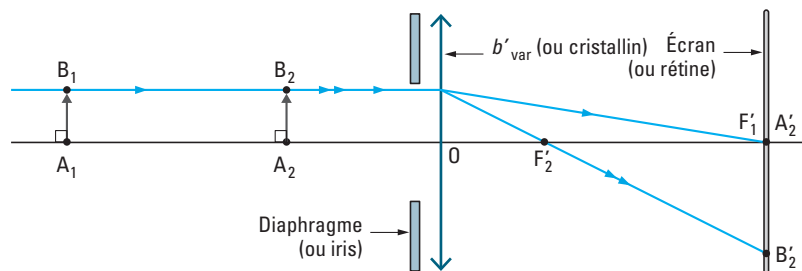


Fig. 55.

Définition 35

Le point objet vu nettement par l'œil sans accommoder est appelé « **punctum remotum** », en abrégiation PR. Pour l'œil normal, le punctum remotum est à l'infini.

Si ce même objet est à distance finie, en A_2B_2 , l'œil doit réduire la distance focale du cristallin à la valeur $\overline{OF'_2} = f'_2 < L$ (figure 55).

47. Lire de près, de manière prolongée, fatigue.

L'œil y parvient par l'intermédiaire des muscles ciliaires⁴⁷ et des ligaments, en diminuant le rayon de courbure du cristallin, en augmentant l'épaisseur du dioptré. Cette action a ses limites physiques ; l'accommodation maximale physiologique s'accompagne d'une *distance minimale de vision*.

Définition 36

Le point objet vu nettement par l'œil avec l'accommodation maximale est appelé « **punctum proximum** », en abrégiation PP, et la distance de ce point à l'œil définit la **distance minimale de vision** d_m .

Pour l'œil normal, d_m évolue avec l'âge : de 10 cm à 20 ans jusqu'à 50 cm à 50 ans. Pour les instruments optiques commerciaux la valeur conventionnelle retenue est $d_m = 25$ cm.

Définition 37

La distance du punctum proximum au punctum rémotum définit la **plage d'accommodation**.

N.4. Le pouvoir séparateur de l'œil

Définition 38

On appelle **limite de séparation de l'œil**, ou résolution angulaire, la plus petite distance angulaire de deux points séparés par l'œil, donc vus distinctement. Cet angle minimal pour l'œil normal est : $\alpha_m = 5 \times 10^{-4}$ rad (figure 56).

Cette valeur est liée, entre autres, à la dimension des cellules de la rétine et dépend de nombreux autres facteurs comme la forme de détails observés, leur éclaircissement, leur contraste. Dans quelques cas cette valeur m peut être inférieure (raies fines très éclairées sur fond noir comme en spectroscopie) mais la plupart du temps cette valeur est bien supérieure à α_m ⁴⁸.

48. On utilise une mire de Foucault pour déterminer la limite de séparation de l'œil. Une mire de Foucault est composée de bandes rectilignes parallèles, de même largeur, alternativement noires et blanches, séparées par une distance a . En s'éloignant de la mire, l'expérimentateur constate qu'à une certaine distance D il cesse de « distinguer », on dira « séparer » les bandes noires des bandes blanches. L'expérimentateur mesure alors la limite de résolution de son œil par

l'angle α tel que $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{a}{D}$

(figure 56). En utilisant cette mire, l'lecteur pourra mesurer la limite de résolution de ses yeux.

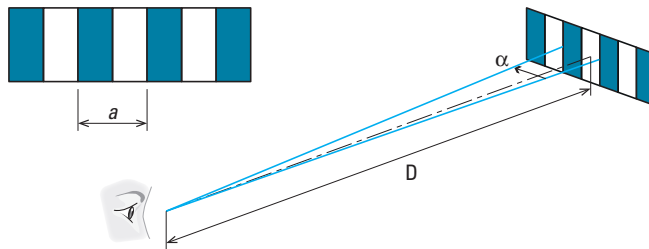


Fig. 56. Détermination de la limite de résolution de l'œil.

L'essentiel

✓ Spectroscopie

Une lumière monochromatique, une radiation, est caractérisée par une unique longueur d'onde dans le vide, notée λ , mesurée en mètres.

Un spectre de raies (valeurs discrètes des longueurs d'onde, lumière polychromatique) signe une source à niveaux quantifiés distincts.

Un spectre continu (valeurs continues des longueurs d'onde, à notre échelle) signe généralement une source thermique.

Dans un spectre d'absorption une substance éclairée absorbe les radiations qu'elle est capable d'émettre.

Une source est dite ponctuelle monochromatique si ses dimensions sont très petites, comparées à la distance entre la source et le récepteur, et si elle émet une seule radiation.

✓ Indice optique

On appelle indice de réfraction absolu n d'un milieu MHTI (milieu linéaire, homogène, transparent et isotrope) le rapport $n = \frac{c}{v}$.

Les principes d'indépendance des rayons lumineux, de propagation rectiligne de la lumière, du retour inverse de la lumière, des moindres temps, constituent les principes de l'optique géométrique.

✓ Lois de Snell-Descartes – Formation des images

Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence et l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence et les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 vérifient la loi $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

Dans un système optique rigoureusement stigmatique, comme un miroir plan, il existe une relation de conjugaison, et s'il y a conservation du stigmatisme dans un plan transverse, le système est rigoureusement aplanétique.

Il suffit de réaliser les conditions de Gauss pour que le système soit stigmatique approché. Les rayons incidents doivent être paraxiaux.

✓ Vergence de lentille mince

$V = \frac{1}{f'}$, avec $f' = \overline{OF'}$ qui représente la distance focale image algébrique, V désigne la vergence (δ).

✓ Les relations de conjugaison et de grandissement

- Origine au centre optique :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O'A'}}{\overline{OA}}$$

- Origine au foyer :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'} = ff' = -f'^2 \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

Mise en œuvre

Méthode

Comment obtenir le rayon lumineux émergent d'une lentille mince convergente ou divergente quand on connaît le rayon incident ?

Le rayon incident sera noté ① dans les figures suivantes.

Cas d'une lentille convergente

Détaillons la construction en trois étapes (figures M1, M2, M3) :

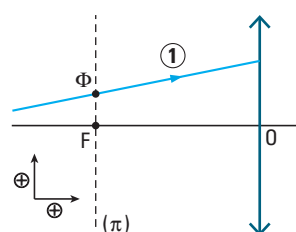


Fig. M1

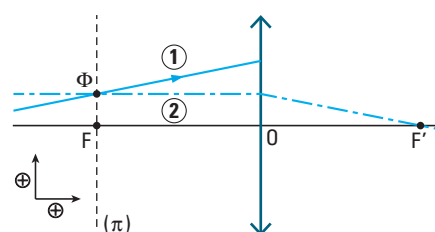


Fig. M2

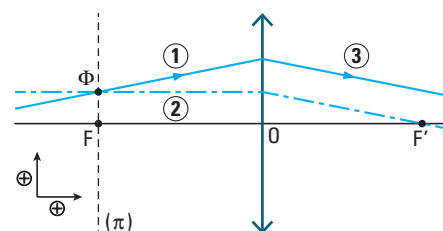


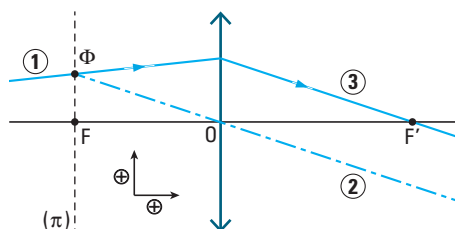
Fig. M3

Figures M1, M2, M3 : utilisation d'un support passant par Φ et parallèle à l'axe optique.

En figure M1, le rayon ① incident passe nécessairement par un point Φ du plan focal objet π . En figure M2, on imagine un support incident ② parallèle à l'axe optique et passant par Φ . Ce support émerge de la lentille en passant par F' , par définition du foyer image (figure 42a).

En figure M3, l'émergent ③ cherché est parallèle au support de l'émergent ②.

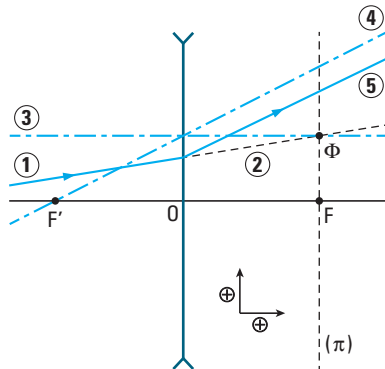
On peut aussi utiliser un support ② passant par Φ et le centre optique (un seul dessin, en figure M4, regroupe les trois étapes).



① connu, faire apparaître Φ , tracer ②, puis tracer ③.

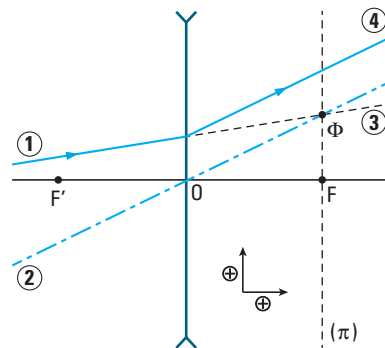
Fig. M4. Utilisation d'un support passant par Φ et le centre optique.

Cas d'une lentille divergente



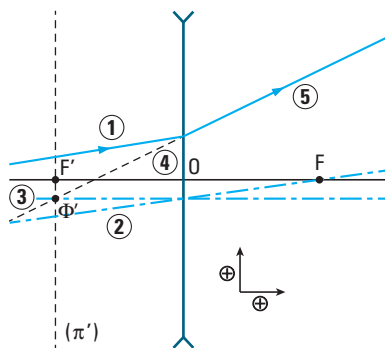
① connu, tracer ②, faire apparaître Φ et tracer ③ puis ④ puis ⑤.

Fig. M5.



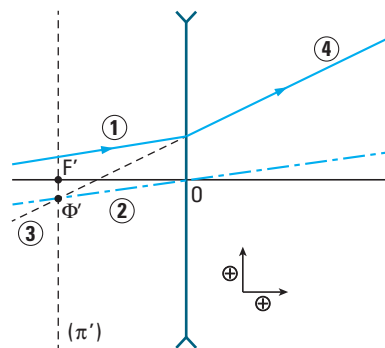
① connu, tracer ③ faire apparaître Φ , tracer ② puis ④.

Fig. M6.



① connu, tracer ② puis ③, faire apparaître Φ' et tracer ④ puis ⑤.

Fig. M7.



① connu, tracer ② faire apparaître Φ' , tracer ③ puis ④.

Fig. M8.

Figures M5, M6, M7, M8: Construction du rayon émergent correspondant à un rayon incident donné pour une lentille divergente.

Commentaires: en figure M5, la construction revient à former un pseudo-faisceau, composé de ① et ③, qui convergent en Φ . On sait que ce faisceau émerge parallèlement (figure 45b) dans une direction qui va être donnée par le rayon ③ arrivant parallèlement à l'axe et ressortant sous la forme ④ en semblant passer par F' (voir définition du foyer image d'une lentille divergente). On trace alors ⑤ parallèlement à ④.

En figure M6, le principe est le même que précédemment, cette fois avec le faisceau incident formé de ① et ②. La direction d'émergence du faisceau parallèle correspondant est cette fois celle de ②, ce qui permet de tracer ④.

En figure M7, on utilise le fait qu'un pseudo-faisceau parallèle, composé de ① et ②, inclinés sur l'axe, émergera en semblant provenir du foyer secondaire image Φ' que l'on trouve en choisissant pour ② un support qui passe par F , et dont on sait qu'il ressort parallèlement à l'axe optique.

En figure M9, la démarche est la même mais le rayon choisi en association avec ① est ②, qui passe par O , et donne immédiatement Φ' qui permet de construire ④ (figure 42b).

Exercices

Niveau 1

Ex. 1 Spectres

1) Avec un spectromètre on observe une lumière qui donne le spectre suivant. Un étudiant affirme que c'est le spectre de la lampe spectrale à vapeur de mercure. Qu'en pensez-vous ?



2) Commenter le spectre donné ci-dessous.



3) Commenter le spectre donné ci-dessous obtenu avec le même spectroscopie qu'à la question 2.



4) En regardant le spectre d ci-dessous, un premier étudiant pense que c'est celui d'une étoile chaude et le second d'une étoile froide. Qui a raison ?



Ex. 2 La grenouille

Une grenouille est cachée dans l'eau sous le centre d'un nénuphar de rayon $r = 5$ cm.

Quelle est la hauteur h de la grenouille si on ne peut la voir depuis l'air ?

Ex. 3 Que voit un poisson vers le haut ?

Un poisson est posé sur le fond d'un lac : il regarde vers le haut et voit à la surface de l'eau un disque lumineux de rayon r , centré à sa verticale, dans lequel il aperçoit tout ce qui est au-dessus de l'eau.

a) Expliquer cette observation.

b) Le rayon du disque est $r = 3,0$ m. À quelle profondeur se trouve le poisson ?

Ex. 4 Hauteur minimale d'un miroir plan

Quelle taille minimale doit avoir un miroir plan pour qu'un homme de 1,80 m puisse s'y voir entièrement ?

Ex. 5 Constructions d'images

a) Trouver dans le cadre de l'approximation de Gauss, l'image $A'B'$ d'un objet AB étendu, perpendiculaire à l'axe optique, dans les cas suivants :

1. lentille convergente, AB situé entre le centre optique et le foyer image de la lentille ;

2. lentille divergente, AB situé dans le plan focal objet de la lentille ;

3. lentille divergente de centre optique O , de distance focale objet f avec $f < \overline{OA} < 2f$;

4. lentille divergente de centre optique O , de distance focale objet f avec $2f < \overline{OA} < \infty$;

5. lentille divergente, AB situé à l'infini, virtuel ou réel.

b) Préciser dans chaque cas la nature de l'image et le grandissement transversal de la lentille.

Niveau 2

Ex. 6 Un spectroscopie (figure 1 du cours) comportant un réseau à 800 traits par millimètre est modifié pour former un spectrogoniomètre : une lunette de visée permet de mesurer précisément les angles θ . On observe le spectre de la lumière émise par la lampe à vapeur de mercure (spectre de l'exercice 1). Quel angle, exprimé en degré et minute, mesurera-t-on entre les radiations indigo et verte, à l'ordre 2 ?

Ex. 7 Peut-on voir le fond d'une piscine ?

Peut-on voir le pied d'une échelle s'appuyant sur le fond et au bord d'une piscine cylindrique de rayon $R = 3$ m, de hauteur $h = 2$ m, en plaçant les yeux proches de la surface en un point diamétralement opposé à l'échelle ?

Ex. 8 Lunette de Galilée

Une lunette de Galilée est constituée d'une lentille convergente L_1 de distance focale 50 cm et d'une lentille divergente L_2 de distance focale -5 cm.

a) Préciser la position relative des deux lentilles lorsque la lunette est réglée à l'infini.

b) Calculer le grossissement angulaire de la lunette.

c) De quelle distance doit-on translater l'oculaire pour voir, sans accommoder, un objet situé à 5 mètres en avant de l'objectif ?

Ex. 9 Ouverture d'un appareil photographique

Un appareil photographique est constitué d'une lentille convergente de focale $f' = 50$ mm. La pellicule est placée à la distance d de la lentille. Les rayons incidents sont limités par un diaphragme de diamètre D dont l'ouverture est circulaire.

a) On souhaite photographier des objets à une distance variant de $x = 0,6 \text{ m}$ à l'infini par rapport à la lentille. Calculer les distances d_{\min} et d_{\max} pour lesquelles l'image formée est nette.

b) On définit un nombre N , appelé nombre d'ouverture, vérifiant $N = \frac{b'}{D}$ (appelée ouverture relative).

Sur les objectifs, on peut faire varier le diamètre du diaphragme d'entrée de manière discontinue, ce qui est repéré sur l'objectif par une série de nombres N dont les valeurs sont 2,8 ; 4 ; 5,6 ; 8 ; 11 ; 16. Sur les boîtiers d'appareils photographiques, on dispose d'autre part des temps d'exposition nécessaires respectifs (en s) :

$$t_e = \frac{1}{15} ; \frac{1}{30} ; \frac{1}{60} ; \frac{1}{125} ; \frac{1}{250} ; \frac{1}{500}.$$

L'exposition ε à la lumière est proportionnelle à la surface d'ouverture du diaphragme et à la durée d'exposition t_e . Montrer que les valeurs de N et de t_e proposées permettent de maintenir une exposition-naussi constante pour une focale donnée (exprimer $\frac{N^2}{t_e}$).

c) La pellicule est caractérisée par un grain $g = 0,02 \text{ mm}$ (taille du grain de l'émulsion de la pellicule). On souhaite que la taille de la tache image d'un objet A reste inférieure à g pour que l'image soit nette. La mise au point étant faite à l'infini, mettre en évidence à l'aide d'une construction géométrique, la distance minimale L_0 , dite « hyperfocale », qui sépare A de la lentille pour que l'image soit correcte. Exprimer L_0 en fonction de g, f' et N .

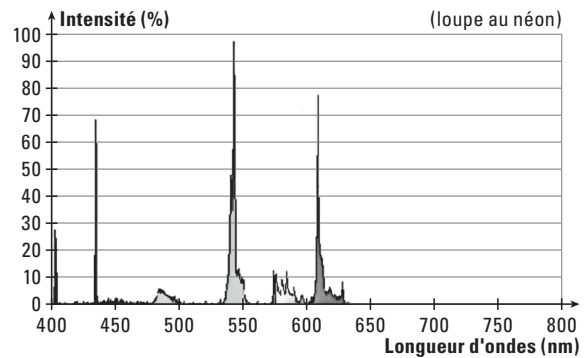
d) Soit P_f la profondeur du champ (zone de l'espace objet qui donne une image nette). Qualitativement, comment P_f varie avec N ? avec f' ?

Niveau 3

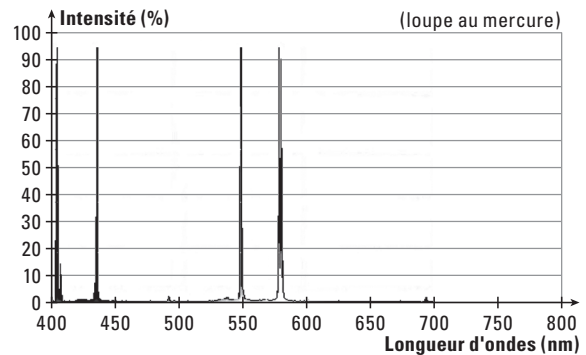
Ex. 10 La notice technique d'un tube fluorescent « néon » indique :

« Ces tubes contiennent du mercure (Hg) soumis à des décharges électriques. La lumière émise par le mercure est transformée en lumière blanche par une poudre déposée sur la paroi intérieure du tube. La poudre contient des composés d'euprium (Eu) et de terbium (Tb), qui produisent des raies rouges et oranges pour l'euprium, et vertes et bleues pour le terbium ».

Au laboratoire on réalise le spectre en intensité de la lumière d'un tube « néon » (spectre a ci-dessous).



On donne comme référence le spectre en intensité d'une lampe à vapeur de mercure (spectre ci-dessous).

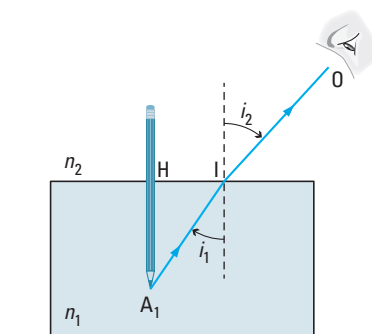


Interpréter le spectre de la lampe fluorescente.

Ex. 11 Profondeur apparente

On trempe un crayon dans l'eau, orthogonalement à la surface de l'eau supposée plane.

L'extrémité A_1 du crayon immergé est repérable par une petite tache de couleur. Ce point envoie de la lumière vers un observateur qui la reçoit dans la direction IO proche de la verticale.



a) Exprimer la profondeur apparente HA_2 en fonction de n_1, n_2 et HA_1 .

b) Application : un observateur estime le fond de la rivière, situé à l'aplomb d'un pont, à 2 m sous la surface. Quelle est la profondeur réelle de la rivière ?

Dans l'air, la couleur rouge de la tache sur le crayon correspond à une lumière de longueur d'onde $\lambda_{\text{air}} = 633 \text{ nm}$.

c) Quelle est la longueur d'onde λ_{eau} de cette lumière dans l'eau ?

d) À quelle couleur correspondrait dans l'air la longueur d'onde précédemment calculée ?

e) Quelle serait la couleur de la tache si on la regardait dans l'eau en supposant que la lumière n'est pas absorbée par l'eau ?

Ex. 12 Introduction au microscope

Un microscope simplifié est constitué de deux lentilles minces convergentes : une lentille d'entrée L_1 (objectif) et une lentille L_2 (oculaire). Leurs distances focales respectives sont $f'_1 = 5 \text{ mm}$ et $f'_2 = 20 \text{ mm}$. La distance Δ séparant le foyer image de L_1 et le foyer objet de L_2 est appelée intervalle optique.

On prendra ici $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = 17 \text{ mm}$.

Le microscope est réglé de manière à limiter la fatigue visuelle de l'utilisateur : l'image $A'B'$ définitive se situe donc à l'infini. L'œil de l'observateur est proche du foyer image de l'oculaire.

a) En utilisant les relations de conjugaison déterminer la position de l'objet à observer.

b) Faire une construction géométrique soignée pour un objet AB perpendiculaire à l'axe optique et tracer la marche d'un faisceau lumineux issu de B .

c) Calculer le grandissement de l'objectif.

d) Exprimer l'angle α' sous lequel est vue l'image définitive en fonction de Δ, f'_1, f'_2 et AB .

e) L'observation à l'œil nu de l'objet à la distance minimale de vision nette $d_m = 25 \text{ cm}$ est faite sous un angle α .

Déterminer le grossissement commercial $G_C = \frac{\alpha'}{\alpha}$ du microscope. En déduire la puissance intrinsèque du microscope définie par le rapport $\frac{G_C}{d_m}$.

Ex. 13 Fibre optique à saut d'indice

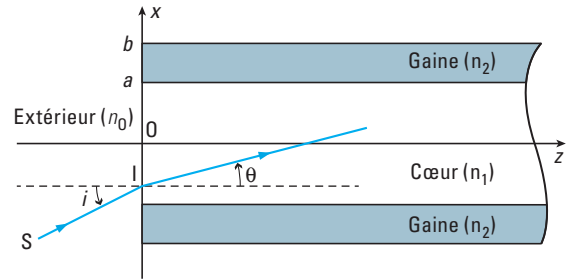
Soit une fibre optique F constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 , entourée d'une gaine d'indice n_2 inférieur à n_1 et de rayon extérieur b . Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires au cylindre d'axe Oz formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0 et pour les applications numériques on supposera que ce milieu est de l'air pour lequel $n_0 = 1$.

a) « Zigzag » plan

Un rayon lumineux SI arrive en un point I sur la face d'entrée de la fibre. À quelle(s) condition(s) d'incidence ce rayon a-t-il, dans la fibre, un trajet plan ?

On considère un rayon SI incident sur le cœur et contenu dans le plan Oxz .

On appelle i l'angle d'incidence et θ l'angle de la réfraction sur la face d'entrée de la fibre.



b) Déterminer en fonction de n_0, n_1 et n_2 la condition que doit satisfaire i pour que le rayon réfracté ait une propagation guidée dans le cœur.

La valeur maximale de i est alors désignée par i_a (angle d'acceptance de la fibre).

c) On appelle ouverture numérique (O.N.) du guide la quantité $O.N. = n_0 \sin i_a$.

Exprimer O.N. en fonction de n_1 et n_2 .

d) Calculer i_a et O.N. pour une fibre d'indices $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone).

Quelle serait la valeur de ces grandeurs pour un guide à base d'arséniure de gallium pour lequel $n_1 = 3,9$ et $n_2 = 3,0$? Commenter.

Ex. 14 L'œil

1) Le diamètre de la pupille de l'iris varie entre $d_1 = 2 \text{ mm}$ et $d_2 = 8 \text{ mm}$. L'intensité lumineuse I reçue par la rétine est proportionnelle à l'aire de la pupille. Quel est le rapport η entre la plus grande intensité et la plus petite intensité entrant dans l'œil ?

2) En photographie (cf. exercice 9) une variation du diaphragme d'une unité fait varier l'intensité d'un rapport 2. Sur quelle plage de diaphragme l'œil évolue-t-il ?

3) On adopte le modèle de l'œil réduit de la figure 54 du cours. La distance entre deux photorécepteurs de la rétine est environ $d_3 = 4 \mu\text{m}$. Quelle est la taille m du plus petit détail visible par l'œil à la distance minimale de vision conventionnelle $d_m = 25 \text{ cm}$?

4) Comparer le résultat précédent à la valeur connue de la résolution de l'œil : $\alpha_m = 5 \times 10^{-4} \text{ rad}$. Interpréter.

5) La myopie est due à un œil trop convergent. Au repos, son plan focal image est en avant de la rétine.

a) Faire un dessin et montrer qu'un œil myope ne peut voir correctement les objets éloignés.

b) Un œil myope a son punctum remotum à 1 mètre et son punctum proximum à 10 cm.

Faire un dessin montrant l'œil observant le punctum remotum.

c) Calculer la vergence de la lentille mince qu'il faut placer à 2 cm de son centre optique pour le rendre normal et faire un dessin montrant la correction de vision.

d) Quelle est alors sa distance minimale de vision ?

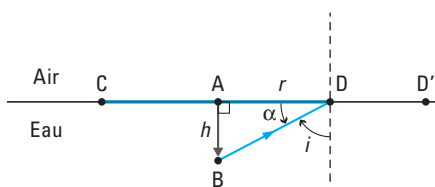
Solutions des exercices

Exercices Niveau 1

Exercice 1

- 1) La lampe spectrale, comme son nom l'indique, a un spectre discret, ce qui est le cas du spectre proposé. S'il s'agit du mercure, il a son empreinte particulière, connue (cf. paragraphe B.2). Elle semble correspondre qualitativement à celle du mercure (jaune, vert, indigo, violet). Vérifions si les longueurs d'onde concordent. On mesure la distance D entre le doublet jaune (579 nm) et la raie indigo (435 nm). En mesurant la distance d entre la raie jaune et la raie verte on voit que $d = 0,22 \times D$. On en déduit que l'écart en longueur d'onde entre la raie verte et la raie jaune est : $\Delta\lambda = 0,22 \times (579 - 435) ; 32 \text{ nm}$, ce qui donne une longueur d'onde pour la radiation verte $\lambda_{\text{verte}} = 579 - 32 = 547 \text{ nm}$, ce qui est conforme à ce qui est connu (cf. paragraphe B.2). Pour la raie violette on trouve $\Delta\lambda = 1,22 \times (579 - 435) ; 175 \text{ nm}$ et $\lambda_{\text{violet}} = 579 - 175 = 403 \text{ nm}$, valeur elle aussi conforme. L'étudiant a raison.
- 2) On reconnaît un spectre continu équilibré en couleurs : c'est celui de la lumière blanche, comme celle du Soleil.
- 3) Il s'agit d'un spectre de raies d'absorption sur fond de spectre continu. C'est en fait le spectre d'absorption de la lumière solaire au cours de la traversée de la couronne solaire et de l'atmosphère terrestre.
- 4) Le spectre est continu mais il manque les radiations rouges alors que les radiations bleues sont très présentes. Il s'agit du spectre d'une étoile chaude, comme l'indique la loi de Wien (c'est en fait le spectre de l'étoile Naos, de température 40 000 K). On distingue quelques raies d'absorption.

Exercice 2



AB matérialise la grenouille et CD le nénuphar.

💡 Pour que la grenouille ne soit pas vue depuis l'air, il faut que le rayon BD soit toujours réfléchi totalement. Tout autre rayon BD' le sera alors obligatoirement puisque $\widehat{ADB} > \widehat{AD'B}$ (cours paragraphe G2).

On a donc $i > i_{\text{lim}}$ donc $\alpha < \frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}}$ et $\tan \alpha < \tan\left(\frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}}\right)$.

Or, $\tan \alpha = \frac{AB}{AD} = \frac{h}{r} < \tan\left(\frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}}\right)$.

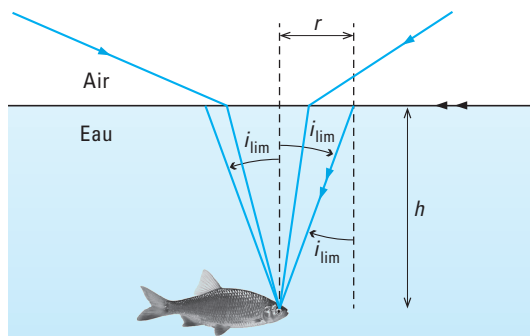
La hauteur de la grenouille doit être : $h < r \tan\left(\frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}}\right)$ avec $i_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}}\right)$.

A.N. : $h < 4,4 \text{ cm}$, ce qui est tout à fait plausible.

Exercice 3

a) Par application du principe du retour inverse de la lumière, l'œil du poisson voit la zone de l'espace d'où il peut être vu.

Le poisson voit donc tout l'espace situé dans l'air au travers d'un cône de demi-angle au sommet égal à l'angle limite de réfraction. En dehors de ce cône, il y a réflexion totale (cours paragraphe G).

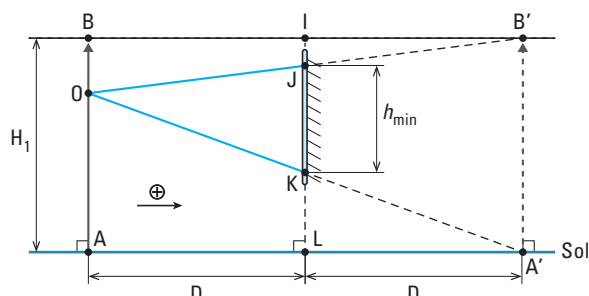


Comme $i_{\text{lim}} = \text{Arc sin}\left(\frac{1}{1,33}\right) \approx 49^\circ$, le poisson voit l'espace situé au-delà de la surface de l'eau sous un cône d'angle 98° , dont l'intersection avec la surface de l'eau est un disque de rayon r .

b) Avec $\tan(i_{\text{lim}}) = \frac{r}{h}$, on obtient $h = \frac{r}{\tan(i_{\text{lim}})} = 2,6 \text{ m}$.

Exercice 4

On commence par effectuer une construction géométrique de l'image A'B' d'un homme AB en notant O la position de l'œil. On ajuste sur la construction la hauteur du miroir pour que l'homme puisse s'y voir entièrement. La distance D entre l'objet AB et le miroir n'est pas précisée dans l'énoncé :



A'B' est virtuelle et symétrique de AB par rapport au plan du miroir.

Cette figure nous montre que : $h_{\text{min}} = H_1 - \text{IJ} - \text{KL}$ (1)

Le théorème de Thalès appliqué dans les triangles semblables (A'KL) et (A'AO) donne :

$$\frac{\text{KL}}{\text{OA}} = \frac{\text{D}}{2\text{D}} \Leftrightarrow \text{KL} = \frac{\text{OA}}{2} \quad (2).$$

De même dans les triangles semblables (B'IJ) et (B'BO) : $\frac{\text{IJ}}{\text{BO}} = \frac{\text{D}}{2\text{D}} \Leftrightarrow \text{IJ} = \frac{\text{BO}}{2}$ (3).

Reportons (2) et (3) dans (1).

$$h_{\text{min}} = H_1 - \frac{\text{BO}}{2} - \frac{\text{OA}}{2} \text{ avec } \text{BO} + \text{OA} = \text{AB} = H_1. \text{ Ainsi : } h_{\text{min}} = H_1 - \frac{H_1}{2} = \frac{H_1}{2}$$

A.N. : $h_{\text{min}} = 0,90 \text{ m}$.

Commentaire : on constate que le résultat ne dépend ni de l'éloignement de l'homme au miroir ni de la position de son œil.

Exercice 5

1)

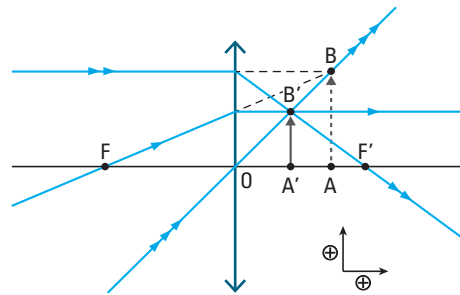


Image réelle, droite ($0 < \gamma < 1$)

2)

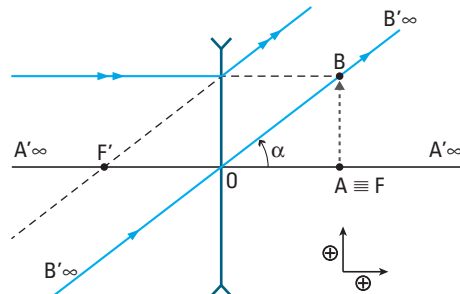


Image à l'infini, vue sous un angle $\alpha = \frac{AB}{f}$ (le grandissement n'est pas défini)

3)

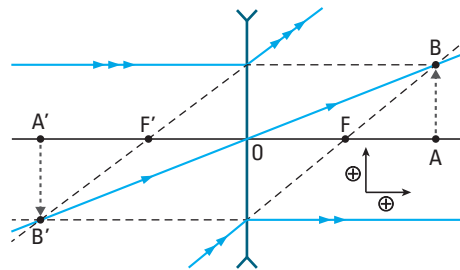


Image virtuelle, renversée, plus grande ($-\infty < \gamma < -1$)

4)

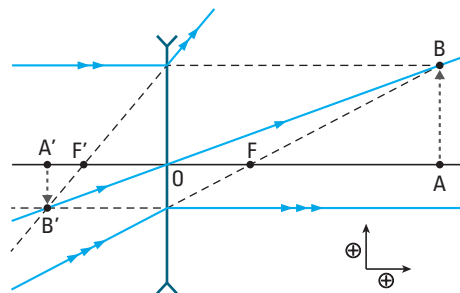


Image virtuelle, renversée, plus petite ($-1 < \gamma < 0$)

5)

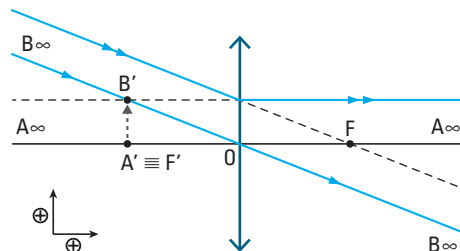


Image virtuelle dans le plan focal image (le grandissement n'est pas défini car l'objet est à l'infini)

Exercices niveau 2

Exercice 6

Les angles sont donnés par la relation $\sin \theta = \frac{m\lambda}{a}$ (cf paragraphe B.1) avec $m = 2$ et $a = \frac{10^{-3}}{800}$ m, $\lambda_{\text{indigo}} = 435$ nm

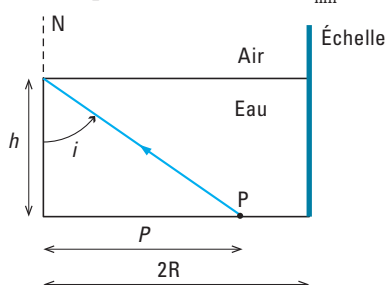
et $\lambda_{\text{verte}} = 546$ nm on obtient $\theta_{\text{indigo}} = 44,10^\circ$ et $\theta_{\text{verte}} = 60,87^\circ$. Entre ces radiations on mesurera un angle de $60,87^\circ - 44,10^\circ = 16,77^\circ$ soit $16^\circ 46'$.

Exercice 7

L'observateur, proche de la surface, voit les rayons qui émergent de manière rasante, donc avec un angle de 90° par rapport à la normale. L'angle d'incidence i est donc l'angle limite de réfraction.

Sur le fond de la piscine, le point p le plus éloigné vu par l'observateur est à la distance :

$$p = h \tan i = h \tan i_{\text{lim}}.$$



$$\text{A.N. : } p = h \tan \left(\text{Arcsin} \left(\frac{1}{n} \right) \right) = 2,28 \text{ m}$$

Comme $p < 2R$, l'observateur ne peut voir le pied de l'échelle.

Exercice 8

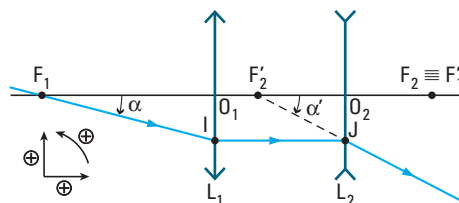
a) Pour le confort de l'œil (pas d'accommodation), le doublet doit être afocal. Ainsi l'image d'un objet situé à l'infini se forme elle aussi à l'infini.

Alors : $A_\infty \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F'_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$

Il vient immédiatement : $\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F_2 O_2} = f'_1 + f'_2$.

A.N. : $\overline{O_1 O_2} = 50 - 5 = 45$ cm.

b) Construction géométrique du trajet suivi par un rayon lumineux :



Le grossissement angulaire G est défini par : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Détermination géométrique du grossissement angulaire :

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\overline{O_1 I}}{\overline{F_1 O_1}} ; \alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{\overline{O_2 J}}{\overline{F'_2 O_2}} ; \overline{O_1 I} = \overline{O_2 J}$$

$$\text{et donc : } G = \frac{\overline{O_2 J}}{\overline{F'_2 O_2}} \cdot \frac{\overline{F_1 O_1}}{\overline{O_1 I}} = \frac{\overline{F_1 O_1}}{\overline{F'_2 O_2}} = -\frac{f'_1}{f_2}$$

⚠ La tangente d'un angle est une grandeur algébrique.

Commentaire : le grossissement angulaire est positif, il peut donc s'agir d'une lunette d'observation terrestre.

c) On a désormais : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F_{12} \xrightarrow{L_2} A'_\infty$. A_1 se confond avec F_2 pour assurer l'afocalité du système.

Ici il est plus judicieux d'utiliser la relation de Newton pour L_1 afin de déterminer la nouvelle position de L_1 . En effet $\overline{F'_1 F_2}$ indiquera la translation cherchée puisqu'au départ F'_1 est en F_2 .

$$\text{Ainsi : } \overline{F_1 A} \cdot \overline{F'_1 F_2} = -f'^2_1 \Leftrightarrow \overline{F'_1 F_2} = -\frac{f'^2_1}{\overline{F_1 A}}$$

$$\text{A.N. : } \overline{F'_1 F_2} \approx 5,6 \text{ cm.}$$

Il faut éloigner l'oculaire d'environ 5,6 cm de l'objectif.

Exercice 9

a) Les positions de l'objet et de la pellicule sont repérées par rapport au plan de la lentille, on utilise donc la relation de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \overline{OA'} = \frac{f' \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + f'}$$

$$\text{A.N. : pour } \overline{OA} = -x = -60 \text{ cm, } \overline{OA'} = d_{\max} = 54,5 \text{ mm}$$

$$\text{pour } \overline{OA} \rightarrow -\infty, \overline{OA'} = \overline{OF'} = d_{\min} = 50 \text{ mm.}$$

b) Pour que le développement du film photo soit satisfaisant, l'énergie lumineuse \mathcal{E} (l'exposition) reçue par celui-ci doit être maintenue constante en jouant sur t_e et N .

$$\text{On a } \mathcal{E} = k \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot t_e \text{ (où } k \text{ est une constante de proportionnalité)}$$

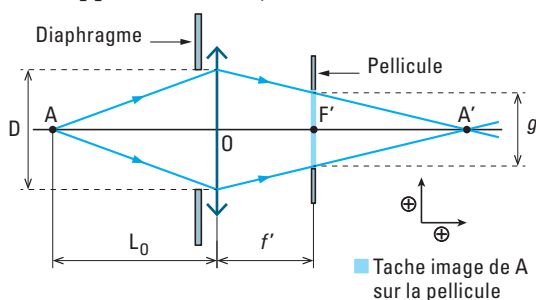
$$\text{or : } N = \frac{b'}{D}, \text{ donc : } \frac{N^2}{t_e} = \frac{k\pi f'^2}{4\epsilon} = \text{cte pour } f' \text{ donnée et une exposition } \epsilon \text{ convenablement choisie.}$$

Si on remarque que la suite des valeurs de N proposées correspond à une progression géométrique de raison $\sqrt{2}$ (ex : $16 \approx 11 \times \sqrt{2}$), et que celle des durées d'exposition t_e est de raison $\frac{1}{2}$, on remarque que pour une exposition convenablement choisie, par exemple $\left(11, \frac{1}{250}\right)$, on ne change quasiment

pas l'exposition si N et t_e passent à la valeur juste supérieure $\left(\frac{N^2}{t_e} \approx \text{cte}\right)$. Ainsi le réglage $\left(11, \frac{1}{250}\right)$

donne la même exposition que le choix $\left(16, \frac{1}{125}\right)$, à 6 % près.

c) Il faut effectuer la construction graphique dans le cas limite où la taille de la tache image est juste égale à g . L'appareil étant réglé à l'infini, la pellicule se situe dans le plan focal image de la lentille. L_0 est la distance minimale d'approche de l'objet A de la lentille.



Détermination de L_0 :

Le théorème de Thalès donne $\frac{\overline{OA'}}{f'A'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA'} - f'} = \frac{D}{g}$ avec $\overline{OA'} > f' > 0$.

On en déduit que $\overline{OA'} = \frac{-b'}{g-D}$ (1).

Or $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'} = \frac{-L_0 \cdot f'}{-L_0 + f'}$ (2)

sachant que $N = \frac{b'}{D}$, en également (1) et (2) il vient après simplification : $L_0 = \frac{f'^2}{g \cdot N}$.

d) • Mise en évidence de la profondeur de champ P_f :

La figure précédente permet rapidement de déterminer P_f dans le cas présent. Si l'objet A s'éloigne de la lentille, la tache diminue de diamètre ; ainsi tous les objets situés à une distance de la lentille au moins égale à L_0 , donneront une image nette sur la pellicule.

• Variation de P_f avec N ou f' :

Si N augmente alors L_0 diminue et on augmente la profondeur de champ. Inversement, si f' augmente P_f diminue.

Exercices niveau 3

Exercice 10

Dans le spectre du tube néon, les radiations rouges sont dues à l'euporium car les radiations rouges sont absentes (significativement) du spectre du mercure (vapeur de mercure pour être précis).

L'importance des radiations vertes dans le spectre du tube est due au terbium, tout comme la radiation bleue à la longueur d'onde 490 nm.

On reconnaît nettement dans le spectre du tube néon les radiations propres de l'élément mercure vues au paragraphe B.2 du cours (jaune, verte, indigo, violette).

Cependant, les radiations jaunes émises par la vapeur de mercure sont atténuées et réémises par la poudre sur un domaine plus large.

La présence d'euporium et de terbium permet de rééquilibrer le spectre du mercure, pour le rapprocher du spectre de la lumière blanche. En effet, la lumière de la vapeur de mercure ne comportant pas de radiations rouges, elle est bleuâtre.

Enfin, la lumière du tube « néon », si elle est rééquilibrée en rouge, est par contre pauvre en radiations bleues ; cette lumière ne sera donc pas blanche, mais légèrement rouge (du moins celle du tube testé, qui était déjà ancien).

Exercice 11



L'observateur voit le point A_1 en A_2 car notre cerveau interprète les images en prenant comme a priori le fait que la lumière se propage en ligne droite. La lumière venant de IO, le cerveau imagine qu'elle est partie de A_2 (voir figure suivante).

a) On a $\widehat{HA_1I} = i_1$ et $\widehat{HA_2I} = i_2$, de sorte que $HI = HA_1 \tan i_1$ et $HI = HA_2 \tan i_2$ donc $HA_1 \tan i_1 = HA_2 \tan i_2$ (1).

La loi de la réfraction donne $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ (2) et en divisant (1) par (2) on obtient :

$$\frac{HA_1}{n_1 \cos i_1} = \frac{HA_2}{n_2 \cos i_2}$$

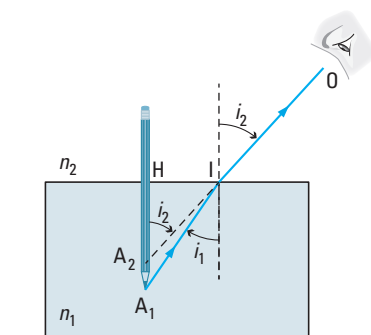
Si les angles i_1 et i_2 sont petits puisque IO est proche de la verticale, alors $\cos i_1 \approx 1$ et $\cos i_2 \approx 1$.

Ainsi $\frac{HA_1}{n_1} = \frac{HA_2}{n_2}$ soit $HA_2 = \frac{n_2}{n_1} HA_1$.

Comme ici $n_1 > n_2$ on a : $HA_1 > HA_2$. Ceci explique que la pêche au harpon depuis une barque, en dehors de la verticale, est hasardeuse...

Comme les indices sont positifs, A_1 et A_2 sont du même côté de H (l'image est l'espace objet) et la relation de conjugaison du dioptré/plan s'écrit :

$$n_1 \overline{HA_2} = n_2 \overline{HA_1}.$$



b) $HA_1 = \frac{n_1}{n_2} HA_2 = \frac{1,33}{1} \times 2 = 2,66 \text{ m.}$

c)) Comme $n_{\text{air}} = 1,00$ on a : $\lambda_{\text{air}} \approx \lambda_{\text{vide}} = cT$.

Or $\lambda_{\text{eau}} = v \times T$ avec $n_{\text{eau}} = \frac{c}{v}$ donc $\lambda_{\text{eau}} = \frac{cT}{n_{\text{eau}}} = \frac{\lambda_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \frac{633}{1,33} = 475 \text{ nm.}$

d) Dans l'air la longueur d'onde 475 nm correspond à la couleur bleue.

e) Dans l'eau la tache est encore de couleur rouge car l'œil est sensible à la fréquence et non à la longueur d'onde.

Exercice 12

a) $A \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$; A_1 est confondu avec F_2 pour limiter la fatigue de l'œil.

L'image intermédiaire A_1 étant confondue avec F_2 et l'énoncé donnant la valeur de $\overline{F'_1 F_2}$, on applique la relation de Newton pour L_1 :

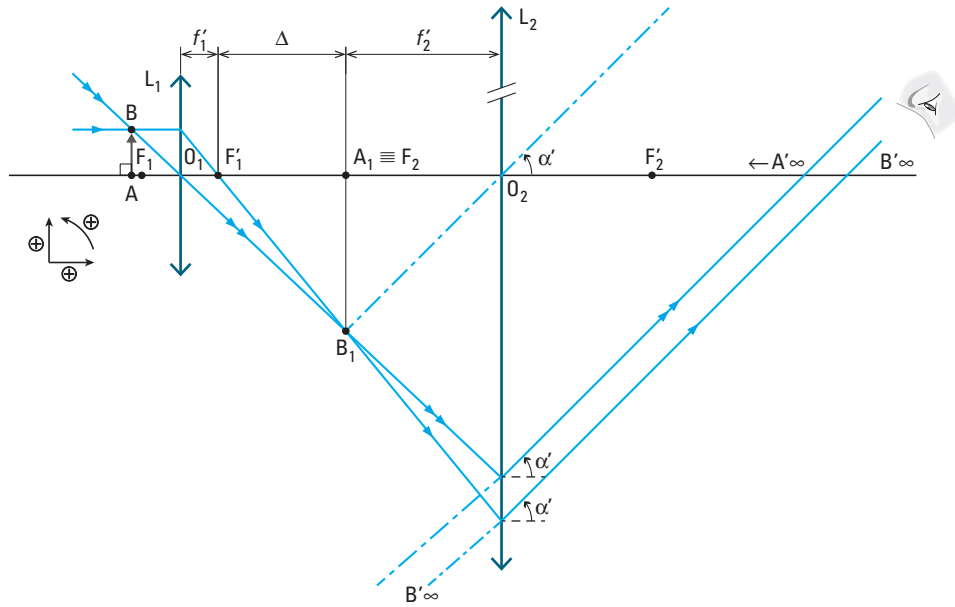
$$\overline{F_1 A} \cdot \overline{F'_1 F_2} = -f_1'^2 \text{ avec } \overline{F'_1 F_2} = \Delta$$

$$\text{d'où : } \overline{F_1 A} = -\frac{f_1'^2}{\Delta}$$

$$\text{A.N. : } \overline{F_1 A} = -0,147 \text{ mm.}$$

Commentaire : l'objet est pratiquement situé au foyer objet de l'objectif et même très proche de celui-ci ($f_1' = 5 \text{ mm}$). Un utilisateur peu vigilant peut casser la lamelle support lors de sa mise au point.

b)



Commentaire : il n'est pas gênant d'avoir une image renversée avec cet instrument d'optique.

c) $\gamma_{L_1} = \frac{f_1'}{F_1A} = \frac{f_1'}{-f_1'^2 / \Delta} = -\frac{\Delta}{f_1'}$ d'après la relation de Newton.

A.N. : $\gamma_{L_1} = -\frac{170}{5} = -34$.

d) $\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$ ($\alpha' > 0$) avec $A_1B_1 = |\gamma_{L_1}| \cdot AB$ et $|\gamma_{L_1}| = \frac{\Delta}{f_1'}$, d'où : $\alpha' = \frac{\Delta \cdot AB}{f_1' f_2'}$.

Commentaire : l'approximation $\alpha' \approx \tan \alpha'$ est acceptable si $\alpha' < 10^\circ \approx 0,17$ radian ce qui permet de montrer que l'objet doit être de dimension $AB < 0,17 \times \frac{f_1' f_2'}{\Delta} \approx 0,1 \text{ mm}$.

e) • Grossissement commercial :

$$G_C = \frac{\alpha'}{\alpha} \text{ avec } \alpha \approx \tan \alpha = \frac{AB}{d_m} \Rightarrow G_C = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{\Delta \cdot AB}{f_1' f_2'}}{\frac{AB}{d_m}} = \frac{\Delta \cdot d_m}{f_1' f_2'}$$

A.N. : $G_C = 425$.

• Puissance intrinsèque :

$$P_i = \frac{G_C}{d_m}$$

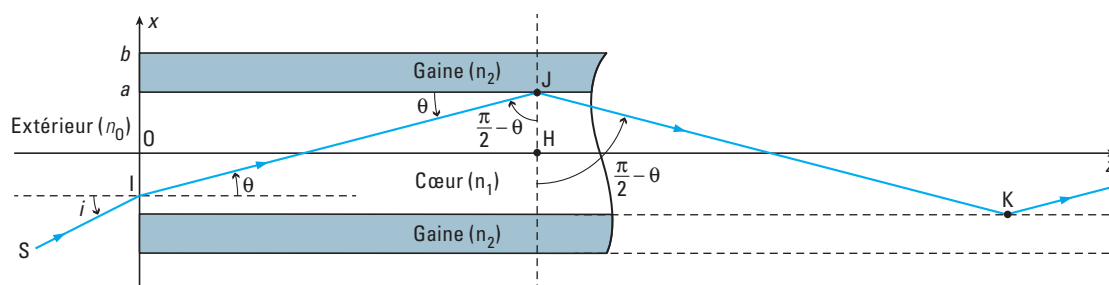
A.N. : $P_i = 1\,700 \text{ m}^{-1}$.

Exercice 13

a) Le trajet sera plan si le rayon réfléchi sur la face a revient dans le plan d'incidence. Pour cela, il faut que le plan, tangent au point d'incidence sur la face a, soit perpendiculaire au rayon incident. Ceci ne se produit que si l'axe de la fibre est dans le plan d'incidence.

Ce plan d'incidence étant supposé le même pour toute la propagation, il en est de même en I : le rayon incident et la normale, qui définissent le plan d'incidence, doivent contenir l'axe de la fibre.

b) Pour que le rayon reste dans le cœur il faut que la réflexion soit totale en J.



Or, $\widehat{IJH} = \frac{\pi}{2} - \theta$. On doit donc avoir $\frac{\pi}{2} - \theta > i_{\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$.

Ainsi, $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) > \sin \left(\text{Arc sin} \frac{n_2}{n_1} \right) = \frac{n_2}{n_1}$ donc $\cos \theta > \frac{n_2}{n_1}$ (1)

Or $n_0 \sin i = n_1 \sin \theta \Leftrightarrow \sin \theta = n_0 \frac{\sin i}{n_1}$.

(1) donne : $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} > \frac{n_2}{n_1}$ soit $\sqrt{1 - n_0^2 \frac{\sin^2 i}{n_1^2}} > \frac{n_2}{n_1}$

$\frac{n_1^2 - n_0^2 \sin^2 i}{n_1^2} > \frac{n_2^2}{n_1^2} \Leftrightarrow \sin i < \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$ avec $i \in \left[0 ; \frac{\pi}{2} \right]$.

Il existe donc une valeur maximale de i , qui vérifie $\sin i_a = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$ pour laquelle le rayon subit la réflexion totale dans la gaine. Au-delà de cet angle, ce ne sera plus le cas.

c) O.N. = $n_0 \sin i_a$.

Il vient immédiatement O.N. = $\frac{n_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
O.N. = $\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

d) $n_1 = 1,456$ (silice), $n_2 = 1,410$ silicone

$i_a = 0,37$ rad ou 21° O.N. $\approx 0,36$

$\left. \begin{array}{l} n_1 = 3,9 \\ n_2 = 3,0 \end{array} \right\}$ arséniure de gallium. La valeur de $\sin i_a$ est supérieure à 1 ! ; i_a peut donc prendre la valeur

$\frac{\pi}{2}$. Il n'y a pas de limite à l'angle d'acceptance de la fibre. On a aussi O.N. = 1.

Exercice 14

$$1) \eta = \frac{kS_2}{kS_1} = \frac{\pi \frac{d_2^2}{4}}{\pi \frac{d_1^2}{4}} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 16.$$

2) Comme $16 = 2^4$, l'œil évolue sur quatre diaphragmes.

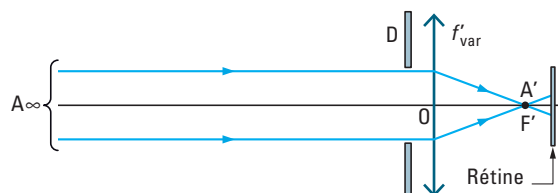
3) Le plus petit détail visible m et l'écart entre deux photorécepteurs d_3 sont en situation de Thalès par rapport au centre optique O de l'œil réduit. On a donc $\frac{m}{d_3} = \frac{d_m}{L}$ avec $L = 15$ mm.

On en déduit que $m = \frac{d_m}{L} d_3 = 66 \mu\text{m}$.

4) On a directement $\tan \alpha = \frac{m}{d_m} = 2,6 \times 10^{-4}$ d'où $\alpha \approx 2,6 \times 10^{-4}$ rad.

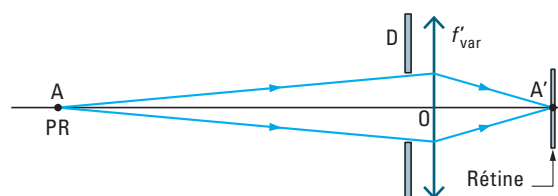
L'ordre de grandeur est bon. La différence des deux résultats vient de ce qu'il ne faut pas oublier la diffraction créée par la pupille qu'un calcul permet d'évaluer à 4×10^{-4} rad, ce qui montre que les cellules de la rétine sont parfaitement adaptées à la limite de résolution de la pupille. Il ne faut donc pas seulement tenir compte de la dimension du photorécepteur.

5) a)

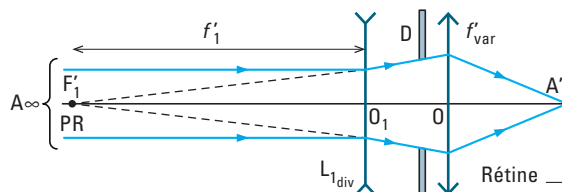


L'image A' ne se forme pas sur la rétine où l'on observe une tache lumineuse.

b)



c) L'excès de convergence de l'œil doit être compensé par une divergence du faisceau. Il faut donc ajouter une lentille divergente devant l'œil. Cette lentille doit renvoyer le punctum remotum à l'infini (position qu'il occupe pour un œil normal). Il faut donc faire coïncider le PR avec le foyer image de la lentille divergente: $f'_1 = -OF'_1 + O_1O = -98$ cm et $V = -1,02$ dioptrie.



d) Le nouveau punctum proximum A' est l'image de A l'ancien punctum proximum (à 10 cm du cristallin et donc à 8 cm en avant de la lentille divergente) donné par la lentille divergente.

En appliquant la relation de Descartes, $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f'}$ on trouve $\overline{O_1A'} = \frac{(-8)(-98)}{-8-98} = -7,4$ cm.

On en déduit que la distance minimale de vision est $d_m = OO_1 + \overline{O_1A'} = 9,4$ cm. L'œil myope corrigé voit encore mieux de près.

Approche documentaire

À propos de l'appareil de photographie numérique

L'appareil de photographie numérique (APN) est (en images discontinues) la copie de l'œil (images continues) si l'objectif de l'APN est à focale variable du type « zoom », ce que nous supposons, le cas des objectifs à focale fixe s'y réduisant. Chacun des éléments organiques de l'œil est remplacé par son correspondant matériel. L'œil réduit (fig. 54) version APN, est alors composé successivement d'un objectif simplifié sous la forme d'une lentille convergente (fig. 57) de focale f' (notée f en photographie), d'un diaphragme quasi-circulaire dont le diamètre D est réglable, d'un obturateur fermé au repos et qui s'ouvre pour une durée T réglable au moment de la prise de vue photographique, et enfin d'un capteur sous forme de matrice CCD (ou CMOS, ou sous forme de couche chimique photosensible dans un « argentique »). Une différence notable entre l'œil et l'APN réside dans la mise au point de l'APN qui se fait en modifiant L (fig. 54) ce qui est différent de l'accommodation de l'œil par variation de sa focale. Le réglage du diaphragme et celui du temps de pose contrôlent la quantité de lumière reçue par le capteur, ce qui définit l'exposition \mathcal{E} (voir l'expression de \mathcal{E} dans la question b de l'exercice 9). Nous supposons que :

- la condition de conjugaison objet/image est réalisée.
- l'APN est réglé en mode manuel, et non en mode auto, ce qui veut dire que l'expérimentateur fait le choix des réglages de focale f , de temps de pose T et de diamètre D du diaphragme.
- sauf indication contraire, la sensibilité est réglée à ISO 100 (doc 1).

Problématique : la relation de conjugaison objet/image suffit-elle pour obtenir une image correcte ?

Influence de la focale

Les conditions d'exposition sont supposées convenablement choisies.

On s'intéresse à l'influence de la focale sur le champ angulaire (doc 2).

Trois photographies P1, P2, P3 sont réalisées avec un APN, placé à 24 m de la façade photographiée. Les focales indiquées sont lues sur l'APN (doc 3).

Exploiter ces photographies. On pourra : calculer les focales équivalentes ; commenter l'évolution que montrent ces trois photographies ; à partir des deux indications de distances données et des définitions, mesurer par deux méthodes (une dans l'espace image, l'autre dans l'espace objet) la valeur de chaque champ angulaire et commenter les résultats. Rép : $\alpha_1 \approx 75^\circ$; $\alpha_2 \approx 30^\circ$; $\alpha_3 \approx 15^\circ$.

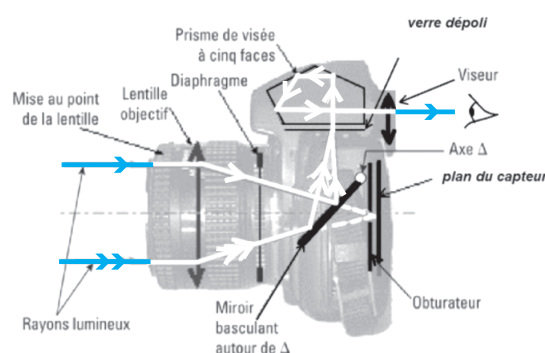


Fig. 57. Appareil de photographie réflexe.



Fig. P1. $f = 18 \text{ mm}$



Fig. P2. $f = 50 \text{ mm}$



Fig. P3. $f = 105 \text{ mm}$

2,90 m

Influence du temps de pose T et du diamètre D du diaphragme sur l'exposition



Fig. P4. $T = 1/50 \text{ s}$; $N = 11$



Fig. P5. $T = 1/10 \text{ s}$; $N = 11$



Fig. P6. $T = 1 \text{ s}$; $N = 11$

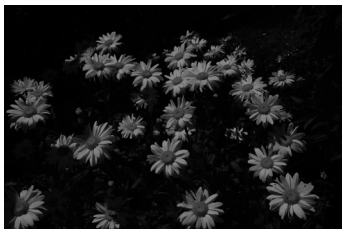


Fig. P7. $T = 1/320 \text{ s}$; $N = 18$



Fig. P8. $T = 1/320 \text{ s}$; $N = 9$



Fig. P9. $T = 1/320 \text{ s}$; $N = 4$

La focale $f' = 25 \text{ mm}$ est la même pour les documents P4 à P9. Les expositions des figures P5 et P8 sont convenablement choisies. **Déduire de ces deux séries de trois photographies l'influence de T et D sur l'exposition.** Pour les compléments théoriques, se référer à l'exercice 9 et au document 4.

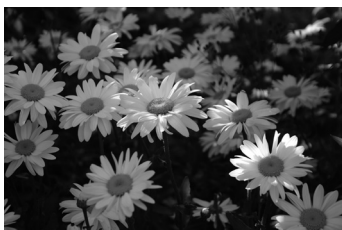


Fig. P10. $N = 32$; $T = 1/2,5 \text{ s}$; $f' = 50 \text{ mm}$

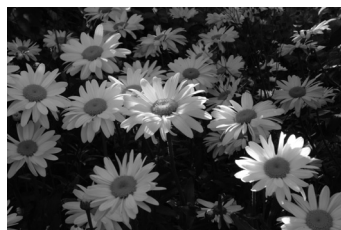


Fig. P11. $N = 5$; $T = 1/100 \text{ s}$; $f' = 50 \text{ mm}$

Les documents P10 et P11 présentent deux photographies d'exposition convenablement choisies.

Calculer $\frac{N^2}{T}$ dans chaque cas. Conclure. Se référer à l'exercice 9.

Influence du diamètre D du diaphragme sur la profondeur de champ

Un alignement de crayons à papier séparés par une distance de 5 cm est photographié en plongée avec $f = 105$ mm. L'exposition est supposée convenablement choisie. La mise au point est faite sur le crayon portant une marque blanche, situé à la distance $d = 1,02$ m de l'objectif.



Fig P12. $N = 5,6$; la zone de netteté se situe entre 0,97 m et 1,12 m

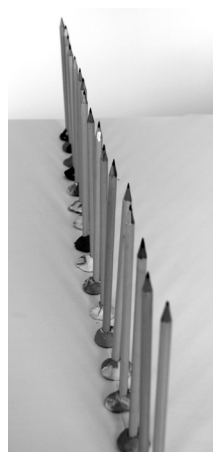


Fig P13. $N = 36$; la zone de netteté débute à 0,70 m ; sa limite supérieure n'est pas mesurable ici (netteté de tous les crayons présents au-delà de 0,70 m)

Pour une exposition correctement choisie, comment faut-il régler D pour augmenter la profondeur de champ ? Justifier. (voir l'exercice 9 et le document 5).

La dimension du capteur est en cause dans la notion de profondeur de champ ([doc. 5](#)). **Calculer la dimension g de ce « capteur » en utilisant les données fournies par les photographies et le document D5. Comparer la valeur g trouvée à celle g_{capt} du capteur donnée par les documents 3 et 6.**

Rép : $g \approx 2 \times 10^{-4}$ m ; $g_{\text{capt}} \approx 10^{-5}$ (dimension d'un quadruplet de photosites, [doc. 6](#)).

Que faut-il en conclure ?

On précise que les mesures ont été réalisées en tenant compte du flou observé **sur le verre dépoli** de l'APN ([fig. 55](#)), pendant la phase de réglage qui précède l'acquisition photographique. Les images acquises ont été automatiquement échantillonnées à 300 DPI ([doc. 7](#)) avant observation sur un écran (à 120 DPI). Enfin, le photocomposeur du livre demande que les images soient fournies à 300 DPI. Il faut donc s'interroger sur cette valeur particulière de 300 DPI.

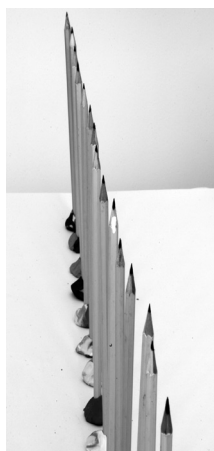


Fig P14. $N = 5,6$; $d = 0,97$ m ; $f = 35$ mm



Fig P15. $N = 5,6$; $d = 0,44$ m ; $f = 35$ mm

Déduire des figures P12, P14 et P15 l'influence de la distance focale et de la distance d de mise au point sur la profondeur de champ. Interpréter à l'aide du document D5.

Sujet en mouvement

Un véhicule est en mouvement à la vitesse 30 km/h. On réalise trois photographies à 10 m du véhicule, avec des temps de pose différents. L'exposition est supposée convenablement choisie. La sensibilité est réglée à ISO 800 et $f = 34$ mm.



Fig. P16. $N = 8$; $T = 1/50$ s



Fig. P17. $N = 8$; $T = 1/200$ s (léger flou)



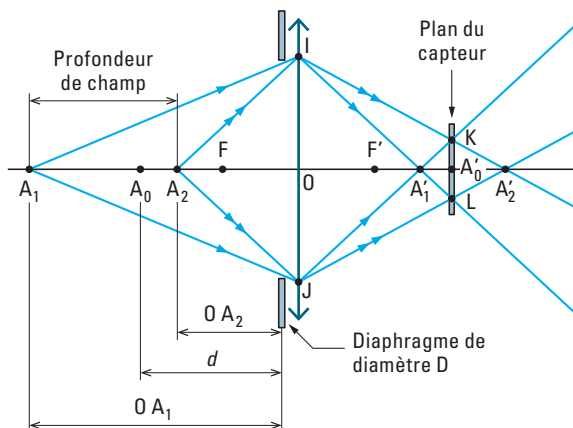
Fig. P18. $N = 4,2$; $T = 1/800$ s

Comment faut-il choisir le temps de pose pour photographier un sujet en mouvement ?

Quelle est l'origine du flou dans l'image (taille d'un quadruplet de pixels, conversion en DPI, limite de résolution de l'œil, diffraction...) ?

Quelle est la réponse à la problématique de départ : la condition de conjugaison objet/image suffit-elle pour obtenir une image correcte ? Que peut-on conclure concernant la course à la résolution ?

Doc. 5



Les points A_1 et A_2 forment la même tache KL sur le plan du capteur. Comme dans l'exercice 9, on suppose que $KL = g$, la dimension du site photosensible du capteur. Pour avoir une image nette on doit donc avoir $KL \leq g$ (voir paragraphe L2). On peut calculer la profondeur de champ en utilisant un tableur. L'algorithme est le suivant : connaissant la position de A_0 , on en déduit celle de A'_0 par conjugaison. $A'_0A'_2$ et OA'_2 sont en relation de Thalès avec g et D . OA'_2 s'exprime en fonction de $A'_0A'_2$ que l'on peut donc calculer et en déduire OA'_2 qui par conjugaison donne OA_2 . La même démarche permet de calculer OA_1 puis la profondeur de champ $OA_1 - OA_2$.

On peut ensuite changer la valeur de g pour retrouver celle qui donne des valeurs de OA_2 et OA_1 proches des valeurs expérimentales.

Si on se place dans le cas le cas $d \gg f$, ce qui signifie que A'_0, A'_1, A'_2 sont voisins de F , cela conduit à :

$$\frac{1}{OA_1} = \frac{1}{d} - \frac{gN}{f^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{OA_2} = \frac{1}{d} + \frac{gN}{f^2}.$$

Doc. 1

ISO (International Organization of Standardization) en photographie est l'échelle de mesure de la sensibilité des surfaces photosensibles. Plus le nombre associé est élevé, plus la sensibilité de la surface est grande, ce qui permet des photographies à très basse luminosité. Les références standards sont, en ISO : 50 ; 100 ; 200 ; 400 ; 800 ; 1 600 ; 3 200. On double l'exposition en passant d'une de ces références standards à la suivante par valeur croissante. Pour un APN, l'augmentation de sensibilité se fait par amplification du signal électrique recueilli, ce qui génère du bruit (amplification de données électriques étrangères à l'image) qui dégrade l'image.

Doc. 3

La taille des matrices CCD, ou CMOS, (capteur) étant très différente d'un appareil à un autre, 15,6 mm × 23,6 mm pour l'APN utilisé, il est d'usage de prendre pour référence le format 24 mm × 36 mm issu de la photographie argentique et de raisonner à focale équivalente f'_{eq} au format 24 mm × 36 mm. Il résulte de la définition du plan focal objet que la focale équivalente de l'APN utilisé est plus grande que la focale f'_{obf} affichée sur l'appareil, pour un même angle de champ. Comme le rapport de référence $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} = \frac{36 \text{ mm}}{24 \text{ mm}}$ n'est pas égal à $\frac{2}{3}$ pour tous les APN, on choisit la

diagonale comme comparaison : 43,3 mm pour la référence et 28,3 mm pour l'APN utilisé. On a donc dans notre cas :

$$f'_{eq} = \frac{43,3}{28,3} f'_{obf} = 1,53 f'_{obf}.$$

Doc. 2

Le champ angulaire α d'un objectif est l'angle du cône dans lequel doivent se situer des objets à l'infini pour apparaître sur la photographie.

Doc. 4

Une autre façon de noter l'ouverture N consiste à donner le diamètre d'ouverture D du diaphragme sous la forme $D = \frac{F}{N}$. Ainsi $N = 18$ est noté $F/18$ et donne la valeur de D à la focale considérée. Sur l'APN utilisé, à la focale 18 mm, N varie de 3,5 à 22 et de 5,6 à 38 pour la focale 105 mm.

Doc. 7

DPI ou PPM (points par pouce) – Un pouce = 2,54 cm. Les photographies destinées à l'impression sont échantillonnées à 300 DPI puis tramées à l'impression à environ 150 LPI (Lines Per Inch).

Doc. 6

Le capteur CCD ou CMOS est une matrice d'éléments sensibles à la lumière appelés photosites. L'utilisateur fait le choix d'une définition pour ses photographies, ici le mode L pour lequel le constructeur de l'APN utilisé indique qu'il y a 4 928 photosites dans la largeur et 3 264 dans la hauteur. Ceci permet de donner le nombre de pixels de l'image : 16 millions de pixels. À l'aide du document D3 on peut calculer la dimension d'un photosite et vérifier qu'elle est très petite. Un photosite accumule une charge électrique proportionnelle à la quantité de lumière reçue et ne peut donc donner qu'une seule indication lui permettant de gérer le noir et blanc. Pour la couleur, quatre photosites adjacents, en carré, sont éclairés chacun par une lumière filtrée primaire : deux sites verts, un rouge et un bleu. Il reste au calculateur à mesurer la charge de chaque photosite d'un carré et à envoyer cette pondération à l'écran dont le principe de fonctionnement est la réciproque de celle du capteur.