

Machines thermiques

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons mettre en application les résultats des chapitres précédents (premier et second principes de la thermodynamique, transition de phases, ...) pour étudier des machines thermiques concrètes telles que le moteur à explosion, le réfrigérateur ou encore la pompe à chaleur. Ces études seront complétées par l'utilisation de diagrammes.

Par ailleurs, nous nous intéresserons à l'écart qui existe entre une machine idéale réversible et une machine réelle. Enfin, nous essaierons de comprendre une partie du cahier des charges que doivent respecter les industriels lors de la conception et fabrication d'une machine thermique.

Plan du chapitre 22

A. Généralités

1. Définition	x
2. Étude d'une transformation	x
3. Étude d'un cycle de transformations	x
4. Notion d'efficacité	x

B. Machine thermique monotherme

1. Schématisation	x
2. Application des principes de la thermodynamique	x
3. Énoncé de Thomson du second principe	x

C. Machine thermique ditherme

1. Cadre général	x
2. Moteurs (zone I)	x
3. Machines frigorifiques (zone II)	x
4. Pompe à chaleur (zone II)	x

Méthodes	x
----------------	---

Exercices	x
-----------------	---

A. Généralités

A.1. Définition

A.1.1. Machine thermique

Définition 1

Machine thermique

Une machine thermique est un système thermodynamique (Σ) capable de transformer une énergie thermique en une énergie mécanique, ou réciproquement.

En pratique, une machine thermique est un dispositif dans lequel un fluide (liquide ou gaz), est mis en contact avec un ou plusieurs environnement(s) modélisable(s) par des sources de chaleur. Ce dispositif permet de récupérer ou de fournir un travail après avoir subi une ou plusieurs transformations. Par praticité, le système thermodynamique est en général **fermé** et il subit des transformations **cycliques**. Cependant cela n'a rien d'obligatoire dans la définition d'une machine thermique. En effet, il suffit de prendre par exemple de la glace que l'on placerait sur une roue. Au fur et à mesure que la glace fond, elle entraîne la roue à aube. Ainsi, le système thermodynamique constitué de la glace restante et de la roue à aube est bien une machine thermique car elle convertit de l'énergie thermique en énergie mécanique : mais ce système est ouvert et la transformation n'est pas cyclique. Néanmoins, dans le cadre du programme de première année, on se restreint surtout à des machines thermiques cycliques.

Définition 2

Machine thermique cyclique

Une machine thermique cyclique est un système thermodynamique¹ (Σ) fermé, mis en contact avec des sources de chaleur de température constante², capable de transformer une énergie thermique en une énergie mécanique (ou réciproquement) lors de transformations cycliques.

1. La plupart du temps, le système thermodynamique est fermé.

2. Il n'est pas obligatoire que la température des sources de chaleur soit constante.

On note Q_1, Q_2, \dots, Q_M les transferts thermiques algébriquement reçus par le système thermodynamique (Σ) de la part de M sources de chaleur dont, les températures T_1, T_2, \dots, T_M sont supposées constantes. On note W le travail algébriquement reçu par le système. Une machine thermique peut être schématisée de la façon suivante :

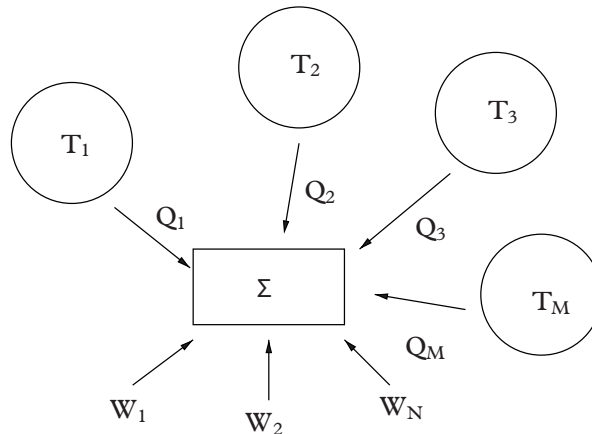


Fig. 1. Schéma d'une machine thermique quelconque.

Une machine thermique est dite **monotherme** si elle est en contact avec une seule source de chaleur, **ditherme** si elle est en contact avec deux sources de chaleur et **tritherme** si elle est en contact avec trois sources de chaleur. Pour caractériser une machine, il est nécessaire de connaître son efficacité et son fonctionnement ; c'est ce que nous allons faire dans la suite.

A.1.2. Étude d'une transformation

Lors de l'étude d'une machine thermique, le système thermodynamique subit une ou plusieurs transformations. Pour étudier ces transformations, on peut considérer le système fermé comme nous l'avons fait jusqu'à présent mais on peut aussi le considérer ouvert. Pour ce faire, nous présentons ici le premier principe de la thermodynamique en système ouvert. La démonstration n'est pas l'essentiel en première année car elle sera reprise en seconde année. En revanche, le résultat final doit être connu.

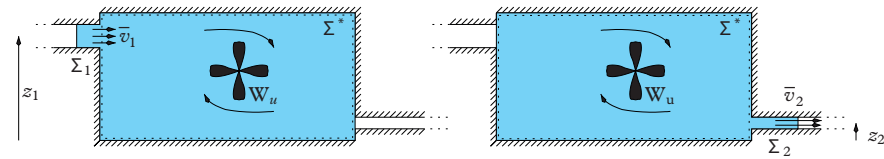


Fig. 2. Évolution des systèmes entre t et $t + \Delta t$.

3. Toutes les grandeurs physiques G relatives au système ouvert (Σ^*) seront notées G_{Σ^*} .

4. Pour toutes les grandeurs physiques G , on a, en régime stationnaire $G_{\Sigma^*}(t + \Delta t) = G_{\Sigma^*}(t)$.

5. Toutes les grandeurs physiques G relatives au système fermé (Σ) sont notées G_{Σ} .

On considère un système thermodynamique (Σ^*) ouvert qui contient une partie du fluide de la machine thermique³. Ce système ouvert est délimité par la surface de contrôle schématisée en pointillés. En les instants t et $t + \Delta t$, une masse m_1 de fluide entre par l'ouverture (Σ_1), de section σ_1 , à l'altitude z_1 . Dans le même temps, une masse m_2 de fluide sort par l'ouverture (Σ_2), de section σ_2 , à l'altitude z_2 . Le fluide entrant dans (Σ^*) a pour vitesse v_1 , pour température T_1 , pour pression P_1 , pour énergie interne U_1 et pour volume V_1 . De la même manière, le fluide sortant de (Σ^*) a pour vitesse v_2 , pour température T_2 , pour pression P_2 , pour énergie interne U_2 et pour volume V_2 . De plus, le système contient un dispositif (des pales, par exemple) qui permet de récupérer (ou fournir) un travail W_u , appelé **travail utile**. Enfin, pour simplifier les calculs, on supposera que les échanges de matière et d'énergie ne se font que par ces deux ouvertures et que le régime est stationnaire. Par conséquent, la masse, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle, l'énergie interne et l'entropie de (Σ^*) sont constantes dans le temps⁴.

On considère également le système thermodynamique (Σ) fermé⁵ contenant à l'instant t , le fluide contenu dans (Σ^*) et le fluide entrant par (Σ_1). Il est délimité par le trait continu sur le schéma. À l'instant $t + \Delta t$, du fait de l'écoulement, le système a bougé et il est constitué du fluide contenu dans (Σ^*) et du fluide sorti par (Σ_2). Appliquons la conservation de la masse et les deux principes de la thermodynamique au système (Σ) entre les instants t et $t + \Delta t$.

- **Système :** {Fluide(Σ)}
- **Type :** Fermé
- **Conservation de la masse**

$$m_{\Sigma}(t + \Delta t) = m_{\Sigma}(t).$$

Or

$$m_{\Sigma}(t + \Delta t) = m_{\Sigma^*}(t + \Delta t) + m_2 \quad \text{et} \quad m_{\Sigma}(t) = m_{\Sigma^*}(t) + m_1$$

Puisque le régime est stationnaire, on obtient finalement :

$$m_1 = m_2 = m.$$

- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta \mathcal{E} = W + Q.$$

Entre t et $t + \Delta t$, la variation d'énergie totale du système est :

$$\Delta \mathcal{E} = \Delta \mathcal{E}_c + \Delta \mathcal{E}_p + \Delta U.$$

Avec

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E}_c &= \Delta \mathcal{E}_{c_\Sigma}(t + \Delta t) - \Delta \mathcal{E}_{c_\Sigma}(t) \\ &= (\Delta \mathcal{E}_{c_{\Sigma^*}}(t + \Delta t) + \mathcal{E}_{c_2}) - (\mathcal{E}_{c_{\Sigma^*}}(t) + \mathcal{E}_{c_1}) \\ &= \mathcal{E}_{c_2} - \mathcal{E}_{c_1} \\ &= \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2). \end{aligned}$$

De plus

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E}_p &= \Delta \mathcal{E}_{p_\Sigma}(t + \Delta t) - \Delta \mathcal{E}_{p_\Sigma}(t) \\ &= (\Delta \mathcal{E}_{p_{\Sigma^*}}(t + \Delta t) + \mathcal{E}_{p_2}) - (\mathcal{E}_{p_{\Sigma^*}}(t) + \mathcal{E}_{p_1}) \\ &= \mathcal{E}_{p_2} - \mathcal{E}_{p_1} \\ &= m_2 g z_2 - m_1 g z_1 \\ &= m g (z_2 - z_1). \end{aligned}$$

Enfin

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_\Sigma(t + \Delta t) - U_\Sigma(t) \\ &= (U_{\Sigma^*}(t + \Delta t) + U_2) - (U_{\Sigma^*}(t) + U_1) \\ &= U_2 - U_1. \end{aligned}$$

La variation d'énergie totale entre les instants t et $t + \Delta t$ vaut alors :

$$\Delta \mathcal{E} = U_2 - U_1 + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + m g (z_2 - z_1)$$

Par ailleurs, le travail total algébriquement reçu par le système entre t et $t + \Delta t$ vaut :

$$\begin{aligned} W &= W_p + W_u \\ &= - \int_{V_1}^0 P_1 dV_1 - \int_0^{V_2} P_2 dV_2 + W_u \\ &= -P_1 \int_{V_1}^0 dV_1 - P_2 \int_0^{V_2} dV_2 + W_u \\ &= P_1 V_1 - P_2 V_2 + W_u. \end{aligned}$$

L'application du premier principe de la thermodynamique aboutit à :

$$(U_2 + P_2 V_2) - (U_1 + P_1 V_1) + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + m g (z_2 - z_1) = W_u + Q.$$

En utilisant la définition de l'enthalpie⁶, on trouve

$$\Delta H + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + m g (z_2 - z_1) = W_u + Q.$$

6. On a :

$$\begin{aligned} \Delta H &= H_\Sigma(t + \Delta t) - H_\Sigma(t) \\ &= (H_{\Sigma^*}(t + \Delta t) + H_2) - (H_{\Sigma^*}(t) + H_1) \\ &= H_2 - H_1 \\ &= (U_2 + P_2 V_2) - (U_1 + P_1 V_1) \end{aligned}$$

Dans le cas particulier où les canalisations d'entrée et de sortie sont à la même hauteur, on a $z_1 = z_2$. De plus, si les sections des canalisations sont égales ($\sigma_1 = \sigma_2$), la conservation du débit massique entraîne $v_1 \sigma_1 = v_2 \sigma_2$, c'est-à-dire $v_1 = v_2$. Entre les instants t et $t + \Delta t$, on a alors simplement :

$$\Delta H = W_u + Q.$$

En divisant par la masse m , on obtient le premier principe de la thermodynamique en système ouvert sous forme massique.

Définition 3

Entre deux instants, la variation d'enthalpie massique Δh d'un système thermodynamique **ouvert** (Σ^*) est égale, en régime stationnaire, au transfert thermique massique q algébriquement reçu par le système et au travail utile massique w_u . En d'autres termes,

$$\Delta h = w_u + q.$$

A.1.3. Étude d'un cycle de transformations

Appliquons le premier et le second principes de la thermodynamique à la machine thermique sur un cycle.

- **Système:** {Machine thermique (Σ)}
- **Type:** Fermé
- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U = W + \sum_{i=1}^M Q_i$$

Puisque la transformation est cyclique, l'état initial est confondu avec l'état final. La variation d'énergie interne ΔU entre ces deux états vaut alors :

$$\Delta U = 0$$

car l'énergie interne est une fonction d'état. Ainsi :

$$W + \sum_{i=1}^M Q_i = 0.$$

- **Second principe de la thermodynamique**

$$\Delta S = S_e + S_c.$$

Puisque la transformation est cyclique, l'état initial est confondu avec l'état final. La variation d'entropie ΔS entre ces deux états vaut alors :

$$\Delta S = 0$$

car l'entropie est une fonction d'état. Par ailleurs, l'entropie échangée S_e entre la machine thermique et les M sources de chaleur est :

$$S_e = \sum_{i=1}^M \frac{Q_i}{T_i}.$$

Enfin, entre l'état initial et l'état final, on a par définition de l'entropie créée :

$$S_c \geq 0.$$

En combinant les différents résultats on obtient

$$S_c = -S_e = -\sum_{i=1}^M \frac{Q_i}{T_i} \geq 0.$$

Définition 4

Inégalité de Clausius

Pour une machine thermique cyclique en contact avec M sources de chaleur de température constante, les échanges d'énergie par transfert thermique sont tels que :

$$\sum_{i=1}^M \frac{Q_i}{T_i} \leq 0.$$

Si le cycle de transformations est un cycle de transformations réversibles, on parle alors de **cycle de Carnot** et on a :

$$\sum_{i=1}^M \frac{Q_i}{T_i} = 0.$$

A.1.4. Notion d'efficacité

Définition 5

L'efficacité d'une machine thermique, notée e , est le rapport en valeur absolue de l'énergie utile sur l'énergie dépensée lors de son fonctionnement.

L'efficacité est une grandeur positive, qui peut être plus grande que un et qui dépend de la machine thermique et de son fonctionnement.

Définition 6

L'efficacité maximale d'une machine thermique, notée e_c , est appelée **efficacité de Carnot**. Elle correspond à un fonctionnement **réversible** de la machine.

B. Machine thermique monotherme

B.1. Schématisation

On considère une machine thermique (Σ) mise en contact avec une seule source de chaleur de température T constante. Le transfert thermique algébriquement reçu par la machine est noté Q et le travail algébriquement reçu W . Enfin, on suppose que la machine thermique fonctionne de manière cyclique.

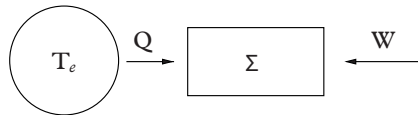


Fig. 3. Schéma d'une machine thermique monotherme

B.2. Application des principes de la thermodynamique

- **Système :** {Machine thermique (Σ)}
- **Type :** Fermé
- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U = W + Q.$$

Puisque la transformation est cyclique, l'état initial est confondu avec l'état final. On a vu dans le paragraphe précédent que la variation d'énergie interne ΔU entre ces deux états est nulle. On en déduit que :

$$W + Q = 0.$$

- **Second principe de la thermodynamique**

$$\Delta S = S_e + S_c.$$

De même, la transformation étant cyclique et puisque l'entropie est une fonction d'état, on en déduit que, sur un cycle, la variation d'entropie ΔS est nulle. Puisque l'entropie échangée S_e vaut Q/T et puisque l'entropie créée est supérieure ou égale à zéro, on a :

$$\frac{Q}{T} \leq 0.$$

Des deux principes, on en déduit que :

$$W \geq 0.$$

Finalement, la machine thermique ne peut que recevoir du travail ; elle ne peut en fournir lorsqu'elle est en contact avec un seul thermostat lors d'un fonctionnement cyclique.

B.3. Énoncé de Thomson du second principe

Le résultat trouvé dans le paragraphe précédent constitue un des énoncés historiques du second principe de la thermodynamique. Il a été découvert par William Thomson⁷ en 1852.

7. William Thomson est devenu Lord Kelvin en 1892.

Définition 7

Une machine thermique cyclique (Σ), en contact avec un seul thermostat, ne peut fournir du travail.

C. Machine thermique ditherme

C.1. Cadre général

C.1.1. Schématisation

On considère une machine thermique (Σ) mise en contact avec deux systèmes modélisables par des sources de chaleur :

- une source froide de température T_f constante et dont le transfert thermique est noté Q_f
- une source chaude de température T_c constante et dont le transfert thermique est noté Q_c .

Le travail algébriquement reçu par la machine est noté W . Enfin, on suppose que la machine thermique fonctionne de manière cyclique.

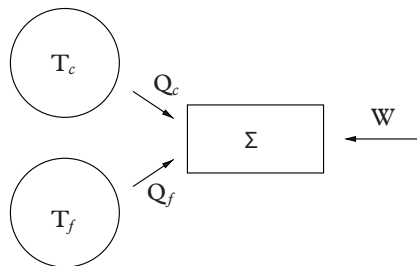


Fig. 4. Schéma d'une machine thermique ditherme.

C.1.2. Applications des principes de la thermodynamique

Comme pour la machine cyclique monotherme, appliquons les deux premiers principes de la thermodynamique.

- **Système :** {Machine thermique (Σ)}
- **Type :** Fermé
- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U = W + Q_f + Q_c.$$

Puisque la transformation est cyclique, l'état initial est confondu avec l'état final. On a vu dans le paragraphe précédent que la variation d'énergie interne ΔU entre ces deux états est nulle. On en déduit que :

$$W + Q_c + Q_f = 0.$$

- **Second principe de la thermodynamique**

$$\Delta S = S_e + S_c.$$

De même, la transformation étant cyclique et en utilisant le résultat du paragraphe précédent, on en déduit que sur un cycle la variation d'entropie ΔS est nulle. Puisque l'entropie échangée S_e vaut $Q_c/T_c + Q_f/T_f$ et puisque l'entropie créée est supérieure ou égale à zéro, on a :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0.$$

Des deux principes, on en déduit que :

$$\begin{cases} Q_c = -Q_f - W \\ Q_c \leq -\frac{T_c}{T_f} Q_f \end{cases}$$

C.1.3. Diagramme de Raveau

L'inégalité précédente obtenue grâce au second principe interdit l'existence d'une machine thermique ditherme dont le transfert thermique Q_c serait supérieur à la valeur

$-\frac{T_c}{T_f}$. Dans le diagramme ci-dessous, appelé **diagramme de Raveau** et représentant Q_c en fonction de Q_f , la zone interdite correspond à la partie hachurée.

Ensuite, la partie restante peut être divisée en deux zones grâce à l'égalité obtenue avec le premier principe. Si on représente Q_c en fonction de Q_f , $-W$ représente l'ordonnée à l'origine. Ainsi, si on se situe dans la zone au-dessus de la courbe d'équation $Q_c = -Q_f$, W est négatif et la machine thermique est **motrice** (Zone I). Enfin, si on se situe dans la zone en dessous de la courbe d'équation $Q_c = -Q_f$, W est positif et la machine thermique est **réceptrice** (Zones II, III et IV).

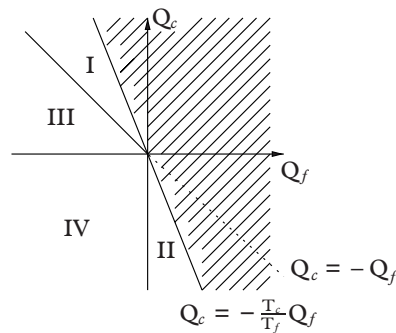
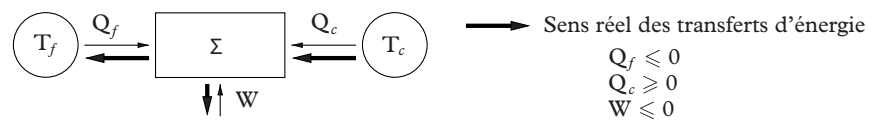


Fig. 5. Diagramme de Raveau.

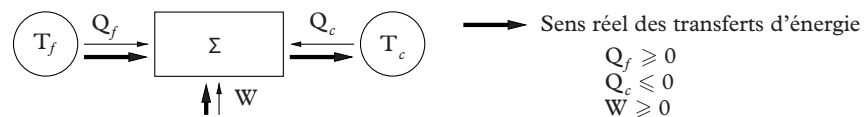
Analysons à présent plus en détail les différentes zones.

Zone I



Dans cette zone, une partie du transfert qui va spontanément de la source chaude vers la source froide est convertie en travail par l'intermédiaire de la machine thermique. Cette partie du diagramme de Raveau correspond aux moteurs dithermes. On retrouve dans cette zone le moteur de Carnot, les moteurs à explosion ou moteurs à essence, les moteurs Diesel, les machines à vapeur, les moteurs de Stirling, les moteurs à réaction, les centrales thermiques...

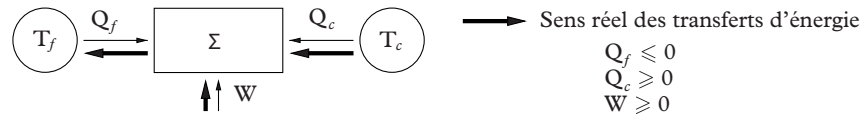
Zone II



Dans cette zone, la machine thermique grâce au travail qu'elle reçoit transfère de l'énergie de la source de chaleur froide vers la source de chaleur chaude.

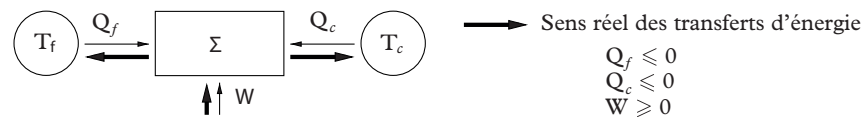
C'est grâce à ce travail que ce transfert, qui ne se fait pas spontanément dans la Nature, peut être réalisé. Cette partie du diagramme de Raveau correspond aux machines réceptrices. On retrouve dans cette zone les machines frigorifiques, les pompes à chaleur, les machines à air, les machines à fluide condensable, les machines à absorption...

Zone III



Dans cette zone, l'intérêt est plus limité. En effet, si une machine thermique fonctionnait dans cette zone, on devrait lui fournir un travail pour qu'elle transfère de la chaleur de la source chaude vers la source froide. Ceci est totalement inutile car la Nature le fait déjà spontanément : il n'y a pas besoin de machine !

Zone IV



Dans cette zone, l'intérêt est à nouveau limité. En effet, le travail fourni à la machine thermique serait ici transféré aux deux sources de chaleur. Au final, il n'est pas nécessaire de construire une machine thermique sophistiquée alors qu'un simple radiateur électrique peut suffire.

C.2. Moteurs (Zone I)

C.2.1. Efficacité

Pour un moteur ditherme, l'énergie utile est le travail récupéré et l'énergie dépensée est le transfert thermique reçu de la part de la source chaude. Ainsi l'efficacité⁸ d'un moteur ditherme est :

$$e = \frac{|W|}{|Q_c|} = -\frac{W}{Q_c}$$

avec $Q_c \geq 0$ et $W \leq 0$ ⁹. Or d'après le premier principe de la thermodynamique $W = -Q_f - Q_c$, d'où :

$$e = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}.$$

C.2.2. Moteur de Carnot

Description

Dans un moteur de Carnot, le fluide de la machine thermique est en contact avec un thermostat chaud de température T_c et un thermostat froid de température T_f .

Il subit l'évolution cyclique réversible suivante composée de quatre transformations :

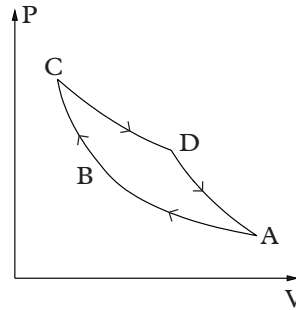
- AB : transformation isotherme réversible de température T_f ;
- BC : transformation adiabatique réversible ;
- CD : transformation isotherme réversible de température T_c ;
- DA : transformation adiabatique réversible.

8. Pour un moteur, on parle également de **rendement**.

9. L'efficacité d'un moteur ditherme est une grandeur positive inférieure à un. En effet, seulement une partie de l'énergie de la source de chaleur chaude Q_c est convertie sous forme de travail $-W$; le reste partant à la source de chaleur froide. Ainsi $-\frac{W}{Q_c} \leq 1$.

Cycle

L'évolution est représentée sur le diagramme de Watt ci-dessous :



Le cycle composé de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isothermes est appelé **cycle de Carnot**.

Efficacité

Par définition, l'efficacité d'un moteur thermique ditherme est :

$$e = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

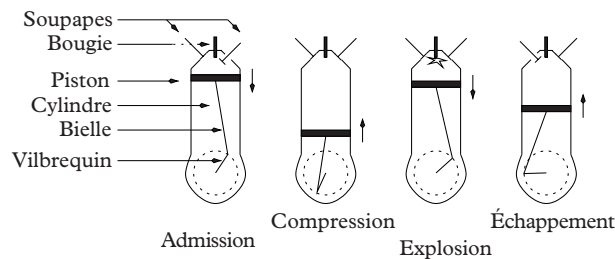
Or, d'après le second principe de la thermodynamique, pour une évolution réversible on a $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$. On en déduit alors l'efficacité du moteur de Carnot. Elle a pour expression :

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Cette efficacité e_c est appelée **efficacité de Carnot**. Elle correspond à l'efficacité maximale d'un moteur cyclique ditherme. Ainsi, tous les moteurs cycliques dithermes (moteur à explosion, moteur Diesel, moteur à réaction, moteur de Striling, centrales thermiques...) auront une efficacité réelle toujours inférieure à cette dernière ; le moteur de Carnot est donc le moteur le plus « efficace ».

C.2.3. Moteur à explosion

Description



10. On parle aussi de moteur à essence.

11. On parle aussi de moteur à quatre temps.

Schématiquement, un moteur à explosion¹⁰ est constitué d'un piston mobile, d'un cylindre, d'une bougie et de deux soupapes : une d'admission et une d'échappement. La machine thermique contient un mélange air-essence assimilé à un gaz parfait, de coefficient γ , dont on fait subir le cycle de transformations suivant, décomposable en quatre phases¹¹ :

- **Admission (AB) :** Initialement, le piston est en position haute et le volume du cylindre est $V_A = 0,04$ L. La soupape d'admission s'ouvre alors et le mélange entre dans le cylindre, poussant le piston jusqu'à sa position basse, à pression et à température constantes. Après l'admission, le volume de l'enceinte vaut $V_B = 0,36$ L et la température et la pression du mélange valent $T_B = 293$ K et $P_B = 1$ atm.

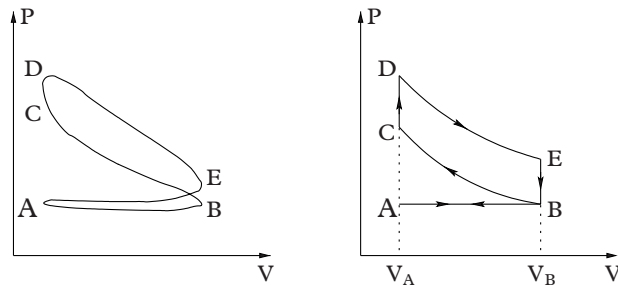
- **Compression (BC).** La soupape d'admission se ferme et, grâce au piston, le mélange est comprimé. La transformation peut être supposée adiabatique si elle est suffisamment rapide pour que les échanges thermiques n'aient pas le temps de se faire, et réversible si on néglige les frottements.

- **Explosion (CD) et détente (DE).** L'étincelle provoquée par la bougie permet au mélange d'entrer en combustion. Lors de l'explosion, la pression dans le cylindre augmente très fortement quasi instantanément de façon isochore (CD). La température atteinte est $T_D = 1\,220\text{ K}$. Puis cette augmentation de pression repousse le piston en position basse rapidement (DE). À nouveau, et pour les mêmes raisons que précédemment, la transformation peut être supposée adiabatique réversible.

- **Échappement (EB) et (BA).** La soupape d'échappement s'ouvre et la pression chute alors brusquement de façon isochore (EB). Enfin les gaz brûlés sont chassés lors le piston remonte en position haute (BA).

Cycle

L'évolution réelle est représentée sur le diagramme de Watt à gauche et la modélisation du cycle est tracée sur le diagramme de droite.



Le cycle, composé de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isochores, est appelé **cycle de Beau de Rochas**¹⁰. Pour caractériser le moteur, on définit le taux de compression par $\alpha = \frac{V_B}{V_A}$.

Efficacité

Par définition, l'efficacité d'un moteur thermique cyclique ditherme est :

$$e = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}.$$

Or le mélange air-essence reçoit du transfert thermique lors de la phase d'explosion CD. Ainsi $Q_c = Q_{CD}$. Par ailleurs, il perd de la chaleur lors de la phase d'échappement EB. Ainsi $Q_f = Q_{EB}$. L'efficacité s'écrit alors :

$$e = 1 + \frac{Q_{EB}}{Q_{CD}}.$$

Calculons à présent les transferts thermiques Q_{CD} et Q_{EB} en étudiant chacune des transformations.

- **Système :** {Machine thermique (Σ)}
- **Type :** Fermé
- **État initial :** C. **État final :** D.
- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{CD} = W_{CD} + Q_{CD}$$

Puisque le mélange est assimilé à un gaz parfait, sa variation d'énergie interne ΔU_{CD} entre ces deux états vaut $\Delta U_{CD} = C_V(T_D - T_C)$. Sachant que la transformation est isochore ($W_{CD} = 0$), on en déduit que

$$Q_{CD} = C_V(T_D - T_C).$$

En raisonnant de même lors de la phase d'échappement EB, on obtient $Q_{EB} = C_V(T_B - T_E)$. L'efficacité du moteur à explosion s'écrit alors en fonction des températures :

$$e = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C}.$$

Enfin, puisque les transformations BC et DE sont des transformations adiabatiques réversibles d'un gaz parfait, on a :

$$\frac{T_E}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_E}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}} \quad \text{et} \quad \frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{\gamma-1}.$$

D'où

$$\frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = \frac{T_B - \frac{T_D}{\alpha^{\gamma-1}}}{T_D - T_B \alpha^{\gamma-1}} = -\frac{1}{\alpha^{\gamma-1}} = -\alpha^{1-\gamma}.$$

L'efficacité du moteur à explosion s'écrit alors :

$$e = 1 - \alpha^{1-\gamma}.$$

Puisque le volume V_B du cylindre vaut 0,36 L et puisque le volume V_A vaut 0,04 L, le taux de compression α vaut 9. Si le mélange air-essence est assimilé à un gaz parfait diatomique, le coefficient γ vaut alors $\frac{7}{5}$. Par conséquent, l'efficacité réelle du moteur à explosion vaut $e \approx 0,58$. Ce type de moteur peut fournir une puissance de quelques MW. Si on compare l'efficacité obtenue avec l'efficacité d'un moteur à explosion qui fonctionnerait de façon réversible, entre une source de chaleur chaude de température $T_c = T_D$ et une source de chaleur froide de température $T_f = T_B$, on obtiendrait une efficacité de Carnot $e_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} \approx 0,76$. Comme attendu, l'efficacité réelle est plus petite que celle de Carnot. Doit-on alors chercher à fabriquer un moteur à explosion dont le cycle se rapprocherait de celui d'un moteur de Carnot ? La réponse est à nuancer. En effet, pour obtenir la même puissance que celle du moteur à explosion qui décrit un cycle de Beau de Rochas, il faudrait fabriquer un moteur quasi réversible dont le volume du cylindre serait beaucoup plus grand que 0,36 L ; ce qui pose bien évidemment des problèmes d'encombrement. Au final, pour réaliser un moteur, il faut trouver le bon compromis entre **efficacité** et **travail récupéré**¹².

12. On parle aussi de **travail utile**.

C.3. Machines frigorifiques (Zone II)

13. La grandeur massique associée q_f est appelée chez les frigoristes **production frigorifique nette**. Elle est notée PFN.

14. Pour les machines frigorifiques, on parle aussi de **Coefficient de Performance**. Il est noté COP.

15. L'efficacité d'une machine frigorifique est non seulement positive mais, en général, elle est supérieure à un. En effet, une grande partie de l'énergie évacuée à l'extérieur du réfrigérateur provient de l'intérieur de ce dernier. Ainsi $-Q_c$ est du même ordre de grandeur que Q_f et par conséquent l'efficacité peut être supérieure à un.

C.3.1. Efficacité

Pour une machine frigorifique ditherme cyclique, l'énergie utile est l'énergie prélevée dans le réfrigérateur pour refroidir les aliments Q_f ¹³, et l'énergie dépensée correspond au travail W fourni par le compresseur. Ainsi l'efficacité d'une machine frigorifique cyclique ditherme¹⁴ est :

$$e = \frac{|Q_f|}{|W|} = \frac{Q_f}{W}$$

avec $Q_f \geq 0$ et $W \geq 0$. Or d'après le premier principe de la thermodynamique $W = -Q_f - Q_c$, d'où¹⁵ :

$$e = -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$$

C.3.2. Machine frigorifique de Carnot

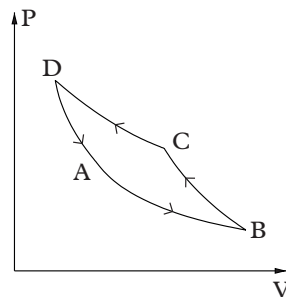
Description

Dans une machine frigorifique de Carnot, la machine thermique est en contact avec un thermostat chaud, de température T_c , et un thermostat froid, de température T_f . Elle subit l'évolution cyclique réversible suivante composée, de quatre transformations :

- AB : transformation isotherme réversible de température T_f ;
- BC : transformation adiabatique réversible;
- CD : transformation isotherme réversible de température T_c ;
- DA : transformation adiabatique réversible.

Cycle

L'évolution est représentée sur le diagramme de Watt ci-dessous :



Le cycle, composé de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isothermes, parcourues dans ce sens, est appelé cycle de Carnot inversé.

Efficacité

Par définition, l'efficacité d'une machine frigorifique ditherme cyclique est :

$$e = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}} .$$

Or, d'après le second principe de la thermodynamique, pour une évolution réversible on a $\frac{Q_c}{Q_f} = -\frac{T_c}{T_f}$. On en déduit alors l'efficacité d'une machine frigorifique

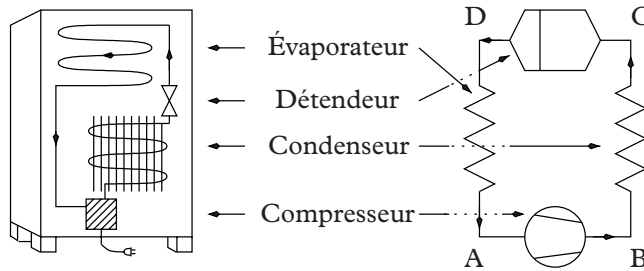
de Carnot. Elle a pour expression :

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} .$$

Cette efficacité e_c est appelée **efficacité de Carnot**. Elle correspond à l'efficacité maximale d'une machine frigorifique ditherme. Ainsi, toutes les autres machines frigorifiques dithermes (machine frigorifique à air, machine frigorifique à fluide condensable (NH_3 , CO_2 , dérivés bromés)...) auront une efficacité réelle toujours inférieure à cette dernière. La machine frigorifique de Carnot est donc la machine frigorifique la plus « efficace ».

C.3.3. Machine à fluide condensable

Description



Schématiquement, une machine à fluide condensable est constituée d'un compresseur, d'un évaporateur, d'un détendeur et d'un condenseur. Elle contient un fluide qui est choisi selon certaines propriétés physico-chimiques. En général, le fluide a une enthalpie de vaporisation importante et sa température d'ébullition est modérée. Par ailleurs, la gamme de température dans laquelle il va travailler est comprise entre ses températures critique et triple, et la pression de vapeur saturante, dans cette gamme, est supérieure à la pression atmosphérique, de façon à éviter les rentrées d'air dans la machine. Enfin, d'un point de vue chimique, il est généralement non toxique, non corrosif, non inflammable, inoffensif pour l'environnement et inerte vis-à-vis des matériaux de construction du réfrigérateur. On supposera par exemple que la machine étudiée contient du 1,1,1,3,3 pentafluoropropane¹⁶. Ce fluide subit le cycle de transformations suivantes :

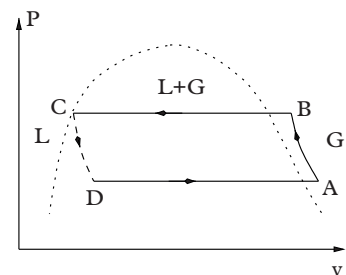
16. On note aussi R-245fa.

- **Compression (AB) :** Initialement, le fluide est comprimé grâce au compresseur. Sa pression augmente fortement et la transformation est supposée adiabatique et réversible.
- **Liquéfaction (BC) :** Grâce au condenseur, le fluide initialement gazeux va se liquéfier totalement. L'échangeur permet d'extraire une partie de l'énergie du fluide et il l'évacue vers l'extérieur qui est, en général, l'atmosphère environnante. Cette liquéfaction s'effectue à pression et température constantes. On supposera que la liquéfaction s'effectue à une température $T_C = 80^\circ\text{C}$.
- **Détente (CD) :** Le liquide passe au travers d'un capillaire et il subit une détente. Après avoir effectué la transformation sa pression est plus petite que la pression à l'entrée du détendeur. Cette transformation est supposée isenthalpique.
- **Vaporisation (DA) :** Le fluide passe au travers d'un échangeur qui se situe dans les parois du réfrigérateur et il extrait l'énergie de l'intérieur de ce dernier où sont placés les aliments. Après cette transformation, le fluide est totalement vaporisé et cette transition de phase se déroule à pression et à température constantes. On supposera que la vaporisation s'effectue à une température, $T_0 = 30^\circ\text{C}$. Enfin, on surchauffe de façon isobare la vapeur afin d'être sûr qu'il n'y ait que du gaz dans le compresseur.

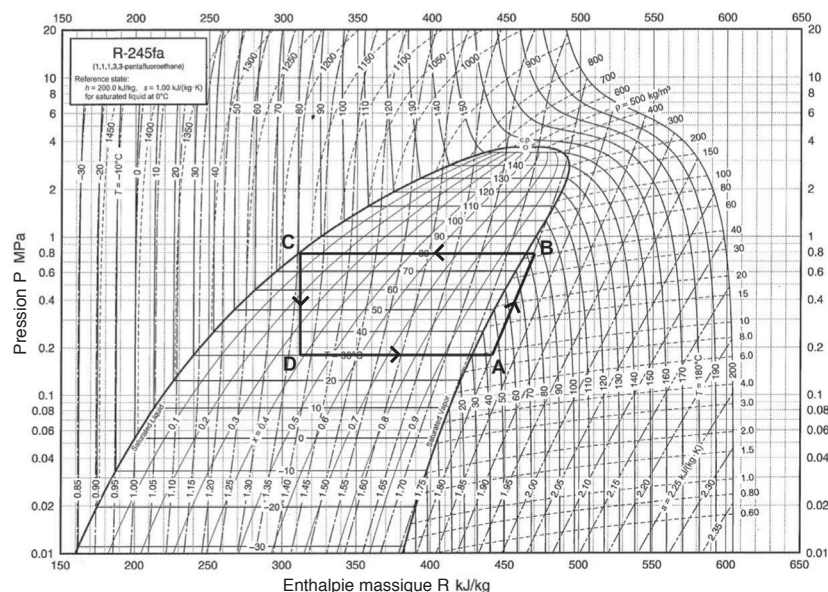
Cycle

Le cycle de transformations est représenté sur le diagramme de Clapeyron ci-dessous. La courbe en pointillés représente la courbe de saturation.

Le cycle, composé d'une transformation adiabatique réversible, d'une transformation isenthalpique et de deux transformations isobares, est appelé **cycle de Rankine-Hirn**



inversé. Cependant, l'utilisation du diagramme de Clapeyron n'est pas la plus commode. Un autre moyen de représentation, très utilisé chez les frigoristes, est le **diagramme enthalpique** qui représente le logarithme de la pression P du système en fonction de l'enthalpie massique h . Ainsi, dans cette représentation, le cycle de Rankine-Hirn inversé devient :



Efficacité

Par définition, l'efficacité d'un moteur thermique ditherme est :

$$e = -\frac{Q_f}{W}$$

Or, le système extrait la chaleur du réfrigérateur lors de la phase de vaporisation DA : ainsi $Q_f = Q_{DA}$. Par ailleurs, il reçoit du travail lors de la phase de compression (AB) : ainsi $W = W_{AB}$. L'efficacité s'écrit alors :

$$e = \frac{Q_{DA}}{W_{AB}} + \frac{q_{DA}}{w_{AB}}$$

où q_{DA} représente le transfert thermique massique algébriquement reçu lors de la phase (DA) et w_{AB} le travail massique algébriquement reçu lors de la phase de compression (AB). Calculons à présent le transfert thermique massique q_{DA} et le travail massique w_{AB} grâce au premier principe de la thermodynamique en système ouvert.

- **Système :** {Gaz passant dans le compresseur}
- **Type :** Ouvert
- **État initial :** A **État final :** B
- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta h_{AB} = w_{AB} + q_{AB}$$

Puisque dans le compresseur la transformation est supposée adiabatique et réversible, on en déduit que $q_{AB} = 0$. En utilisant les enthalpies massiques des différents points, on a au final :

$$w_{AB} = \Delta h_{AB} = h_B - h_A$$

- **Système :** {Fluide passant dans l'échangeur et le surchauffeur}

- **Type :** Ouvert
- **État initial :** D **État final :** A
- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta h_{DA} = w_{DA} + q_{DA}.$$

Puisque la transformation dans l'échangeur ne nécessite pas de travail pour réaliser la vaporisation, on en déduit que $w_{DA} = 0$. En utilisant les enthalpies massiques aux différents points, on a :

$$q_{DA} = \Delta h_{DA} = h_A - h_D.$$

En combinant les deux résultats, l'efficacité de la machine à fluide condensable s'écrit en fonction des enthalpies massiques, sous la forme :

$$e = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_A}.$$

En utilisant le diagramme enthalpique, la lecture des abscisses des points A, B et D donne directement la valeur des enthalpies massiques correspondantes. Ainsi on a $h_A = 440 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $h_B = 472 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_D = 312 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. L'efficacité réelle de la machine à fluide condensable vaut donc $e = 4$.

Si on compare cette valeur à l'efficacité d'une machine frigorifique qui fonctionnerait de façon réversible entre une source de chaleur chaude de température $T_c = T_e$ et une source de chaleur froide de température $T_f = T_D$, on obtiendrait une efficacité de Carnot $e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 6$. Comme attendu, l'efficacité

réelle est inférieure à celle de Carnot. Comme pour les moteurs, doit-on alors chercher à fabriquer un réfrigérateur dont le cycle se rapprocherait de celui d'une machine frigorifique de Carnot pour améliorer l'efficacité? La réponse est la même que pour les moteurs : il faut trouver le bon compromis entre **efficacité** et **production frigorifique nette**.

C.4. Pompe à chaleur (Zone II)

C.4.1. Efficacité

Pour une pompe à chaleur ditherme cyclique, l'énergie utile est l'énergie Q_c injectée dans la pièce à chauffer et l'énergie dépensée est le travail W fourni à la pompe à chaleur pour la faire fonctionner. Ainsi l'efficacité d'une pompe à chaleur cyclique est :

$$e = \frac{|Q_c|}{|W|} = \frac{Q_c}{W}$$

avec $Q_c \leq 0$ et $W \geq 0$. Or d'après le premier principe de la thermodynamique $W = -Q_f - Q_c$, d'où¹⁷ :

$$e = -\frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}.$$

17. L'efficacité d'une pompe à chaleur est non seulement positive mais elle est plus grande que un. En effet, l'énergie fournie à la pièce à chauffer ne vient pas seulement de la part de l'extérieur par l'intermédiaire de Q_f , mais également par l'intermédiaire du travail W . Ainsi $\frac{Q_c}{W} \geq 0$ et par conséquent :

$$e = -\frac{Q_c}{W} = \frac{W + Q_f}{W} = 1 + \frac{Q_f}{W} \geq 1.$$

C.4.2. Pompe à chaleur de Carnot

Description

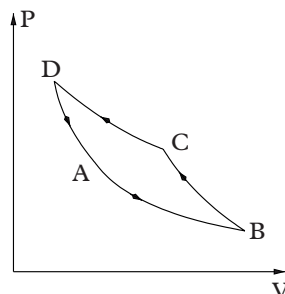
Dans une pompe à chaleur de Carnot, la machine thermique est en contact avec un thermostat chaud de température T_c et un thermostat froid de température T_f . Elle subit l'évolution cyclique réversible suivante composée de quatre transformations :

- AB : transformation isotherme réversible de température T_f
- BC : transformation adiabatique réversible

- CD : transformation isotherme réversible de température T_c
- DA : transformation adiabatique réversible

Cycle

L'évolution est représentée sur le diagramme de Watt ci-dessous :



Le cycle composé de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isothermes, parcouru dans ce sens, est appelé **cycle de Carnot inversé**.

Efficacité

Par définition, l'efficacité d'une pompe à chaleur ditherme cyclique est :

$$e = -\frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}.$$

Or, d'après le second principe de la thermodynamique, on a pour une évolution réversible $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$. On en déduit alors l'efficacité d'une pompe à chaleur de Carnot :

$$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}.$$

Une fois encore, cette efficacité e_c est appelée **efficacité de Carnot** et elle correspond à l'efficacité maximale d'une pompe à chaleur cyclique ditherme. Ainsi toutes les autres pompes à chaleur dithermes ont une efficacité réelle inférieure à cette dernière car leur fonctionnement est irréversible.

L'essentiel

✓ Machine thermique cyclique

Une machine thermique cyclique est un système thermodynamique, mis en contact avec des sources de chaleur de température constante, capable de transformer une énergie thermique en une énergie mécanique (ou réciproquement) lors de transformations cycliques.

✓ Premier principe de la thermodynamique en système ouvert

Entre deux instants, la variation d'enthalpie massique Δh d'un système thermodynamique **ouvert** (Σ^*) est égale, en régime stationnaire, au transfert thermique massique q algébriquement reçu par le système et au travail utile massique w_u . En d'autres termes,

$$\Delta h = w_u + q.$$

✓ Sur un cycle de transformations

Premier principe

Pour une machine thermique cyclique en contact avec M sources de chaleur de température, le premier principe s'écrit :

$$W + \sum_{i=1}^M Q_i = 0.$$

Second principe

Pour une machine thermique cyclique en contact avec M sources de chaleur de température constante, les échanges d'énergie par transfert thermique sont tels que :

$$\sum_{i=1}^M \frac{Q_i}{T_i} \leq 0.$$

✓ Efficacité

L'efficacité d'une machine thermique, notée e , est le rapport en valeur absolue de l'énergie utile sur l'énergie dépensée lors de son fonctionnement.

✓ Efficacité de Carnot

L'efficacité maximale d'une machine thermique, notée e_c , est appelée efficacité de Carnot. Elle correspond à un fonctionnement réversible de la machine.

✓ Machine thermique cyclique monotherme

Une machine thermique cyclique en contact avec un seul thermostat ne peut fournir du travail.

✓ Machine thermique cyclique ditherme

Grandeur	Moteur	Machine frigorifique	Pompe à chaleur
Utile	$-W$	Q_f	$-Q_c$
Dépensée	Q_c	W	W
Efficacité e	$1 + \frac{Q_f}{Q_c}$	$-\frac{Q_f}{Q_c + Q_f}$	$\frac{Q_c}{Q_c + Q_f}$
Efficacité de Carnot e_c	$1 - \frac{T_f}{T_c}$	$\frac{T_f}{T_c - T_f}$	$\frac{T_c}{T_c - T_f}$

Exercices

Niveau 1

Ex. 1 Réversible ou irréversible ?

Un moteur thermique ditherme reçoit $Q_c = 420 \text{ J}$ de la part d'une source chaude de température 200°C et il transforme une partie de cette énergie en travail $W = 120 \text{ J}$. Enfin la source froide a pour température $17,0^\circ\text{C}$.

- 1) Calculer l'efficacité du moteur.
- 2) Le moteur fonctionne-t-il de façon réversible ?

Ex. 2 Radiateur ou pompe à chaleur ?

On désire maintenir la température d'un appartement à 20°C . La température extérieure est de $4,0^\circ\text{C}$ et les pertes thermiques de l'appartement sont de $4,0 \text{ kJ}\cdot\text{s}^{-1}$.

- 1) Quelle doit être la puissance d'un radiateur électrique pour maintenir la température de l'appartement ?
- 2) Quelle doit être la puissance fournie à une pompe à chaleur réversible pour maintenir la température de l'appartement ?

Ex. 3 Congélateur

On souhaite maintenir la température intérieure d'un congélateur à $-19,0^\circ\text{C}$. Pour ce faire, il est nécessaire d'enlever $400 \text{ kJ}\cdot\text{h}^{-1}$, par transfert thermique et de façon réversible. La température de la pièce où se trouve le congélateur est de $20,0^\circ\text{C}$.

- 1) Calculer le transfert thermique fourni à la pièce par le congélateur.
- 2) Quelle est la puissance mécanique à fournir au congélateur ?

Ex. 4 Température d'un local

L'efficacité d'un congélateur qui fonctionne de façon réversible est égale à six et sa température intérieure est égale à $-18,0^\circ\text{C}$.

Calculer la température de la pièce où se trouve le congélateur.

Ex. 5 Chauffage d'une maison

10 kW sont nécessaires pour chauffer une maison. Ce chauffage est assuré par une pompe à chaleur dont le fonctionnement est supposé réversible. La température de la maison est 20°C et celle de l'extérieur $0,0^\circ\text{C}$.

Calculer la puissance mécanique reçue par la pompe à chaleur.

Niveau 2

Ex. 6 Énoncé de Thomson

Une mole de gaz parfait diatomique est en contact avec une source de chaleur de température $T = 350 \text{ K}$. Il effectue le cycle de transformations quasi statiques et mécaniquement réversibles suivant :

- une transformation isotherme AB de $V_A = 1,00 \text{ L}$ à $V_B = 0,500 \text{ L}$ à la température $T_A = T_B = T = 350 \text{ K}$
- une transformation adiabatique BC
- une transformation isochore CA

- 1) Calculer les transferts thermiques et les travaux pour chacune des transformations.
- 2) Vérifier l'énoncé de Thomson du second principe.

Ex. 7 Réfrigérateur irréversible

Un réfrigérateur fonctionne de façon réversible entre une source chaude de transfert thermique Q_c et de température $T_c = 300 \text{ K}$ et une source froide de transfert thermique Q_f et de température $T_f = 263 \text{ K}$. On note W le travail algébriquement reçu.

- 1) Calculer l'efficacité du réfrigérateur.

En réalité, le réfrigérateur ne fonctionne pas de façon réversible. Expérimentalement, on constate que les sources d'irréversibilité impliquent la relation :

$$\left| \frac{Q_c}{Q_f} \right| = 1,2 \frac{T_c}{T_f}$$

- 2) Déterminer l'efficacité réelle du réfrigérateur.

Ex. 8 Cycle de Joule et taux de compression

Une mole de gaz parfait diatomique décrit le cycle de transformations quasi statiques et mécaniquement réversibles suivant appelé cycle de Joule (ou cycle de Brayton) :

- une transformation AB isobare de pression $P_A = P_B$ entre les volumes V_A et V_B ;
- une transformation BC adiabatique entre les volumes V_B et V_C et les pressions $P_B = P_C$;
- une transformation CD isobare de pression $P_C = P_D$ entre les volumes V_C et V_D ;
- une transformation DA adiabatique entre les volumes V_D et V_A et les pressions $P_D = P_A$.

Le rapport $a = \frac{P_D}{P_C}$ est appelé taux de compression et on a $V_A < V_B$.

- 1) Dessiner le cycle dans un diagramme de Watt. Le cycle est-il moteur ou récepteur ?

2) Exprimer l'efficacité de la machine thermique en fonction des températures des différents points A, B, C et D.

3) Exprimer l'efficacité de la machine thermique en fonction du taux de compression a .

Ex. 9 Cycle moteur

Un moteur ditherme fonctionne entre deux sources de chaleur de températures $T_1 = 400 \text{ K}$ et $T_2 = 278 \text{ K}$. Une mole de gaz parfait quelconque de coefficient γ décrit le cycle de transformations quasi statiques et mécaniquement réversible suivant :

- une détente adiabatique réversible AB avec $T_A = T_1$;
- une compression isotherme BC avec $T_B = T_C = T_2$;
- un chauffage isochore CA.

1) Pour chacune des transformations AB, BC et CA, exprimer la variation d'énergie interne, le travail et le transfert thermique.

2) Pour chacune des transformations AB, BC et CA, exprimer la variation d'entropie du gaz.

3) Calculer l'efficacité de ce moteur thermique.

4) Calculer l'efficacité d'un moteur de Carnot qui fonctionnerait entre ces deux sources de chaleur.

Niveau 3

Ex. 10 Cycle réversible et cycle irréversible

Une mole de gaz parfait reçoit un transfert thermique positif Q_2 de la part d'une source froide de température $T_2 = 268 \text{ K}$ et un transfert thermique Q_1 négatif de la part d'une source chaude de température $T_1 = 293 \text{ K}$. Elle reçoit également un travail W positif. Cette machine frigorifique subit un cycle de transformations réversibles suivant :

- une compression adiabatique de T_2 à T_1 ;
- une compression isotherme à T_1 ;
- une détente isotherme à T_2 .

1) Exprimer le travail W en fonction de Q_1 et des températures T_1 et T_2 . Pourquoi est-il impossible d'abaisser la température de la source froide au zéro absolu ?

2) Définir et calculer l'efficacité e du cycle.

En réalité, le cycle comprend les transformations suivantes :

- une compression adiabatique réversible de T_2 à $T'_2 = 330 \text{ K}$;
- un refroidissement isobare quasistatique et mécaniquement réversible de T'_2 à T_1 ;
- une détente adiabatique réversible quasistatique et mécaniquement réversible de T_1 à T'_1 ;
- un échauffement isobare à T_2 .

3) Exprimer l'efficacité e en fonction de T_2 et T'_2 .

4) Comparer sa valeur à celle du premier cycle.

Données : $C_p = 29 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}$.

Ex. 11 Moteur Diesel

Le mélange Diesel, assimilé à un gaz parfait diatomique, décrit dans un moteur Diesel le cycle de transformations suivant :

- une phase d'admission de 1' à 1 ;
- une compression adiabatique et réversible de 1 à 2 ;
- une combustion isochore de 2 à 3 puis isobare quasistatique et mécaniquement réversible de 3 à 4 ;
- une détente quasistatique et mécaniquement réversible de 4 à 5 ;
- une phase d'échappement de 5 à 1 ;
- un refoulement isobare de 1 à 1'.

1) Tracer le cycle Diesel dans un diagramme de Watt.

2) Déterminer, en fonction des températures, l'efficacité e du moteur Diesel.

Solutions des exercices

Exercices niveau 1

Exercice 1

1) Par définition, l'efficacité d'un moteur ditherme est :

$$e = -\frac{W}{Q_c}.$$

A.N. : $e = 0,29$.

2) L'efficacité de Carnot de ce moteur ditherme est :

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}.$$

A.N. : $e_c = 0,39$.



Ne pas oublier de mettre les températures en kelvin.

L'efficacité du moteur est strictement inférieure à son efficacité de Carnot. Il fonctionne donc de façon irréversible.

Exercice 2

1) Pour maintenir la température de la pièce constante, il faut que la puissance du radiateur compense exactement la puissance des pertes thermiques. Ainsi $\mathcal{P}_{\text{radiateur}} = 4,0 \text{ kW}$.

2) De la même manière, il faut, pour maintenir la température de la pièce constante, que la puissance de la pompe à chaleur soit égale à l'efficacité d'une pompe à chaleur réversible. D'où :

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}.$$

A.N. : $e_c = 18$.

De plus, par définition pour une pompe à chaleur quelconque :

$$e = \frac{Q_c}{W}.$$

On en déduit que $W = \frac{Q_c}{e} = \frac{Q_c}{e_c}$. En une seconde, il faut alors fournir un travail de 0,2 kJ à la pompe à chaleur, c'est-à-dire une puissance de 0,2 kW.

Exercice 3

1) • **Système :** {Congélateur}

• **Type :** Fermé

• **État initial = État final** (machine cyclique)

• **Second principe de la thermodynamique**

$$\Delta S = S_e + S_c$$

On a vu que pour une machine réversible cyclique ditherme :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \Rightarrow Q_c = -\frac{T_c}{T_f} Q_f$$

A.N. : $Q_c = -461 \text{ kJ}$.

Le congélateur fournit donc 461 kJ par heure à l'appartement.

2) • Premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U = W + Q$$

On a vu que pour une machine cyclique ditherme :

$$W + Q_f + Q_c = 0 \Rightarrow W = -Q_f - Q_c$$

A.N. : $W = 61,4 \text{ kJ}$.

La puissance à fournir au congélateur vaut donc :

$$\mathcal{P} = \frac{61,4 \times 10^3}{3\,600} = 17 \text{ W}.$$

Exercice 4

L'efficacité d'une machine frigorifique ditherme est, par définition, si elle fonctionne de façon réversible :

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}.$$

Ainsi

$$T_c = T_f \left(1 + \frac{1}{e_c} \right).$$

A.N. : $T_c = 24,5 \text{ °C}$.

Exercice 5

L'efficacité d'une pompe à chaleur ditherme est, par définition, si elle fonctionne de façon réversible :

$$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}.$$

A.N. : $e_c = 14,6$.

Par ailleurs, très généralement, on a pour une pompe à chaleur ditherme :

$$e = -\frac{Q_c}{W}.$$

Ainsi le travail reçu par la pompe à chaleur réversible est :

$$W = -\frac{Q_c}{e} = -\frac{Q_c}{e_c}.$$

En divisant par le temps t , on en déduit la puissance mécanique reçue par la pompe à chaleur \mathcal{P} .

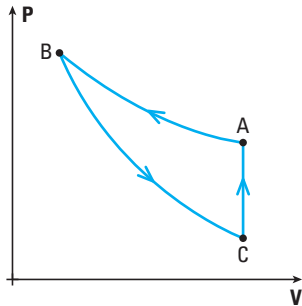
$$\mathcal{P} = \frac{W}{t} = -\frac{Q_c}{t} \times \frac{1}{e_c} \Rightarrow \mathcal{P} = -\frac{Q_c}{te_c}$$

A.N. : $\mathcal{P} = \frac{10\,000}{14,6} = 682 \text{ W}$.

Exercices niveau 2

Exercice 6

1) Dans le diagramme de Watt, le cycle de transformations est le suivant :



$$A: V_A = 1 \text{ L}$$

$$T_A = 350 \text{ K}$$

$$P_A = n \frac{RT_A}{V_A} = 2,9 \text{ bar}$$

$$B: V_B = 0,5 \text{ L}$$

$$T_B = 350 \text{ K}$$

$$P_B = n \frac{RT_B}{V_B} = 5,8 \text{ bar}$$

$$C: V_C = 1 \text{ L}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 265 \text{ K}$$

$$P_C = P_A \left(\frac{V_A}{V_C} \right)^\gamma = 2,2 \text{ bar}$$

• **Système :** {Gaz parfait}

• **Type :** Fermé

• **État initial**

A

→
Isotherme
Quasi statique
Mécaniquement réversible

État final

B

• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$$

Sachant que la transformation est isotherme, on a :

$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) = 0$$

De plus, puisque la transformation est isotherme, quasistatique et mécaniquement réversible :

$$W_{AB} = -nRT_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$$

$$A.N. : W_{AB} = 2017 \text{ J.}$$

Enfin

$$Q_{AB} = -W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = nRT_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$$

$$A.N. : Q_{AB} = -2017 \text{ J.}$$

• **État initial**

B

→
Adiabatique
Quasi statique
Mécaniquement réversible

État final

C

• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$$

Sachant que la transformation est adiabatique, on a :

$$Q_{BC} = 0$$

De plus la variation d'énergie interne du gaz est :

$$\Delta U_{BC} = \frac{5}{2} nR(T_C - T_B)$$

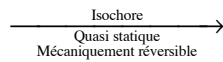
Par conséquent

$$W_{BC} = \frac{5}{2} nR(T_C - T_B)$$

$$A.N. : W_{BC} = -1775 \text{ J.}$$

• **État initial**

C



État final

A

• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA}$$

Sachant que la transformation est isochore, on a :

$$W_{CA} = 0$$

Par ailleurs la variation d'énergie interne du gaz parfait diatomique est :

$$\Delta U_{CA} = \frac{5}{2} n(T_A - T_C)$$

D'où

$$Q_{CA} = \frac{5}{2} n(T_A - T_C)$$

A.N. : $Q_{CA} = 1775 \text{ J}$.

2) Sur l'ensemble du cycle, on a :

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} \Rightarrow W = 242 \text{ J}$$

Le travail est positif: il est effectivement reçu par le système. Ceci confirme l'énoncé de Thomson du second principe: le gaz parfait diatomique qui effectue une série de transformations cycliques est en contact avec un seul thermostat. Il ne peut donc pas fournir de travail.

Exercice 7

1) L'efficacité d'une machine frigorifique ditherme cyclique, supposée réversible, a une efficacité :

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

A.N. : $e_c = 7,11$.

2) Dans le cas général, l'efficacité d'une machine frigorifique ditherme est :

$$e = \frac{Q_f}{W} = \frac{-Q_f}{Q_f + Q_c}$$

Sachant que le réfrigérateur qui fonctionne de manière irréversible vérifie la relation :

$$\frac{|Q_c|}{|Q_f|} = 1,2 \frac{T_c}{T_f} = -\frac{Q_c}{Q_f} \quad (\text{car } Q_c < 0 \text{ et } Q_f > 0)$$

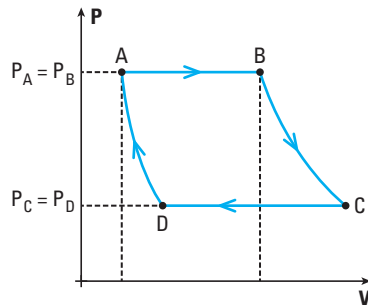
On en déduit que :

$$e = -\frac{\cancel{Q_f}}{\cancel{Q_f} - \cancel{Q_f} 1,2 \frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_f}{1,2 T_c - T_f} \Rightarrow e = \frac{T_f}{1,2 T_c - T_f}$$

A.N. : $e = 2,71$.

Exercice 8

1) Dans le diagramme de Watt, on a :



Le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre : il est **moteur**.

2) L'efficacité d'un moteur ditherme cyclique est :

$$e = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

Or, le système reçoit du transfert thermique au cours du cycle lors de la transformation BC. Ainsi :

$$Q_c = Q_{AB}.$$

De la même manière, le système perd du transfert thermique au cours du cycle lors de la transformation CD. Ainsi :

$$Q_f = Q_{CD}.$$

Au final :

$$e = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}}$$

• **Système :** {Gaz parfait diatomique}

• **Type :** Fermé

• **État initial**

A

Isobare
Quasi statique
Mécaniquement réversible

État final

B

• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$$

Pour un gaz parfait diatomique, on a :

$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A)$$

La transformation étant isobare, quasi statique et mécaniquement réversible, il vient :

$$\begin{aligned} W_{AB} &= -P_A(V_B - V_A) \\ &= -P_B V_B + P_A V_A \text{ car } P_B = P_A \\ &= -nR(T_B - T_A) \text{ (équation des gaz parfaits)} \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} Q_{BC} &= \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) + nR(T_B - T_A) \\ Q_{AB} &= \frac{7}{2} nR(T_B - T_A) \end{aligned}$$



On aurait pu utiliser $\Delta H_{AB} = Q_{AB}$.

• **État initial**

C

Isobare
Quasi statique
Mécaniquement réversible

État final

D

- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{CD} = W_{CD} + Q_{CD}$$

En faisant exactement le même raisonnement, on obtient :

$$Q_{CD} = \frac{7}{2} nR(T_D - T_C)$$

L'efficacité s'écrit alors en fonction des températures.

$$e = 1 + \frac{\frac{7}{2} nR(T_D - T_C)}{\frac{7}{2} nR(T_B - T_A)} \Rightarrow e = 1 + \frac{T_D - T_C}{T_B - T_A}$$

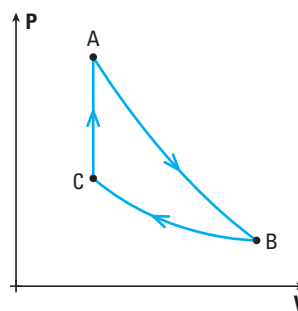
3) D'après la loi de Laplace, on a :

$$\begin{aligned} P_B^{1-\gamma} T_B^\gamma &= P_C^{1-\gamma} T_C^\gamma & P_A^{1-\gamma} T_A^\gamma &= P_D^{1-\gamma} T_D^\gamma \\ \Rightarrow \begin{cases} T_C = T_B \left(\frac{P_B}{P_C} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B \left(\frac{P_A}{P_C} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ T_D = T_A \left(\frac{P_A}{P_D} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A \left(\frac{P_A}{P_C} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{cases} \\ \Rightarrow e &= 1 + \frac{(T_A - T_B) a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_B - T_A} = 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{aligned}$$

Au final on a $e = 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

Exercice 9

1) Le cycle de transformations dans le diagramme de Watt est le suivant :



- **Système :** {Gaz parfait}

- **Type :** Fermé

- **État initial**

A

Adiabatique
Quasi statique
Mécaniquement réversible

État final

B

- **Premier principe de la thermodynamique**

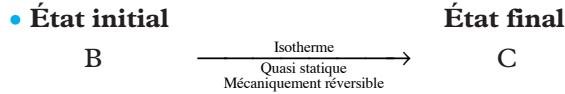
$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$$

Puisque la transformation est adiabatique on a :

$$Q_{AB} = 0.$$

De plus pour un gaz parfait diatomique, on a :

$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) \Rightarrow W_{AB} = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A)$$



• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$$

La variation d'énergie interne du gaz parfait est nulle puisque la transformation est isotherme.

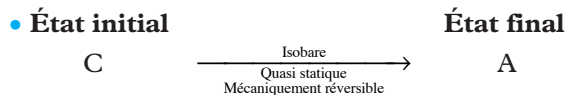
$$\Delta U_{BC} = 0$$

De plus, puisque la transformation est isotherme, quasi statique et mécaniquement réversible :

$$W_{BC} = -nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

Par conséquent, puisque $V_A = V_C$:

$$Q_{BC} = +nRT_B \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$



• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA}$$

Sachant que la transformation est isochore, on a :

$$W_{CA} = 0$$

De plus, pour un gaz parfait diatomique, on a :

$$\Delta U_{CA} = \frac{5}{2} nR(T_A - T_C)$$

Par conséquent $Q_{CA} = \frac{5}{2} nR(T_A - T_C)$

2) La transformation AB étant adiabatique réversible, elle est isentropique. D'où :

$$\Delta S_{AB} = 0.$$

La transformation BC étant isotherme, on a pour un gaz parfait diatomique :

$$\Delta S_{BC} = nR \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

La transformation CA étant isochore, on a pour un gaz parfait diatomique :

$$\Delta S_{CA} = \frac{5}{2} nR \ln\left(\frac{T_A}{T_C}\right)$$

3) Le gaz reçoit du transfert thermique au cours du cycle lors de la transformation CA et il en perd lors de la transformation BC. Au final, l'efficacité du moteur ditherme s'écrit :

$$e = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} Q_f = Q_{BC} \\ Q_c = Q_{CA} \end{cases} \Rightarrow e = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{CA}}$$

En remplaçant avec les expressions trouvées dans la 1^{re} question, on a :

$$e = 1 + \frac{\mu R T_B \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)}{\frac{5}{2} \mu R (T_A - T_C)} = 1 + \frac{2}{5} \frac{T_B}{(T_A - T_C)} \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

Enfin, d'après la loi de Laplace, on a, lors de la transformation AB,

$$T_A V_A^{\frac{2}{5}} = T_B V_B^{\frac{2}{5}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\frac{5}{2}}$$

Ainsi :

$$e = 1 + \frac{2}{5} \frac{5}{2} \frac{T_B}{T_A - T_C} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) \Rightarrow e = 1 + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

A.N. : $e = 0,17$.

4) L'efficacité d'un moteur ditherme cyclique réversible fonctionnant en ces deux thermostats vaut :

$$e_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

A.N. : $e = 0,30$.

Exercices niveau 3

Exercice 10

1) Pour une machine frigorifique ditherme cyclique supposée réversible, l'application des deux principes donne :

$$\begin{cases} W + Q_1 + Q_2 = 0 & (\text{premier principe}) \\ \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 & (\text{second principe}) \end{cases} \Rightarrow W = -Q_1 - Q_2 = -Q_1 + Q_1 \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow W = Q_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

Comme $T_2 = -T_1 \frac{Q_2}{Q_1}$, T_2 ne peut tendre vers zéro que si Q_1 tend vers l'infini ; ce qui est impossible.



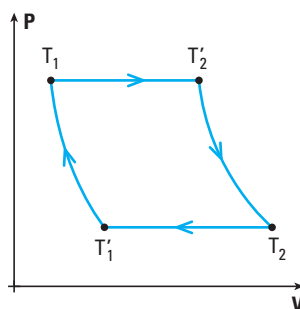
Bien remarquer que Q_2 est différent de zéro.

2) L'efficacité d'une machine frigorifique ditherme réversible est :

$$e_c = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

A.N. : $e_c = 10,7$.

3) Dans un diagramme de Watt, le cycle a l'allure suivante :



Par définition l'efficacité d'une machine frigorifique ditherme est :

$$e = \frac{-Q_f}{Q_c + Q_f}$$

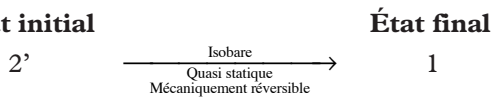
Or le gaz reçoit du transfert thermique au cours du cycle seulement pendant l'échauffement isobare et il en perd seulement pendant le refroidissement isobare.

Ainsi $\begin{cases} Q_f = Q_2 \\ Q_c = Q_1 \end{cases}$

Par conséquent :

$$e = \frac{-Q_2}{Q_1 + Q_2}$$

- **Système :** {Gaz parfait}
- **Type :** Fermé
- **État initial**



- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta H_{2'1} = Q_1$$

Or pour un gaz parfait on a :

$$\Delta H_{2'1} = C_p(T_1 - T_{2'}) = nC_{p,m}(T_1 - T_{2'}) \Rightarrow Q_1 = nC_{p,m}(T_1 - T_{2'})$$

- **État initial**
- 1'
État final
 $\xrightarrow[\text{Mécaniquement réversible}]{\text{Isobare Quasi statique}}$
2

- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta H_{1'2} = Q_2$$

Or pour un gaz parfait on a :

$$\Delta H_{1'2} = nC_{p,m}(T_2 - T_{1'}) \Rightarrow Q_2 = nC_{p,m}(T_2 - T_{1'})$$

Au final il vient :

$$e = \frac{-nC_{p,m}(T_2 - T_{1'})}{nC_{p,m}(T_2 - T_{1'}) + nC_{p,m}(T_1 - T_{2'})} \Rightarrow e = \frac{T_2 - T_{1'}}{(T_1 - T_{2'}) + (T_2 - T_{1'})}$$

Or d'après la loi de Laplace pour les transformations 11' et 22', on a :

$$\frac{T_{1'}}{T_1} = \frac{T_2}{T_{2'}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

En remplaçant $T_{1'}$ dans l'expression de l'efficacité, on obtient :

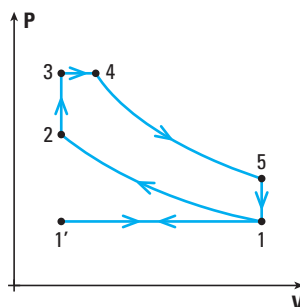
$$e = \frac{1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} = \frac{1}{\frac{T_{2'}}{T_2} - 1} = \frac{T_2}{T_{2'} - T_2} \Rightarrow e = \frac{T_2}{T_2 - T_{2'}}$$

A.N. : $e = 4,32$.

4) La valeur obtenue est bien inférieure à l'efficacité de Carnot calculée à la question 2).

Exercice 11

1) Le tracé du cycle dans le diagramme de Watt donne :



2) Pour un moteur ditherme cyclique, son efficacité est définie par :

$$e = -\frac{W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

Or, le mélange Diesel reçoit un transfert thermique seulement lors des phases 2-3 et 3-4. Il en perd lors de la phase 5-1. Au final :

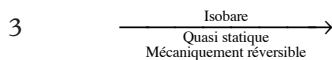
$$\begin{aligned} Q_f &= Q_{51} \\ Q_c &= Q_{23} + Q_{34} \\ \Rightarrow e &= 1 + \frac{Q_{51}}{Q_{23} + Q_{34}} \end{aligned}$$

• **Système :** {Mélange Diesel}

• **Type :** Fermé

• **État initial**

État final



• **Premier principe de la thermodynamique**

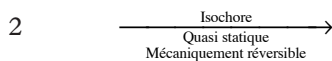
$$\Delta H_{34} = Q_{34}$$

Or, pour un gaz parfait diatomique, on a :

$$\Delta H_{34} = \frac{7}{2} nR(T_4 - T_3) \Rightarrow Q_{34} = \frac{7}{2} nR(T_4 - T_3)$$

• **État initial**

État final



• **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{23} = W_{23} + Q_{23}$$

Or, pour une transformation isochore, on a :

$$W_{23} = 0$$

De plus, pour un gaz parfait diatomique, on a :

$$\Delta U_{23} = \frac{5}{2} nR(T_3 - T_2)$$

D'où

$$Q_{23} = \frac{5}{2} nR(T_3 - T_2)$$

- **État initial** **État final**

5 Isochore → 1

- **Premier principe de la thermodynamique**

$$\Delta U_{51} = W_{51} + Q_{51}$$

Or, pour une transformation isochore, on a :

$$W_{51} = 0$$

De plus, pour un gaz parfait diatomique, on a :

$$\Delta U_{51} = \frac{5}{2} nR(T_1 - T_5)$$

D'où

$$Q_{51} = \frac{5}{2} nR(T_1 - T_5).$$

Au final, l'efficacité du moteur Diesel s'écrit :

$$e = 1 + \frac{\frac{5}{2} \mu R (T_1 - T_5)}{\frac{5}{2} \mu R (T_3 - T_2) + \frac{7}{2} \mu R (T_4 - T_3)} \Rightarrow e = 1 + \frac{5(T_1 - T_5)}{5(T_3 - T_2) + 7(T_4 - T_3)}$$

D'où

$$e = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + \frac{7}{5}(T_4 - T_3)}$$

